

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СВОЙСТВ ПЕСКОВ

Артамонова Н.Б.,

Московский государственный

e-mail: artamonovanb@mail.ru,

Предлагается теоретический способ определения свойств песков с
Был разработан Н.С. Бахваловым и применялся для вычисления
для определения тензора передачи порового давления и коэффициента

1. Вычисление тензора передачи порового давления

Тензор передачи порового давления α входит в формулу
расчета эффективных напряжений:

$$\sigma_{ij}^{\text{eff}} = \langle \sigma_{ij}^{\Pi} \rangle - \alpha_{ij} \langle p \rangle, \quad \sigma_{ij}^{\text{eff}} = C_{ijpq}^{\text{eff}} \langle \varepsilon_{pq} \rangle.$$

$\langle \sigma_{ij}^{\Pi} \rangle$ – осредненные полные напряжения,

σ_{ij}^{eff} – осредненные эффективные напряжения в твердой фазе

грунта, передающиеся по контактам между зернами породы,

$\langle p \rangle$ – осредненное давление жидкости, $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$ – осредненные

деформации, C_{ijpq}^{eff} – эффективные модули упругости.

Введем **быстрые координаты** ξ_i : $\xi_i = x_i / \varepsilon$, $\varepsilon = l / L \ll 1$,

x_i – медленные координаты, l – характерный размер

представительной области (RVE) пористой среды,

L – характерный глобальный размер всей пористой среды.

Решение задачи ищется в виде **асимптотического ряда**:

$$u_k(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = v_k(\mathbf{x}) + \varepsilon N_{kpq}(\boldsymbol{\xi}) v_{p,q}(\mathbf{x}) + \varepsilon M_k(\boldsymbol{\xi}) p(\mathbf{x}) + \dots,$$

$N_{kpq_1 \dots q_m}(\boldsymbol{\xi})$, $M_{kq_1 \dots q_m}(\boldsymbol{\xi})$ – локальные функции быстрых координат.

Подставим выражение для u_k в уравнение равновесия:

$$[C_{ijkl}u_{k,l}]_{,j} + X_i = 0, \quad \mathbf{x} \in \Omega_{\text{RVE}}$$

с граничными условиями на поверхности пор Σ_{int} :

$$C_{ijkl}u_{k,l}n_j = -pn_i.$$

Получаем **локальную задачу в представительной области** для определения тензора передачи порового давления α :

$$[C_{ijkl}(\xi)M_{k,l}]_{,j} = 0, \quad \xi \in V_{\text{RVE}},$$

$$C_{ijkl}(\xi)M_{k,l}n_j = -n_i(\xi), \quad \xi \in \Sigma_{\text{int}},$$

$$M_k = 0, \quad \xi \in \Sigma_{\text{RVE}}$$

Среднее напряжение, обусловленное действием порового давления:

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \langle C_{ijkl}M_{k,l} \rangle p,$$

где **тензор передачи порового давления** равен:

$$\alpha_{ij} = -\langle C_{ijkl}M_{k,l} \rangle.$$

3. Примеры расчетов

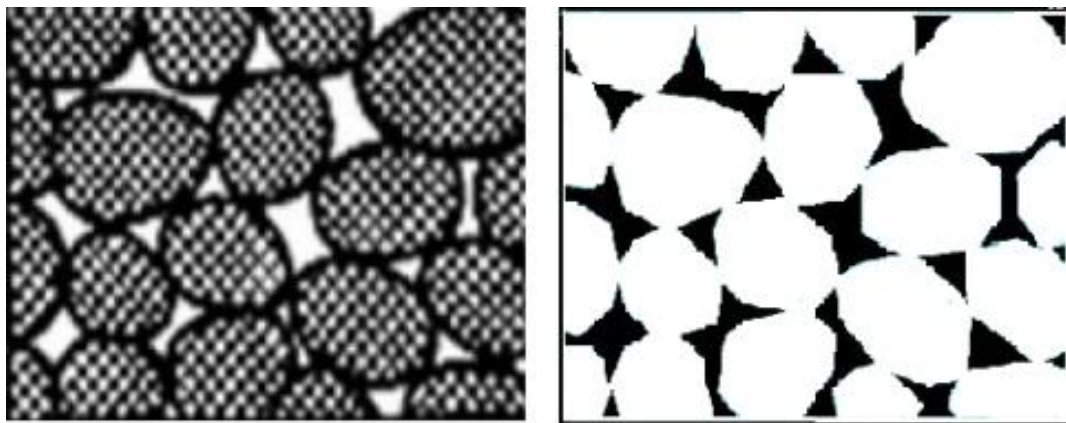


Рис. 1. Срез песка и модель.

Хорошо отсортированный и окатанный песок однородного состава. Пористость образца – 17% (определялась в программе СТИМАН). Исследовалась зависимость свойств песка от минерального состава зерен, расчеты проводились для кварцевых и полевошпатовых песков.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫМ МЕТОДОМ

Шешенин С.В.

университет имени М.В. Ломоносова,

sergey.sheshenin@mail.ru

помощью асимптотического метода осреднения. Метод осреднения упругих модулей пород. В данной работе этот метод используется относительного расширения песка при замерзании воды в порах.

2. Вычисление тензора относительного расширения песка при замерзании воды в порах

Закон термоупругости на случай фазового перехода воды в порах:

$$\sigma_{ij}(\vec{x}, \vec{\xi}) = C_{ijkl}(\vec{\xi}) [\varepsilon_{kl}(\vec{x}, \vec{\xi}) - \alpha_{kl}(\vec{\xi}) T(\vec{x}) - \chi_{kl}(\vec{\xi}) H(\vec{x})]$$

α_{kl} - тензор теплового расширения, $\beta_{ij} = C_{ijkl} \alpha_{kl}$,

χ - коэффициент относительного расширения жидкости при замерзании, $\chi_{kl} = \chi \delta_{kl}$, $\gamma_{ij} = C_{ijkl} \chi_{kl}$,

$\chi = \chi_{ice}$ в области поры V_p , $\chi = 0$ в области скелета V_s .

$H = 0$ (замерзания нет), $H = 1$ (замерзание есть)

Асимптотическое разложение перемещений:

$$u_k(\mathbf{x}, \xi) = v_k(\mathbf{x}) + \varepsilon N_{kpq}(\xi) v_{p,q}(\mathbf{x}) + \varepsilon M_k(\xi) T(\mathbf{x}) + \varepsilon L_k(\xi) H(\mathbf{x}) + \dots,$$

N_{kpq} , M_k , L_k - локальные функции быстрых координат.

Подставим u_k в уравнение равновесия. **Третья локальная задача:**

$$[C_{ijkl}(\xi) L_{k,l} - \gamma_{ij}(\xi)]_{,j} = 0, \quad \xi \in \Omega_{RVE}$$

$$R_{ij}(\xi) = C_{ijkl}(\xi) L_{k,l} - \gamma_{ij}(\xi)$$

Эффективный тензор расширения породы при замерзании воды:

$$\gamma_{ij}^{eff} = \langle R_{ij} \rangle = \langle -\sigma_{ij} \rangle.$$

При замерзании между льдом и границей скелета остается тонкий слой воды. В этом слое действует гидростатическое давление p , которое препятствует расширению льда и способствует сжатию материала скелета. Используем **неизменность объема** Ω_{RVE} :

$$\theta_s n_s + \theta_{ice}(1 - n_s) = 0, \quad n - \text{пористость грунта.}$$

Для **несвязных грунтов** относительные изменения объема льда θ_{ice} и объема зерен θ_s связаны с давлением p следующими соотношениями:

$$\gamma - p = K_{ice}\theta_{ice}, \quad p = -K_s\theta_s,$$

где $\gamma = K_{ice}\theta_{ice}^{full}$, K_{ice} – коэффициент объемного изотермического расширения льда, $\theta_{ice}^{full} = 0,09$, K_s – коэффициент объемного расширения материала зерен.

Уравнение сохранения объема с учетом выражений для p и $\gamma - p$:

$$\frac{p}{K_s}(1 - n) + \frac{p - \gamma}{K_{ice}}n = 0, \quad p = \frac{n\gamma K_s}{(1 - n)K_{ice} + nK_s}.$$

Для несвязных грунтов напряжение, возникшее в результате замерзания, равно поровому давлению: $\gamma_{ij}^{eff} = \langle -\sigma_{ij} \rangle = p\delta_{ij}$.

Свойства зерен песка, задаваемые в расчетах, и результаты

	Состав зерен	Свойства зерен		Результаты расчета		
		Е, МПа	ν	α_{11}	α_{22}	γ^{eff}
1	кварц	96400	0,08	0,64	0,62	363
2	полево-шпат	63600	0,31	0,75	0,74	433

Коэффициенты α и γ^{eff} зависят от минерального состава песков. Известна зависимость параметра α от коэффициента Пуассона ν зерен грунта: чем меньше ν , тем меньше α , поэтому коэффициенты передачи порового давления для кварцевого песка получились закономерно меньше, чем для полевошпатового.

Образец песка практически изотропен, что объясняется хаотическим расположением зерен.