

Генерация терагерцового излучения в режиме резонансно-нерезонансного оптического выпрямления

А. Н. Бугай¹⁾, С. В. Сазонов¹⁾ +*

Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

+ Российский научный центр “Курчатовский институт”, 123182 Москва, Россия

* Московский авиационный институт (технический университет), 125993, Москва, Россия

Поступила в редакцию 8 июля 2010 г.

Теоретически исследована генерация широкополосного терагерцового излучения в квадратично-нелинейных кристаллах при наличии в них дополнительных резонансных примесей, обладающих постоянным дипольным моментом. Показано, что вклады в интенсивность генерируемого излучения от резонансного и нерезонансного механизмов оптического выпрямления носят неаддитивный характер. В полупроводниковых наноструктурах и в системах органических молекул эффективность генерации по энергии за счет резонансного механизма может достигать $\sim 10^{-3}$, что существенно превышает соответствующие эффективности при использовании популярной на сегодняшний день техники наклонных фронтов. При этом спектры входных оптических импульсов испытывают заметный сдвиг в красную область под действием резонансно-нерезонансного выпрямления.

В последнее время весьма интенсивно развиваются методы генерации излучения терагерцового диапазона частот. Не в последнюю очередь это связано с нуждами растущего числа приложений [1], требующих источников интенсивного широкополосного излучения в субмиллиметровом диапазоне. Нелинейно-оптические методы генерации в последнее время завоевали немалую популярность. Широко распространен метод оптического выпрямления [2], основанный на генерации терагерцового излучения как разности крайних частот спектра фемтосекундного лазерного импульса в квадратично-нелинейном кристалле.

Указанный процесс является нерезонансным, то есть спектр оптического импульса лежит далеко от линий резонансного поглощения среды. В то же время рядом авторов было предложено использовать резонансное взаимодействие лазерного излучения со средой, содержащей асимметричные частицы, для генерации терагерцового излучения [3–6]. В отсутствие симметрии относительно пространственной инверсии диагональные матричные элементы оператора дипольного момента отличны от нуля. В этих условиях соответствующие частицы (примесные ионы [7], полярные молекулы [8, 9], несимметричные квантовые ямы [10, 11] и т.п.) обладают постоянными дипольными моментами (ПДМ), находясь в стационарных состояниях. Как и в любой нецентросимметричной среде, поляризационный отклик содержит

четные гармоники, включая нулевую (оптическое выпрямление). Величина соответствующих частей нелинейной поляризации пропорциональна разности ПДМ между основным и возбужденным состояниями. Интерес к данным механизмам в последнее время усилился в связи с исследованиями анизотропных наноструктур и биомакромолекул, обладающих большими ПДМ.

Как в резонансном, так и в нерезонансном случаях условие эффективного протекания оптического выпрямления (условие длинно-коротковолнового синхронизма, ДКС) заключается в равенстве групповой скорости v_g лазерного импульса и фазовой скорости v_T терагерцового сигнала. Данное условие в коллинеарном режиме выполняется в основном для полупроводников типа ZnTe, GaAs, CdSe и т.п. Такие среды отличаются сравнительно малой нелинейностью и заметным поглощением оптического излучения при высоких интенсивностях, что ограничивает эффективность генерации. В случае же диэлектрических кристаллов, обладающих большими величинами нелинейности, таких, например, как ниобат и танталат лития, групповая скорость оптического импульса превышает в несколько раз фазовую скорость в терагерцовом диапазоне. Это приводит к генерации в черенковской геометрии [12–14], практически неудобной в виду распределения излучения в конусе. Для получения терагерцового излучения с плоским фронтом обычно используют либо модификацию профиля интенсивности импульса (импульсы с наклонным фронтом) [15, 16], либо специально выращенные

¹⁾ e-mail: bugay_aleksandr@mail.ru, sazonov.sergey@gmail.com

кристаллы с периодической модуляцией нелинейной восприимчивости [17].

В работе [18] предложен способ достижения условия ДКС в коллинеарном режиме, основанный на замедлении распространения оптического импульса за счет его взаимодействия с резонансными примесями в режиме самоиндуцированной прозрачности (СИП) [19]. В этом случае эффективность генерации терагерцового излучения может превосходить достигаемую при использовании методики наклонных фронтов.

Резонансные примеси, обладающие ПДМ, способны выполнять двойную функцию: приводить к достижению ДКС и непосредственно участвовать в процессе оптического выпрямления. Это может существенно повысить эффективность генерации терагерцового излучения. Кристаллическая матрица, содержащая резонансные примеси с ПДМ, сама обладает нерезонансной квадратичной нелинейностью. Таким образом, необходимо рассматривать одновременное конкурирующее действие обоих механизмов (резонансного и нерезонансного) на процесс генерации терагерцовых импульсов, чему и посвящена настоящая работа.

Пусть на входе лазерный импульс поляризован в плоскости необыкновенной волны, а его распространение происходит вдоль оси z в плоскости, перпендикулярной к оптической оси одноосного кристалла. При такой геометрии в кристалле будет присутствовать только необыкновенная волна.

Оптический импульс, содержащий достаточно много колебаний, обладает хорошо выраженными несущей частотой ω , волновым числом k и огибающей ψ . Представим электрическое поле E импульса в виде суммы его оптической и терагерцовой E_T компонент:

$$E = \psi(z, t)e^{i(\omega t - kz)} + \text{с.с.} + E_T.$$

Поляризационный отклик включает в себя четыре основные составляющие:

$$P = P_o + P_T + P_{nl} + P_R,$$

где P_o и P_T – линейные части нерезонансных поляризационных откликов в оптическом и терагерцовом диапазонах частот, соответственно, P_{nl} – часть нерезонансного поляризационного отклика, соответствующая квадратичной нелинейности, а P_R отвечает за резонансное взаимодействие с двухуровневой системой.

Линейные восприимчивости в оптическом и терагерцовом диапазонах можно записать соответственно в виде [20]

$$\chi_o(\omega) = \chi + \frac{\alpha\omega^2}{2\pi} + \frac{\beta\omega^4}{2\pi} - \frac{\delta}{2\pi\omega^2},$$

$$\chi_T(\Omega) = \chi_t - i\frac{\gamma\Omega}{4\pi} + \frac{g\Omega^2}{4\pi},$$

где χ , χ_t – безынерционные части оптической и терагерцовой восприимчивостей, α , β , δ , γ и g – эмпирические константы. Выражения для поляризации во временной области легко получить согласно известному правилу $\omega, \Omega \rightarrow -i\partial/\partial t$.

Нерезонансную часть нелинейной поляризации представим как

$$P_{nl} = 2\chi_2(\omega, -\omega)|\psi|^2 + 2\chi_2(\omega, 0)[E_T\psi e^{i(\omega t - kz)} + \text{с.с.}],$$

где $\chi_2(\omega, -\omega)$, $\chi_2(0, 0)$, $\chi_2(\omega, 0)$ – частотные компоненты тензора нелинейной восприимчивости второго порядка. Здесь и далее мы пренебрегаем эффектом генерации второй гармоники ввиду того, что соответствующий синхронизм не выполняется.

Резонансная часть поляризационного отклика P_R , описывающая взаимодействие с двухуровневой системой, имеет вид

$$P_R = Nd(\rho_{12} + \rho_{21}) + \frac{N}{2}DW,$$

где N – концентрация примесей, $d = d_{12} = d_{21}$, ρ_{ij} – матричные элементы оператора плотности, $D = d_{22} - d_{11}$, $W = \rho_{22} - \rho_{11}$ – инверсия населенностей квантовых уровней резонансных примесей.

Для оптического импульса и поляризационного отклика на соответствующих частотах воспользуемся приближением медленно меняющихся огибающих. В этих условиях, пренебрегая быстро осциллирующими слагаемыми, волновое уравнение для поля E можно расцепить на два уравнения, соответствующих оптическим и терагерцовым (близким к нулевым) частотам. Кроме того, для поля терагерцового сигнала применим приближение квазиоднонаправленного распространения [21]. Тогда самосогласованная система нелинейных волновых уравнений, описывающая динамику импульсов и состояние среды, примет вид

$$i\left(\frac{\partial\psi}{\partial t} + (v_{gl} - v_T)\frac{\partial\psi}{\partial\zeta}\right) - bE_T\psi + \frac{\omega_2}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\zeta^2} - qR = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial E_T}{\partial t} - \eta\frac{\partial^2 E_T}{\partial\zeta^2} + \sigma\frac{\partial^3 E_T}{\partial\zeta^3} - b_T\frac{\partial}{\partial\zeta}|\psi|^2 - q_T\frac{\partial}{\partial\zeta}W = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial R}{\partial t} - v_T\frac{\partial R}{\partial\zeta} = i\left(\Delta - \frac{DE_T}{\hbar}\right)R + i\frac{2d\psi W}{\hbar}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} - v_T \frac{\partial W}{\partial \zeta} = \frac{id}{\hbar} (\psi^* R - \psi R^*). \quad (4)$$

Здесь $\zeta = z - v_T t$, $v_T = c/n_T$ – линейная скорость терагерцового импульса, $n_T = \sqrt{1 + 4\pi\chi_t}$, c – скорость света в вакууме, $v_{gl} = \partial\omega/\partial k$ и $\omega_2 = -\partial^2\omega/\partial k^2$ – соответственно групповая скорость и коэффициент дисперсии групповой скорости (ДГС) оптического импульса в отсутствие примесей; при этом закон дисперсии $\omega(k) = ck/n_0(1 - \tilde{\alpha}k^2 - \tilde{\beta}k^4 + \tilde{\delta}k^{-2})$, где $n_0 = \sqrt{1 + 4\pi\chi_e}$, $\tilde{\alpha} = \alpha c^2/n_0^2$, $\tilde{\beta} = \beta c^4/n_0^4$, $\tilde{\delta} = \delta n_0^2/c^2$. Постоянные $\eta = \gamma v_T^4/2$, $\sigma = gv_T^5/2$ задают поглощение и дисперсию в терагерцовом диапазоне, а коэффициенты $b = 4\pi\chi_2(\omega, 0)\omega v_{gl}/(cn_0)$, $b_T = 4\pi\chi_2(\omega, -\omega)v_T^3/c^2$ описывают нерезонансное нелинейное взаимодействие между обеими компонентами. Коэффициенты $q = 2\pi N d \omega v_{gl}/(cn_0)$, $q_T = \pi N D v_T^3/c^2$ учитывают взаимодействие с резонансными примесями.

В модифицированных уравнениях Блоха (3), (4) $R = \rho_{12} \exp[i(\omega t - kz)]$, $\Delta = \omega_0 - \omega$ – отстройка от резонанса. Кроме того учтено, что длительность импульса намного меньше всех характерных времен релаксации. Неоднородным уширением пренебрегаем.

Подчеркнем, что в уравнениях (1)–(4) ψ есть огибающая оптического импульса, а E_T – само поле терагерцового сигнала, который может содержать порядка одного периода электромагнитных колебаний. Волновое уравнение для ψ редуцировано до первого порядка с помощью приближения медленно меняющихся огибающих. Аналогичная редукция волнового уравнения для E_T стала возможной благодаря приближению однонаправленного распространения. Из (3) видно, что генерируемый терагерцовый сигнал динамическим образом смещает частоту резонансного квантового перехода примесей. Оценим эффективность генерации терагерцового излучения на начальной стадии на основе приближения заданного поля оптического импульса. Будем считать, что оптический импульс представляет собой 2π -солитон СИП [19]:

$$\psi = \psi_0 \operatorname{sech} \left(\frac{z - v_g t}{v_g \tau_p} \right),$$

где $\psi_0 = \hbar/(d\tau_p)$, τ_p – его временная длительность, а групповая скорость связана с ней соотношением

$$\frac{1}{v_g} = \frac{1}{v_{gl}} \left(1 + \frac{2dq}{\hbar} \frac{\tau_p^2}{1 + (\Delta\tau_p)^2} \right).$$

При этом разность населенностей изменяется по закону

$$W = -1 + \frac{2}{1 + (\Delta\tau_p)^2} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{z - v_g t}{v_g \tau_p} \right).$$

Тогда, пренебрегая на начальной стадии дисперсией и затуханием генерируемого терагерцового сигнала, при условии $v_g = v_T$ из (2) найдем

$$E_T \approx -E_m \frac{z}{v_g \tau_p} \tanh \left(\frac{z - v_g t}{v_g \tau_p} \right) \operatorname{sech}^2 \left(\frac{z - v_g t}{v_g \tau_p} \right), \quad (5)$$

где

$$E_m = \frac{8\pi v_T^2 \psi_0^2}{c^2} [\chi_2(\omega, -\omega) + \chi_2^{res}], \quad (6)$$

$$\chi_2^{res} = \frac{NDd^2\tau_p^2}{2(1 + (\Delta\tau_p)^2)\hbar^2}.$$

Как и должно быть, на начальной стадии E_T растет пропорционально пройденной дистанции.

Первое слагаемое в квадратных скобках правой части (6) соответствует нерезонансному механизму оптического выпрямления, а второе – резонансному. Подставив сюда значения параметров для различных конкретных ситуаций, можно оценить относительные вклады обоих механизмов в генерацию терагерцового излучения. Из (6) следует, что вклад обоих обсуждаемых механизмов в интенсивность $\sim E_m^2$ генерируемого терагерцового сигнала не является аддитивным.

Для дальнейшего исследования воспользуемся численным моделированием системы (1)–(4). Для простоты полагаем, что система квантовых примесей до подачи импульса находится в основном состоянии.

Рассмотрим сначала нелинейные кристаллы типа ниобата и танталата лития. Типичными резонансными примесями здесь служат ионы Cu , Sr и редкоземельных элементов [3, 7], а характерные величины дипольных моментов сравнительно невелики, $d, D \sim 0.1 - 1$ Д.

В кристалле ниобата лития [22] $\alpha = 1.61 \cdot 10^{-33} \text{c}^2$, $\beta = 2.5 \cdot 10^{-65} \text{c}^4$, $\delta = 4.88 \cdot 10^{27} \text{c}^{-2}$, $n_0 = 2.13$. В терагерцовом диапазоне имеем $n_T = 5.099$, $\gamma = 1.1 \cdot 10^{-13} \text{c}$, $g = 7.3 \cdot 10^{-27} \text{c}^2$. Величины нелинейных восприимчивостей $\chi_2(\omega, 0) = 6.78 \cdot 10^{-8} \text{СГСЭ}$, $\chi_2(\omega, -\omega) = 3.34 \cdot 10^{-7} \text{СГСЭ}$. Оценим вклад резонансного механизма выпрямления. Как следует из приведенных параметров, в ниобате лития групповая скорость в оптическом диапазоне относится к фазовой скорости в терагерцовом диапазоне частот как $v_{gl}/v_{ph} \sim 2$. Пусть в кристалл, допированный примесями с параметрами $d = 1$ Д, $D = 2$ Д, $N = 2 \cdot 10^{19} \text{см}^{-3}$, подается резонансный импульс с длиной волны 780 нм и длительностью $\tau_p = 150$ фс.

Условие ДКС в этом случае выполняется в коллинеарном режиме. Интенсивность 2 π -импульса составляет 12 ГВт/см², что не превосходит порога оптического пробоя для фемтосекундных импульсов. При данных параметрах имеем $\chi_2^{res}/\chi_2(\omega, -\omega) \sim 1$, то есть резонансный механизм оптического выпрямления сравним по эффективности с нерезонансным. На рис.1, 2 приведены формы импульсов и их спектры, найденные с помощью численного моделирования.

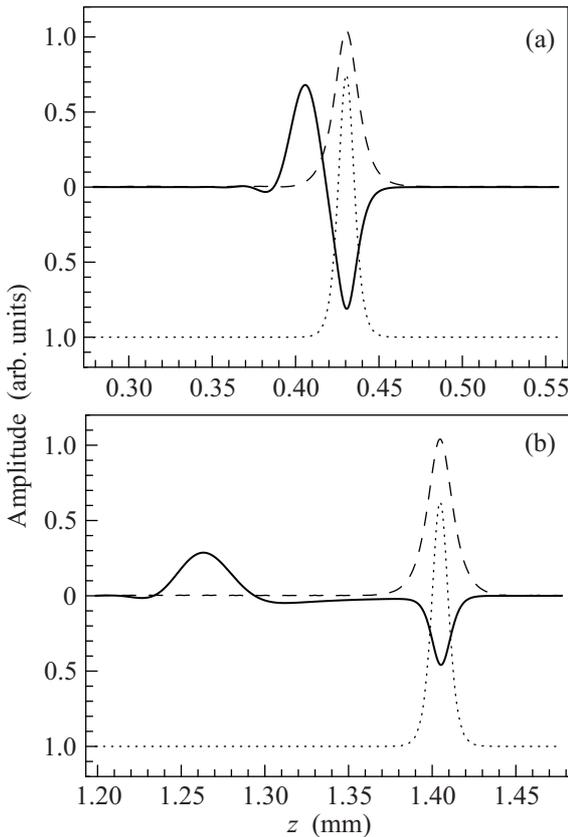


Рис.1. Профили оптического (штриховая кривая) и терагерцового (сплошная) импульсов на переходной (а) и асимптотической (б) стадиях генерации в ниобате лития. Инверсия населенностей показана пунктиром. Амплитуды оптического и терагерцового импульсов заданы в единицах величины поля на входе в среду и относятся как 30:1

В процессе эволюции можно выделить две стадии: переходную (рис.1а) и асимптотическую (рис.1б). На переходной стадии происходит генерация терагерцового излучения в виде биполярного сигнала в соответствии с (5), (6). С началом переходной стадии эффективность генерации достигает максимального значения, а затем медленно уменьшается (рис.3). Очевидно, что связанное состояние оптического и терагерцового импульсов можно отожд-

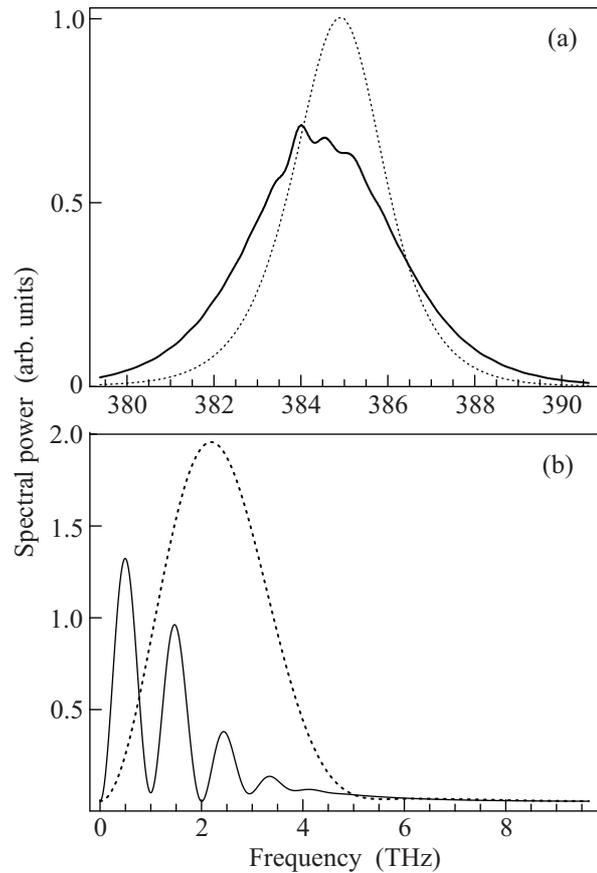


Рис.2. Спектры оптического (а) и терагерцового (б) импульсов на переходной (пунктир) и асимптотической (сплошная) стадиях генерации в ниобате лития. Дистанции распространения соответствуют рис.1

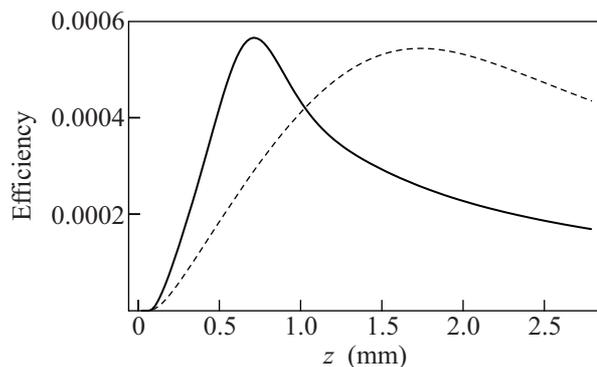


Рис.3. Эффективность генерации по энергии в ниобате лития при нулевой (штриховая кривая) и ненулевой (сплошная) величине ПДМ

дествить с длинно-коротковолновым солитоном, рассматривавшимся в [23, 24]. Отметим, что спектр оптического импульса вследствие как нерезонансного [23, 25, 26], так и резонансного [27] механизмов оптического выпрямления смещается в красную область (рис.2). Вследствие этого несущая частота по-

даваемого на среду импульса несколько превышает частоту квантового перехода резонансных примесей. Спектр терагерцового импульса, изображенный на рис.2 пунктиром, соответствует максимуму эффективности (рис.3). В дальнейшем с формированием солитона будет происходить его искажение [24].

Эффективности генерации при наличии и в отсутствие ПДМ сравнимы по порядку величины и составляют $\sim 10^{-4}$ (см.рис.3). Данные эффективности сравнимы с максимально достижимыми на сегодняшний день эффективностями, достигаемыми с помощью техники наклонных фронтов [16]. Таким образом, использование резонансных примесей в данных материалах имеет смысл в основном с целью достижения ДКС в коллинеарном режиме.

Рассмотрим теперь случай полупроводниковых наноструктур и органических молекул, для которых характерные величины дипольных моментов могут быть довольно велики, $d, D \sim 1 - 100$ Д, а эффективная величина анизотропии может быть существенной, $D/d \sim 1 - 10$.

В качестве конкретного примера рассмотрим полупроводниковые наноструктуры на основе GaAs/Al_xGa_{1-x}As [10]. Для кристаллической матрицы имеем [28] $\alpha = 2.42 \cdot 10^{-31} \text{с}^2$, $n_0 = 3.31$, $n_T = 3.61$, $\gamma = 2.2 \cdot 10^{-15} \text{с}$, $g = 4.9 \cdot 10^{-27} \text{с}^2$. Здесь мы ограничились только двумя первыми членами в выражении для линейной оптической восприимчивости. Значения нелинейных восприимчивостей: $\chi_2(\omega, 0) = 2.8 \cdot 10^{-7} \text{СГСЭ}$, $\chi_2(\omega, -\omega) = 1.6 \cdot 10^{-7} \text{СГСЭ}$. Пусть кристалл допирован несимметричными наноструктурами, такими, что $d = 10$ Д, $D = 100$ Д, $N = 1 \cdot 10^{16} \text{см}^{-3}$. Тогда для импульса длительности $\tau_p = 150$ фс имеем $\chi_2^{res}/\chi_2(\omega, -\omega) \sim 10$. Таким образом, основной вклад в генерируемый терагерцовый сигнал дает резонансный механизм оптического выпрямления. Условие ДКС при частоте 2 ТГц в отсутствие резонансных примесей выполняется в коллинеарном режиме для инфракрасного импульса с длиной волны 1.33 мкм [28]. В связи с дополнительным нелинейным замедлением оптического импульса, обусловленным резонансными примесями, его несущую длину волны для выполнения условия ДКС, как показывает расчет, необходимо увеличить до 1.7 мкм.

Результаты численного моделирования при вышеприведенных параметрах изображены на рис.4–6. Здесь выделения солитона не наблюдается (рис.4). Это связано с низкими интенсивностями, когда порог образования солитона еще не достигается. Спектр оптического импульса испытывает заметный сдвиг в красную область (рис.5). В отличие от преды-

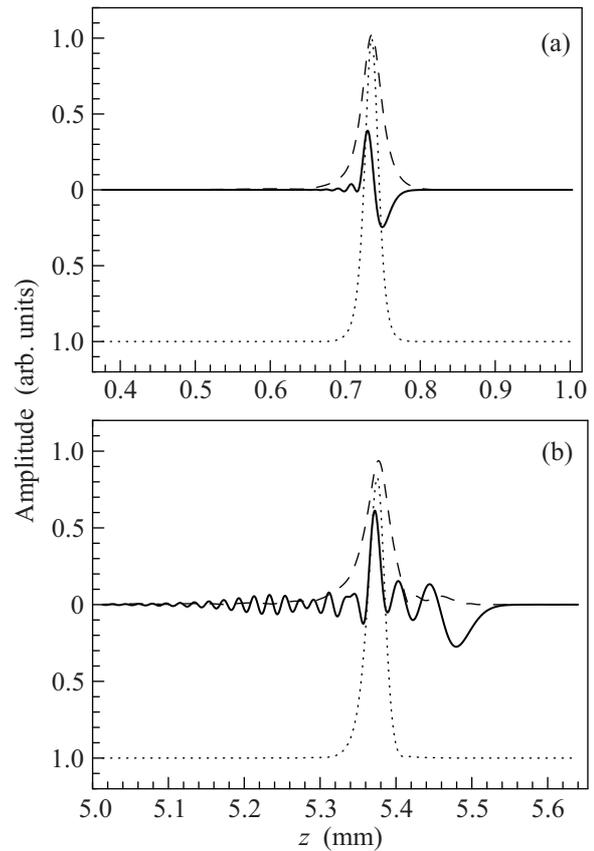


Рис.4. Профили оптического (штриховые кривые) и терагерцового (сплошные) импульсов на переходной (а) и асимптотической (б) стадиях генерации в арсениде галлия. Инверсия населенностей показана пунктиром. Амплитуды оптического и терагерцового импульсов заданы в единицах величины поля на входе в среду и относятся как 10:1

дущего случая, исходный импульс подавался с несколько большей отрицательной отстройкой от резонанса, чтобы скомпенсировать не только красный сдвиг, возникающий при саморассеянии (нерезонансный механизм)[23], но и за счет самомодуляции (резонансный механизм) вследствие динамического сдвига частоты перехода (второе слагаемое в скобках (3)). Эффективность генерации терагерцового излучения по энергии достигает $\sim 10^{-3}$ (см. рис.6). Это примерно на порядок превышает характерные величины не только для полупроводников, но и для таких нелинейных кристаллов как ниобат лития при использовании техники наклонных фронтов. Вклад резонансного механизма оптического выпрямления в энергию генерируемого терагерцового сигнала на два порядка превышает вклад нерезонансного механизма.

Таким образом, при наличии сильной анизотропии квантовых частиц можно достичь значительно-

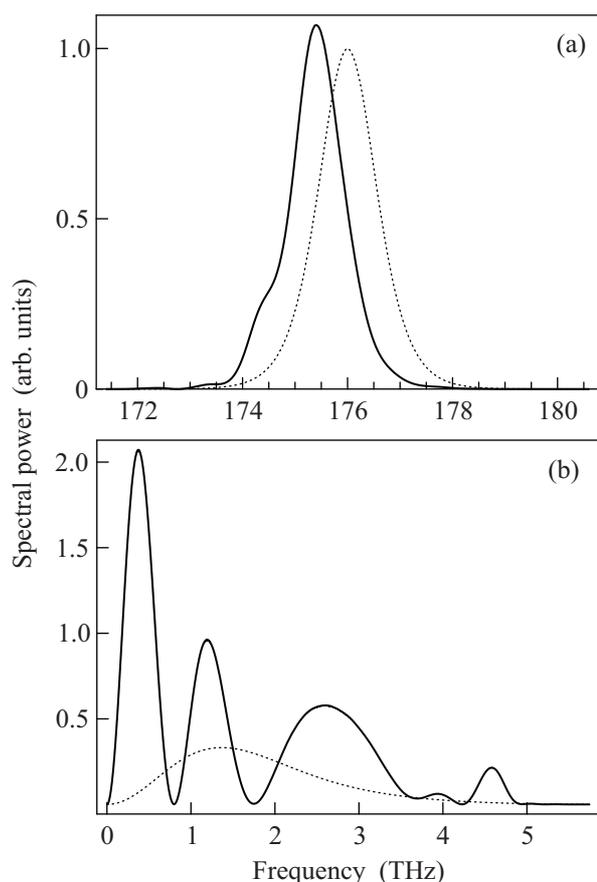


Рис.5. Спектры оптического (а) и терагерцового импульсов (б) на переходной (пунктир) и асимптотической (сплошная) стадиях генерации в арсениде галлия. Дистанции распространения соответствуют рис.4

го повышения энергетической эффективности генерации терагерцового излучения.

В настоящей работе рассмотрена генерация терагерцового излучения при оптическом выпрямлении в нелинейной среде, содержащей резонансные примеси, обладающие постоянным дипольным моментом. В режиме самоиндуцированной прозрачности нелинейное замедление лазерного импульса позволяет достичь условия ДКС, что актуально для сред с сильно различающимися групповой скоростью лазерного импульса и фазовой скоростью терагерцового излучения.

В случае, когда несимметричные примесные центры обладают достаточно большими величинами дипольных моментов переходов, а степень анизотропии достаточно высока ($D/d \gg 1$), резонансный механизм оптического выпрямления более эффективен, чем нерезонансный механизм.

Для повышения эффективности генерации необходимо подавать входной импульс с небольшой (порядка доли процента) отрицательной относительной от-

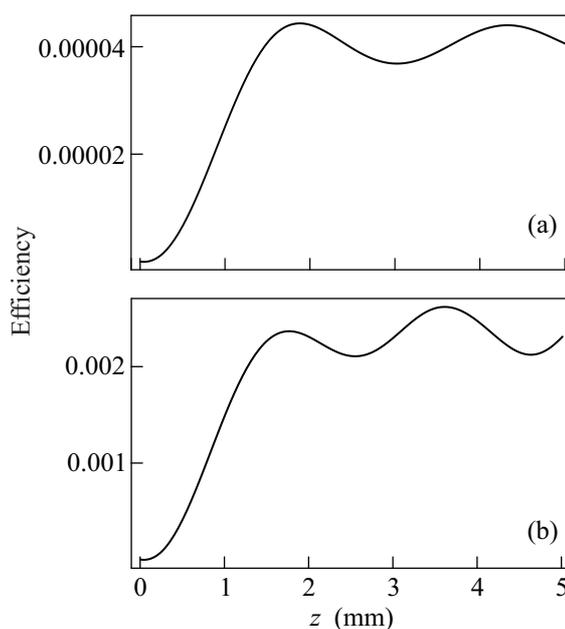


Рис.6. Эффективность генерации по энергии в арсениде галлия при нулевой (а) и ненулевой (б) величинах ПДМ

стройкой от резонанса вследствие смещения частоты оптического импульса в красную область в результате саморассеяния и самомодуляции. В процессе генерации можно выделить две стадии: переходную и асимптотическую. В ходе последней возможно формирование оптико-терагерцовых солитонов.

Основным параметром, входящим в условие ДКС в режиме самоиндуцированной прозрачности и позволяющим регулировать частоту получаемого терагерцового сигнала, является не частота импульса накачки, а его временная длительность. Таким образом, принципиальных ограничений на выбор частоты двухуровневых переходов не существует.

В качестве примесей весьма перспективно использовать органические молекулы и несимметричные наноструктуры, такие как квантовые точки и нанокристаллы, обладающие большими величинами дипольных моментов. Преимуществом наноструктур является возможность регулировать оптические свойства подбором формы и геометрии.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект #09-02-00503а). Один из авторов (А.Н.Б.) благодарит за финансовую поддержку фонд некоммерческих программ "Династия".

1. P. H. Siegel, IEEE Trans. Microwave Theory Tech. **250**, 910 (2002).
2. G. Kh. Kitaeva, Laser Phys. Lett. **5**, 559 (2008).

3. D. H. Auston, A. M. Glass, and A. A. Ballman, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 897 (1972).
4. P. Gaal et al., *Phys. Rev. Lett.* **96**, 187402 (2006).
5. J. J. Carey et al., *Appl. Phys. Lett.* **81**, 4335 (2002).
6. G. I. Groma et al., *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **105**, 6888 (2008).
7. H. Vogt, *Phys. Rev. B* **58**, 9916 (1998).
8. D. Porschke, *Biophysical Journal* **70**, 1603-1608 (1996).
9. W. Yang, S. Gong, R. Li, and Z. Xu, *Phys. Rev. A* **74**, 013407 (2006).
10. M. Kočinac, Z. Iconić, and V. Milanović, *Optics Commun.* **140**, 89 (1997).
11. Li Liang-shi and A. P. Alivisatos, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 097402(2003).
12. У. А. Абдуллин, Г. А. Ляхов, О. В. Руденко, А. С. Чиркин, *ЖЭТФ* **66**, 1295 (1974).
13. Д. А. Багдасарян, А. О. Макарян, П. С. Погосян, *Письма в ЖЭТФ* **37**, 498 (1983).
14. D. H. Auston, K. P. Cheung, J. A. Valdmanis, and D. A. Kleinman, *Phys. Rev. Lett.* **53**, 1555 (1984).
15. J. Hebling, G. Almási, and I. Z. Kozma, *Optics Express* **10**, 1161 (2002).
16. A. G. Stepanov et al., *Opt. Express*, **13**, 5762 (2005).
17. Y.-S. Lee, T. Meade, M. DeCamp et al., *Appl. Phys. Lett.* **77**, 1244 (2000).
18. A. N. Bugay and S. V. Sazonov, *Phys. Lett. A* **374**, 1093 (2010).
19. S. L. McCall and E. L. Hahn, *Phys. Rev.* **183**, 457 (1969).
20. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, Cambridge University Press, 1999.
21. P. J. Caudrey, J. C. Eilbeck, J. D. Gibbon, and R. K. Bullough, *J. Phys. A.: Math. Nucl. Gen.* **6**, L53 (1973).
22. D. N. Nikogosyan, *Nonlinear Optical Crystals: A Complete Survey*, Springer, New York, 2005.
23. С. В. Сазонов, А. Ф. Соболевский, *Квант. Электрон.* **35**, 1019 (2005).
24. А. Н. Бугай, С. В. Сазонов, *Письма в ЖЭТФ* **87**, 470 (2008).
25. T. Hattori and K. Takeuchi, *Optics Express* **15**, 8076 (2007).
26. А. Г. Степанов, А. А. Мельников, В. О. Компанец, С. В. Чекалин, *Письма в ЖЭТФ* **85**, 279 (2007).
27. С. В. Сазонов, Н. В. Устинов, *ЖЭТФ* **127**, 289 (2005).
28. M. Nagaia et al., *Appl. Phys. Lett.* **85**, 3974 (2004).