МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В. ЛОМОНОСОВА ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Андрианов Тимофей Андреевич

Спиновый транспорт в магнитных многослойных наноструктурах сложной конфигурации

Специальность 01.04.11— «Физика магнитных явлений»

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

> Научный руководитель: доктор физико-математических наук профессор Ведяев А. В.

Оглавление

		(Стр.
Введе	ние.		5
Глава	1. Ли	тературный обзор	12
1.1	Спин-	поляризованный транспорт и магниторезистивные эффекты	12
	1.1.1	Гигантское магнитосопротивление. Экспериментальные и	
		теоретические основы	12
	1.1.2	Эффект переноса спинового вращательного момента.	
		Перемагничивание многослойных структур с помощью	
		эффекта переноса спинового вращательного момента	18
	1.1.3	Неколлинеарный спиновый транспорт в магнитных	
		многослойных структурах	20
1.2	Спинс	эвая инжекция и спиновая поляризация. Измерение	
	спино	вой аккумуляции и получение чистого спинового тока	22
1.3	Спиновый эффект Холла		
	1.3.1	Предпосылки и экспериментальное открытие спинового	
		эффекта Холла	25
	1.3.2	Теоретические основы спинового эффекта Холла	29
	1.3.3	Применение латеральных спин-вентильных структур в	
		экспериментальном изучении спинового эффекта Холла .	36
Глава	2. Ана	алитическое исследование зависимости спинового	
	тра	нспорта в двумерной латеральной спин-вентильной	
	стр	уктуре от ширины спинового канала	42
2.1	Введе	ние	42
2.2	Поста	новка задачи	43
2.3	Анали	итический расчёт распределения спиновой аккумуляции и	
	навед	ённого падения напряжения в двумерной ЛСВС	45
2.4	Заклю	очение	55

Глава	3. Аналитическое и численное исследование зависимости		
	спинового транспорта в латеральной спин-вентильной		
	структуре с учётом наличия спинового эффекта Холла	56	
3.1	Введение	56	
3.2	Постановка задачи	58	
3.3	Аналитическое исследование зависимости спинового транспорта		
	в латеральной спин-вентильной структуре с учётом наличия		
	спинового эффекта Холла	61	
3.4	Численное исследование зависимости спинового транспорта в		
	латеральной спин-вентильной структуре с учётом наличия		
	спинового эффекта Холла	65	
3.5	Заключение	76	
Trana	4 II		
глава	4. численный расчет спинового вращающего момента,		
	наведенного спиновым эффектом долла в		
4 1	Двухслоиной структуре CuPt/Fe	((
4.1	Введение	((
4.2	Постановка задачи	(8	
4.3	Численный расчет спинового вращающего момента, наведенного	0.0	
	спиновым эффектом Холла	80	
4.4	Заключение	84	
Глава	5. Численное исследование спинового транспорта в		
	спин-вентильной системе с проводящими наноканалами	85	
5.1	Введение и постановка задачи	85	
5.2	Численное исследование спинового транспорта в		
	спин-вентильной системе с проводящими наноканалами.		
	Сравнение моделей Леви-Ферта и Вайнталя	88	
5.3	Заключение	91	
Основі	ные результаты и выводы	92	
Списон	к сокращений и условных обозначений	94	
Список литературы 9			

Прилоз	кение А. Подробный аналитический расчёт уравнений				
	спинового транспорта в латеральной				
	спин-вентильной структуре без СЭХ				
Приложение Б. Подробный аналитический расчёт напряжения, возникающего за счёт ОСЭХ в латеральной спин-вентильной структуре в одномерном					
	приближении				
Б.1	Случай, когда намагниченности направлены вдоль оси х 123				
Б.2	Случай, когда намагниченности направлены вдоль оси z 131				

Стр.

Введение

В XXI веке человечество окончательно вступило в эру компьютеров и информационных технологий. Если в конце XX века персональный компьютер был скорее роскошью, то в XXI веке наличие этого устройства является уже жизненной необходимостью. Появление «умных» телефонов, ноутбуков и других гаджетов (gadget (англ.) - приспособление, устройство), перевод всевозможной информации в цифровой вид продолжило курс на «цифровизацию» человечества, сформировав при этом ежегодно растущий спрос на увеличение вычислительных мощностей и доступный объём данных, который можно хранить. Всё это неизбежно привело к необходимости инициирования исследований, направленных на удовлетворение растущих потребностей рынка.

Спинтроника — сравнительно молодая и динамично развивающаяся область науки, которую многие называют будущим классической электроники. Основная идея спинтроники заключается в том, что помимо такой фундаментальной характеристики как заряд электрона учитывается ещё и его спин. Эффект гигантского магнитосопротивления (ГМС), открытый в 1988 году [1; 2], принято считать отправной точкой, с которой началась спинтроника. Полученные результаты были настолько впечатляющими, что смогли восстановить интерес и к туннельному магнитосопротивлению (ТМС), который был открыт даже раньше [3], но в виду того, что не удавалось получить значительного эффекта при комнатных температурах интерес к нему быстро пропал. Следующим важным шагом в развитии спинтроники является открытие эффекта переноса спина [4; 5]. При протекании спин-поляризованного тока через ферромагнетик помимо переноса заряда также происходит и перенос спиновой поляризации. Это, в свою очередь, можно интерпретировать как действие вращательного момента со стороны спин-поляризованных зарядов на намагниченность ферромагнетика, который называют спиновым вращательным моментом. Стоит отметить, что под спином подразумевается момент количества движения, а под вращательным моментом – момент силы. Действие спинового вращательного момента может привести, в том числе, к магнитному переключению ферромагнетика. Данный эффект стал активно использоваться для перемагничивания ячеек магнитной памяти MRAM (Magnetoresistive Random Access Memory), так как имеет ряд преимуществ перед перемагничиванием ячеек MRAM внешним

полем. MRAM — это принципиально новый тип оперативной памяти, которая в отличие от своего полупроводникового предшественника является энергонезависимой. Кроме того, в процессе записи-считывания информации потребляет существенно меньше энергии, что является очень важным для устройств, постоянно работающих от аккумуляторов. В последующем, также была установлена возможность генерации напряжения в ферромагнетиках с нестационарной намагниченностью, где важным условием возникновения подобного напряжения является неколлинеарность распределения намагниченности в структуре [6]. И, наконец, активные исследования спинового эффекта Холла (СЭХ) в последние 10 лет открыли дополнительные возможности развития спинтроники [7—11]. В частности, влияние СЭХ можно использовать для увеличения нелокального спинового сигнала, то есть падения напряжения, пропорционального неравновесной спиновой аккумуляции, снимаемого в той части системы, где отсутствует электрический ток, а также спинового вращательного момента [12—14].

Одной из важных задач спинтроники последних десятилетий было получение и детектирование, так называемого, чистого спинового сигнала. Эту задачу удалось решить с помощью изменения геометрии исследуемых многослойных магнитных систем. В частности, путём перехода от квазиодномерных многослойных структур, в которых наблюдаемые величины зависят только от одной координаты, к структурам более сложной конфигурации. Одни из таких структур получили название латеральных [15]. Латеральные спин-вентильные структуры впервые позволили получить спиновый ток отдельно от электрического, то есть чистый спиновый ток. Важность такой конверсии трудно переоценить, ведь в отсутствие переноса заряда также не выделяется джоулевское тепло, что очень критично для наноразмерных спинтронных устройств. Всё это свидетельствует о том, что геометрия играет одну из ключевых ролей в спин-зависящем транспорте.

Для теоретического описания эффекта ГМС в магнитных многослойных наноструктурах используется как квазиклассический (диффузный) подход, основанный на решении кинетического уравнения Больцмана [16], так и баллистический (квантовый), позволяющий выявить квазиклассический предел и учесть квантовые размерные эффекты [17]. Физической основой эффекта ГМС является спин-зависящее рассеяние электронов проводимости в объёме ферромагнитных материалов и на интерфейсах (поверхностях раздела) слоёв. Несмотря на то, что квантовый подход даёт более аккуратный результат и позволяет учесть размерные квантовые эффекты, в исследуемых в настоящей работе структурах, достаточно квазиклассического подхода для описания спинового транспорта и определения его ключевых параметров.

Такие исследования способны дать достаточно полную информацию о спиновом транспорте той или иной системы, а также провести хорошую качественную и количественную оценку наблюдаемых эффектов.

Цель работы.

Теоретическое изучение спинового транспорта в магнитных многослойных наноструктурах сложной конфигурации в рамках квазиклассической спин-диффузионной модели как при наличии, так и в отсутствие спинового эффекта Холла в системе.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

- Аналитическое исследование влияния ширины спинового канала двумерной латеральной спин-вентильной структуры на спиновый транспорт в этой структуре.
- 2. Проведение как численного, так и аналитического исследования спинового транспорта в латеральной спин-вентильной структуре с учётом наличия в ней спинового эффекта Холла.
- Численный расчёт спинового вращательного момента, наведённого спиновым эффектом Холла и действующего на ферромагнитный металл, в двухслойной магнитной структуре парамагнетик/ферромагнетик.
- 4. Проведение численного анализа уравнений спинового транспорта в спин-вентильной структуре при наличии проводящих наноканалов в разделительном диэлектрическом слое.

Основные положения, выносимые на защиту:

- 1. Величина нелокального падения напряжения, получаемого в латеральной спин-вентильной структуре зависит не только от длины спин-проводящего канала, но и от его ширины в масштабе длин порядка спин-диффузионной длины l_{sf} , при этом затухание спинового тока происходит быстрее при параллельной ориентации намагниченностей слоёв спин-вентиля, чем при их антипараллельной ориентации.
- 2. Холловская разность потенциалов, возникающая за счёт обратного спинового эффекта Холла в спин-проводящем канале латеральной спин-вентильной структуры, зависит от направления намагниченности

в ферромагнетике-анализаторе, что позволяет использовать подобную структуру в качестве датчика магнитного поля.

- Наличие спинового эффекта Холла в парамагнитном слое магнитной двухслойной структуры парамагнетик/ферромагнетик приводит к возникновению наведённого спинового вращательного момента способного изменить направление намагниченности ферромагнетика, в том числе полностью перемагнитить его.
- 4. Наличие проводящих наноканалов в разделительном диэлектрическом слое спин-вентильной структуры приводит к неоднородности распределения спиновых токов, проявляющейся в возникновении вихревых спиновых токов, и к изменению величины магнитосопротивления в структуре.

Научная новизна:

В работе показано, что в магнитных многослойных наноструктурах с особой геометрией появляются уникальные свойства, имеющие как фундаментальную, так и практическую ценность.

Впервые проведён анализ спинового транспорта в двумерной латеральной спин-вентильной структуре в рамках квазиклассической спин-диффузионной модели. Выявлено влияние ширины спин-проводящего канала на величину нелокального падения напряжения, снимаемого вдоль ферромагнитного слоя анализатора. Установлено, что при антипараллельной ориентации намагниченностей ферромагнитных слоёв спин-вентиля затухание спинового тока происходит медленнее, чем при их параллельной ориентации, что приводит к большей величине выходного нелокального сигнала.

Впервые проведён аналитический и численный анализ спинового транспорта в латеральной спин-вентильной структуре при наличии спинового эффекта Холла (СЭХ) в спин-проводящем канале в рамках расширенной квазиклассической спин-диффузионной модели, позволяющей учесть СЭХ. Было установлено, что наличие СЭХ в спин-проводящем канале приводит к возникновению поперечной холловской разности потенциалов, зависящей от направления намагниченности ферромагнитного электрода-анализатора. Показана хорошая согласованность численных и аналитических результатов, на основе которых сделан вывод, что получаемая модуляция выходного сигнала может служить фундаментом для создания нового магнитного сенсора. На свойствами, которую впоследствие можно реально изготовить и использовать в качестве чувствительной части головок чтения и записи жёстких дисков компьютеров.

В рамках расширенной квазиклассической спин-диффузионной модели, позволяющей учесть СЭХ, впервые численно показано, что при прохождении электрического тока через двухслойную магнитную структуру парамагнетик/ ферромагнетик, в которой парамагнетик обладает СЭХ, появляется спиновый вращательный момент, наведённый СЭХ. Величины спинового вращательного момента достаточно для того, чтобы изменить направление намагниченности ферромагнетика и даже полностью перемагнитить его. Полученные данные согласуются с экспериментальными.

Впервые выполнено сравнение численных исследований спинового транспорта в рамках квазиклассических спин-диффузионных моделей Вайнталя и Леви-Ферта. Было установлено, что обе модели дают одинаковое значение эффекта ГМС в структуре, однако модель Вайнталя даёт более точное описание угловой зависимости эффекта ГМС. Установлено, что наличие проводящих наноканалов в виде тонких спин-вентилей в магнитной многослойной наноструктуре приводит к неоднородным распределениям спиновых токов в системе. В частности, возможно появление вихревых спиновых токов. Была выявлена геометрия, при которой наблюдается значительное увеличение эффекта ГМС.

Достоверность

Достоверность полученных результатов обеспечивается согласованностью численных и аналитических расчётов, а также экспериментальных результатов. Численное моделирование проводилось с помощью метода конечных элементов, реализованного на базе лицензионного пакета программ Comsol Multiphysics 3.5a (R). Результаты исследований опубликованы в индексируемых журналах и апробированы на специализированных международных конференциях.

Практическая значимость

По результатам исследований был предложен новый тип датчика магнитного поля. Были описаны основные характеристики, которыми он должен обладать, а также его принципиальная схема пригодная для изготовления. Было обсуждено какие дополнительные исследования необходимо сделать, чтобы подтвердить эффективность подобного датчика. С помощью численных расчётов показана возможность управления магнитной конфигурацией двухслойной структуры за счёт возникающего спинового вращательного момента при прохождении электрического тока, если в парамагнитной части двухслойной структуры присутствует СЭХ. Полученные результаты подтверждают представленные ранее экспериментальные данные.

Результаты проведённых исследований имеют также и фундаментальный интерес. В частности, результат сравнения и анализа численного исследования спинового транспорта в спин-вентильных структурах с проводящими наноканалами показал, что модели Леви-Ферта и Вайнталя дают одинаковую величину эффекта ГМС, однако по-разному описывают его угловую зависимость. Наличие нескольких проводящих наноканалов в виде спин-вентильных контактов малого диаметра в магнитной многослойной наноструктуре приводит к существенному увеличению ГМС относительно структуры, в которой используется один спин-вентильный контакт эквивалентного суммарного диаметра.

Апробация работы.

Основные результаты работы докладывались в виде стендовых докладов на следующих международных российских конференциях: Moscow International Symposium on Magnetism (MISM 2014), Moscow, Russia; XXII Международный симпозиум «Нанофизика и наноэлектроника», Нижний Новгород, Россия, 2017; Moscow International Symposium on Magnetism (MISM 2017), Moscow, Russia.

Публикации.

По теме диссертации опубликовано 4 статьи в международных журналах, рецензируемых по базе данных Scopus, 2 из которых также индексируются в Web of Science. Помимо этого, также были опубликованы 4 тезисов докладов в сборниках конференций. Список публикаций приведён в конце диссертации.

Личный вклад.

Все представленные в диссертации результаты были получены автором лично, либо при его непосредственном участии. Постановка цели исследования и формулировка задач были проведены автором совместно с научным руководителем. Все аналитические и численные расчёты были проведены автором лично. Разработка и обсуждение датчика магнитного поля, предложенного в одной из работ, проведено автором работы совместно с соавторами публикаций. 4 статьи написаны, в основном, автором работы с учётом дополнений и правок соавторов публикаций. Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав с основными результатами и выводами, списка сокращений и условных обозначений, списка литературы и двух приложений. Полный объём диссертации составляет 137 страниц, включая 32 рисунка. Список литературы содержит 148 наименований.

Глава 1. Литературный обзор

1.1 Спин-поляризованный транспорт и магниторезистивные эффекты

1.1.1 Гигантское магнитосопротивление. Экспериментальные и теоретические основы

Одними из фундаментальных работ, положивших начало пониманию процессов, связанных со спин-поляризованным транспортом являются работы Мотта [18; 19]. В своих работах Мотт пытался выяснить причину необычного поведения сопротивления в ферромагнитных металлах. Он выявил, что при достаточно низких температурах, когда магнонное рассеяние исчезающе мало, электроны с проекцией спина параллельной и антипараллельной направлению намагниченности ферромагнетика не смешиваются в процессах рассеяния. Таким образом, проводимость может быть выражена в виде суммы двух независимых и неравных частей для двух различных проекций спина (спина «вверх» и спина «вниз»), что означает, что ток в ферромагнетиках является поляризованным по спину или спин-поляризованным. Впоследствие, данная модель была развита в работах Кэмпбелла и Ферта [20]. Ключевыми предпосылками к экспериментальному открытию эффекта гигантского магнетосопротивления (ГМС) стали эксперименты, связанные с туннельным магнетосопротивлением (ТМС). Первым эффект ТМС в контактах ферромагнетик/диэлектрик/ферромагнетик (ФМ/ДЭ/ФМ) был измерен Жюльером [3] в 1975 году. Однако открытие Жюльера не привлекло к себе пристального внимания, так как эффект был получен при температуре 4.2 К, а значения ТМС при комнатной температуре были не значительными, но эксперименты по изучению спинового транспорта в структурах, включающих также в себя сверхпроводники и полупроводники продолжались. Дальнейшие эксперименты привели к открытию одного из наиболее важных эффектов, который, фактически, положил начало новой области исследований, которая называется спинтроникой.

В 1988 году был открыт эффект гигантского магнетоспротивления (ГМС) [1; 2]. Эффект был открыт на сверхрешётках типа (001)Fe/(001)Cr. Основная идея эксперимента заключалась в подборе такой толщины слабомагнитного (Cr) слоя, чтобы взаимодействие между соседними ФМ (Fe) слоями было антиферромагнитным (АФМ), и, как следствие, основным состоянием такой многослойной структуры являлась антипараллельная ориентация магнитных моментов в соседних ферромагнитных слоях, между которыми существует обменное взаимодействие [21]. Тогда при воздействии внешнего магнитного поля, ориентация магнитных моментов в ФМ слоях может быть изменена на параллельную, что приводит существенному изменению сопротивления всей структуры (Рис. 1.1). Впоследствие, эффект ГМС был обнаружен в большом количестве многослойных структур различного состава. В частности, особенно пристальное внимание привлекли трёхслойные структуры, в которых два несвязанных ФМ слоя разделены диэлектриком или парамагнитным металлом. Общее сопротивление такой структуры зависит от взамной ориентации намагниченностей ФМ слоёв. Такие структуры впоследствии были названы спин-вентилями, а эффект изменения сопротивления путём управления ориентацией намагниченностей ΦM слоёв такой трёхслойной структуры — «эффектом спинового вентиля» [22].

ГМС структуры обычно классифицируют по тому, в каком направлении через них проходит электрический ток. Если ток проходит вдоль слоёв структуры, то такая геометрия называется «ток в плоскости» (ТВП). Если ток проходит перпендикулярно слоям структуры, то такая геометрия называется «ток перпендикулярен плоскости» (ТПП). Эксперимент, проведённый Байбичем и др. [1] производился как раз для ТВП геометрии. В качестве объяснения причины такого возрастания сопротивления было названо явление спин-зависящего рассеяния электронов. Данная идея сразу была подхвачена Кэмли и др. [23], которые произвели теоретический расчёт результатов, полученных экспериментально в [1], в квазиклассическом приближении с учётом спин-зависящего рассеяния как на границах между слоями (интерфейсах), так и в объёме структуры. Однако квазиклассический подход не учитывает влияние шероховатости интерфейса на рассеяние, поэтому Леви и др. [17] применили квантовый подход к решению данной проблемы. Авторы также указали на то, что описывать эффект ГМС в геометрии ТВП сложнее, чем в геометрии ТПП, так как в ТПП геометрии можно просто последовательно складывать сопротивления слоёв и



Рисунок 1.1 — Магнитосопротивление трёх сверхрешёток Fe/Cr, различающихся толщиной слоя хрома при температуре 4.2 К. Внешнее поле и ток направлены вдоль одной и той же оси [110] параллельно слоям образцов [1].

границ между ними, в то время как в ТВП геометрии необходимо оперировать проводимостями и брать обратную величину для получения ТВП-ГМС, учитывать, так называемые, размерные эффекты. Также авторы указали, что эффект ТПП-ГМС должен быть больше или равен величине ТВП-ГМС.

Измерение величины эффекта ГМС в геометрии ТПП при температуре 4.2 К впервые произвёл Пратт и др. [24]. Основной результат его работы заключается в получении величины эффекта ТПП-ГМС в 3-10 большего, чем эффект ТВП-ГМС для тех же самых структур. Ли и др. посчитали величину эффекта ТПП-ГМС в рамках двухтоковой модели [25], суть которой заключается в расчёте общего сопротивления структуры в виде последовательно соединённых интерфейсных и объёмных сопротивлений для каждого спинового канала. Другая модель ТПП-ГМС была предложена Джонсоном [26], где в качестве объяснения используется концепция «спин-связанного интерфейсного сопротивления» [27—29]. Суть этой идеи заключается в следующем: электрический ток, проходящий через ферромагнетик поляризуется по спину, что приводит к образованию неравновесной спиновой аккумуляции на границе (интерфейсе) со слабомагнитным металлом. Явление спиновой аккумуляции представляет собой расщепление энергии Ферми (химического потенциала) электронов с различным направлением спина на границе ферромагнитного и слабомагнитного вещества. Эта спиновая аккумуляция повлечет за собой дополнительное падение напряжения, пропорциональное плотности протекающего тока и величине, которая называется величиной «спин-связанного интерфейсного сопротивления». Подобное падение напряжения не наблюдается в ТВП геометрии, так как через интерфейсы структуры не проходит результирующий заряд и, как следствие, не возникает спиновой аккумуляции. В своей работе [26] Джонсон предположил, что спин-зависящее интерфейсное сопротивление (вычисленное для каждого отдельного интерфейса в многослойной структуре) на границе магнитного и слабомагнитного вещества является величиной аддитивной.

В 1993 году Валет и Ферт продолжили развитие теории ТПП-ГМС [16]. Авторы показали, что в пределе, когда толщины слоёв в многослойной структуре гораздо меньше спин-диффузионной длины (длина, которую проходит электрон, прежде чем его спин перевернётся), то предположение о том, что интерфейсное сопротивление является аддитивной величиной является, вообще говоря, неверным, так как спиновая аккумуляция на каждом последующем интерфейсе в структуре не является независимой и частично уравновешивает друг друга. Этот факт даёт немного другое поведение ТПП-ГМС, отличное от того, что получил Джонсон. Также было показано, что макроскопические уравнения, использованные в работах [26-29] априори нельзя использовать для расчёта эффекта, если толщина слоя в структуре становится сопоставимой со средней длиной свободного пробега электрона. Свои расчёты авторы производили на основе рассмотрения линеаризованного кинетического уравнения Больцмана в системе, состоящей из однодоменных ФМ слоёв, чередующихся с ПМ металлическими слоями. Ток течёт с заданной плотностью Ј перпендикулярно слоям структуры вдоль оси z. Анализ задачи ограничивался рассмотрением при низких температурах, так как в этом случае электрон-магнонное рассеяние с переворотом спина заморожено, в следствие чего процессы рассеяния с переворотом спина связаны в основном со спин-орбитальным взаимодействием

на дефектах или примесях, а также с обменным рассеянием электронов на примесных ионах, разбавленных в слабомагнитных слоях. Таким образом, задача состояла в поиске кинетической функции распределения $f_s(z,v)$ линеаризованного уравнения Больцмана:

$$v_{z}\frac{\partial f_{s}}{\partial z}(z,\mathbf{v}) - eE(z)v_{z}\frac{\partial f_{0}}{\partial \varepsilon}(v) =$$

$$= \int d^{3}v'\delta[\varepsilon(v') - \varepsilon(v)]P_{s}[z,\varepsilon(v)][f_{s}(z,\mathbf{v}') - f_{s}(z,\mathbf{v})] +$$

$$+ \int d^{3}v'\delta[\varepsilon(v') - \varepsilon(v)]P_{sf}[z,\varepsilon(v)][f_{-s}(z,\mathbf{v}') - f_{s}(z,\mathbf{v})], \qquad (1.1)$$

где e и $\varepsilon(v)$ – соответственно заряд и энергия электронов; E(z) – локальное электрическое поле; $P_s(z,\varepsilon)$ и $P_{sf}(z,\varepsilon)$ – вероятности рассеяния с сохранением направления спина и его переворота соответственно. Предполагается, что они изотропны в пространстве скоростей, вследствие чего $P_{sf}(z,\varepsilon)$ не переносит импульс между двумя спиновыми каналами; s и -s – направления спина относительно намагниченности ФМ слоя. Функция распределения $f_s(z,v)$ функции Ферми-Дирака ищется в виде $f^0(v)$ с учётом малых возмущений:

$$f_s(z, \mathbf{v}) = f^0(v) + \frac{\partial f^0}{\partial \varepsilon} \{ [\mu^0 - \mu_s(z)] + g_s(z, \mathbf{v}) \},$$
(1.2)

где µ₀ равновесное значение химического потенциала. Левая часть возмущения функции распределения электронов является изотропной и отражает явление спиновой аккумуляции, о котором ранее сообщалось в [28; 29]. Правая часть является анизотропной и по форме совпадает с тем, что было рассчитано ранее для ТВП геометрии [23]. Подставив (1.2) в (1.1), и произведя необходимые математические преобразования с учётом цилиндрической симметрии задачи, авторы получили следующую систему уравнений в пределе, когда спин-диффузионная длина гораздо больше средней длины свободного пробега электрона:

$$\frac{e}{\sigma_s}\frac{\partial J_s}{\partial z} = \frac{\bar{\mu}_s - \bar{\mu}_{-s}}{l_{sf}^2},\tag{1.3}$$

$$J_s = \frac{\sigma_s}{e} \frac{\partial \bar{\mu}_s}{\partial z}.$$
 (1.4)

где σ_s – проводимость электронов со спином s, J_s – плотность электрического тока со спином s, $\bar{\mu}_s$ и $\bar{\mu}_{-s}$ – электрохимические потенциалы электронов со спином s и -s, l_{sf} – спин-диффузионная длина. Первое уравнение системы показывает, что неравновесная спиновая аккумуляция релаксирует за счет процессов переворота спина (спин-флипа). Второе уравнение выражает закон Ома. В итоге Валет и Ферт перешли от уравнения Больцмана к макроскопической модели с использованием макроскопических коэффициентов транспорта – проводимости и спин-диффузионной длины. Значение данной работы трудно переоценить, так как впервые было показано, что параметр спин-диффузионной длины является определяющим, когда речь идёт о ТПП-ГМС, в то время, как в ТВП геометрии таким параметром является средняя длина свободного пробега [30]. В это же время начались первые исследования температурной зависимости ТПП-ГМС [31]. В дальнейшем, теория Валета и Ферта была обобщена для любой многослойной структуры [32]. Впоследствие, эффект ГМС был обнаружен в большом количестве многослойных структур различного составаа работа Жюльера впервые проиллюстрировала эффект, который будет в последствие назван «эффектом спинового вентиля» [22]. Данный эффект заключается в возможности изменения сопротивления структуры путём управления относительной ориентацией намагниченностей в ФМ слоях, разделённых диэлектриком или парамагнитным металлом.

1.1.2 Эффект переноса спинового вращательного момента. Перемагничивание многослойных структур с помощью эффекта переноса спинового вращательного момента

Все эксперименты по измерению эффекта ГМС, упомянутые в предыдущей секции проводились с помощью приложения внешнего магнитного поля, которое позволяло изменять относительную ориентацию намагниченностей ФМ слоёв и, тем самым, изменять сопротивление всей структуры. В 1996 году Джоном Слончевски [4] был предложен механизм, который также был описан в работе Берже [33], который позволяет управлять намагниченностью ФМ слоя без приложения внешнего магнитного поля, а только с помощью переноса спинового вращающего момента (его также называют эффектом спинового торка) спин-поляризованным током (Рис. 1.2).



Рисунок 1.2 — Концепция переноса спинового вращающего момента, предложенная Слончевски в 1996 году [34].

Идея механизма заключается в следующем. Спин-поляризованный ток формируется в первом магнитном слое F1 с поляризацией спина, ориентированной под углом по отношению к оси намагниченности второго слоя F2. Когда такой ток проходит через слой F2, обменное взаимодействие выстраивает его спиновую поляризацию вдоль оси намагниченности. Так как обменное взаимодействие сохраняет спин, поперечная компонента поляризации спина переходит от тока в полный спин слоя F2, что может быть также описано как действие спинового вращающего момента на F2. Это может привести либо к магнитному переключению слоя F2, либо в зависимости от условий эксперимента, к магнитным колебаниям в микроволновом диапазоне. Впервые идея переноса спина была подтверждена в экспериментах по спиновой инжекции через точечные контакты, проведённых Цоем [35] и др., но ясное понимание пришло позднее из измерений в магнитных трехслойных структурах с узкими проводящими каналами [36; 37]. Для узких проводящих каналов с электродами из ферромагнитного переходного металла типа кобальта или железа, плотность тока, необходимая для переключения составляет $10^6 - 10^7$ A/см², что слишком велико для практических приложений, и важной задачей является уменьшение этой плотности тока [38].

1.1.3 Неколлинеарный спиновый транспорт в магнитных многослойных структурах

Открытие эффекта переноса спинового вращательного момента, описанное в секции 1.1.2 инициировало работу по исследованию многослойных структур, в которых намагниченности ФМ слоёв находятся под углом друг к другу, то есть являются неколлинеарными. Угловая зависимость эффекта ГМС в рамках квантово-статистического формализма Кубо была рассмотрена в работах Ведяева и др. [39-41]. Основные выводы данной работы заключаются в том, что угловая зависимость ТПП-ГМС эффекта отклоняется от косинусоидального закона, что было обнаружено экспериментально в [42], по причине интерференции между когерентными волновыми функциями, соответствующих электронам со спином «вверх» и «вниз», с различающимися волновыми векторами k_F^{\uparrow} и k_F^{\downarrow} . Причём величина отклонения от косинусоидального закона пропорциональна $\Delta k = k_F^{\uparrow} - k_F^{\downarrow}$. В 2002 году Слончевски [5] рассмотрел симметричную трёхслойную структуру в виде двух ФМ, разделённых парамагнитным (ПМ) металлом в рамках двухтоковой модели, суть которой была описана в главе 1.1.1. В результате расчётов было получено следующее выражение для угловой зависимости сопротивления структуры:

$$R(\theta) = \frac{(R_+ + R_-)\sin^2(\theta/2) + 2AGR_+R_-\cos^2(\theta/2)}{2\sin^2(\theta/2) + AG(R_+ + R_-)\cos^2(\theta/2)},$$
(1.5)

где R_+ и R_- – сопротивления каналов для электронов со спином «вверх» и «вниз» соответственно, G – проводимость разделяющего ПМ контакта, A – площадь поперечного сечения структуры, θ – угол поворота вектора намагниченности одного из Φ M относительно намагниченности другого Φ M слоя.

Однако для интерпретации экспериментальных данных удобно использовать безразмерную величину сопротивления, определяемую выражением:

$$r = \frac{R(\theta) - R(0)}{R(\pi) - R(0)}.$$
(1.6)

При анализе и сравнении полученных экспериментальных данных очень часто определяют отклонения от линейности приведенного сопротивления r в зависимости от переменной $\cos^2(\theta/2)$. Данное отклонение определяется

параметром χ , который связан с приведенным сопротивлением следующим соотношением:

$$r = \frac{1 - \cos^2(\theta/2)}{1 + \chi \cos^2(\theta/2)}.$$
(1.7)

где $\chi = \frac{1}{2}[AG(R_+ + R_-)] - 1$. Пример данных отклонений показан на Рис. 1.3.



Рисунок 1.3 — Отклонения от линейности приведенного сопротивления *r* при различных значениях параметра **χ** [5].

Несмотря на то, что с момента открытия эффекта ГМС прошло уже почти 30 лет, исследования поведения данного эффекта в различных структурах, материалах и геометриях проводятся и по сей день в виду огромного коммерческого потенциала использования данного эффекта, который уже успешно реализовывается. Основное применение эффекта ГМС – это, прежде всего, магнитные сенсоры: от считывающих головок жёстких дисков до биосенсоров, способных детектировать вирусы [43—45]. Приведённые в предыдущих секциях работы, показывают, что физика эффекта достаточно хорошо понимается в наши дни, но когда дело касается деталей, то достаточно часто возникают расхождения между экспериментальными и теоретическими данными, что часто связано с более сложной геометрией, используемых в экспериментах устройств, по сравнению с тем, что использовалось для получения результатов, изображённых на Рис. 1.1 [46].

1.2 Спиновая инжекция и спиновая поляризация. Измерение спиновой аккумуляции и получение чистого спинового тока

Как уже было упомянуто ранее, явление спиновой аккумуляции было открыто до эффекта ГМС и является ключевым процессом при описании эффекта в ТПП геометрии, а открытие эффекта переноса спинового вращательного момента и установление того факта, что величина этого момента пропорциональна величине спиновой аккумуляции вдохновило ученых на исследование этого явления в различных структурах, так как это открывает широкие перспективы в развитии спинтронных устройств. В работе [47] Джонсон и др. впервые экспериментально измерили эффект спиновой аккумуляции в монокристаллическом алюминии при температурах до 77 К. Они наблюдали спиновую прецессию наведённой неравновесной намагниченности (спиновой аккумуляции), что возможно благодаря большим длинам спиновой релаксации (спин-флипа) >50 мкм. Основными проблемами при детектировании спинового тока является тот факт, что сигнал эффекта спиновой аккумуляции может быть искажен и даже скрыт другими сопутствующими эффектами, присущими стандартным многослойным структурам. К таким эффектам относятся: анизотропное магнетосопротивление (АМС) и эффекты Холла. Также, при прохождении спин-поляризованного тока через структуру возникает джоулевское тепло, которое тоже вносит искажения в измерения. Для того, чтобы избежать появления нежелательных сигналов было предложено изолировать сигнал, получаемый от спинового тока, путём проведения измерений в латеральных спин-вентильных структурах, геометрия которых позволяет это делать не локально [48; 49]. Так появились латеральные спин-вентильные структуры (ЛСВС) с многополюсной геометрией (рис. 1.4). В эксперименте [49] использовались электроды из пермаллоя (Ру) для инжекции спин-поляризованного тока в крестообразный слой меди (Cu). Авторам удалось обнаружить чистые сигналы, свидетельствующие о наличии спиновой аккумуляции, как при температуре 4.2 К, так и при комнатной температуре. Ток входит в контакт Ру1 и выходит из контакта Си, в то время как напряжение измеряется между противоположным контактом Cu и вторым ФМ электродом Ру2 (см. рисунок 1.4). Изменение относительной намагниченности электродов Ру1 и Ру2 с параллельной на антипараллельную конфигурацию

приведёт к появлению сигнала только если плотности (электрохимические потенциалы) электронов со спином «вверх» и «вниз» в центре крестообразного слоя меди будут неравными. В параллельной конфигурации значение электрохимического потенциала в электроде Ру2 будет большим, а в антипараллельной конфигурации меньшим. Изменение конфигурации с параллельной на антипараллельную приведёт к тому, что разность потенциалов между Си и Ру2 будет увеличиваться, что означает увеличение сопротивления структуры.



Рисунок 1.4 — Схематическое представление ЛСВС, и нелокальный метод измерения, использовавшийся в эксперименте [49].

Позднее той же группой учёных был получен чистый спиновый сигнал при локальном измерении [50], но только при низких температурах и при наличии паразитных сигналов от AMC. В работах Кимуры и др. [51—53] использование дополнительного провода Ni-Fe позволило получить чистый спиновый сигнал при локальном измерении в латеральной спин-вентильной структуре при комнатной температуре, а также удалось выявить, что спиновый ток распределяется неоднородно в структуре. В дальнейшем Кимура и др. [54; 55] показали, что в латеральных спин-вентильных структурах, где может быть получен чистый спиновый ток отдельно от электрического тока, возможно магнитное переключение одного из ФМ слоёв за счёт торка, возникающего от спинового тока. Именно отделение спинового тока от электрического позволило обнаружить магнитное переключение спиновым торком, так как при этом исключается воздействие магнитного поля, возникающего за счёт прохождения электрического тока. Последующие экспериментальные работы привели к созданию латеральных структур с использованием очень тонких ФМ слоёв (так называемых пилларов). В данных структурах удалось получить более чёткий и больший по амплитуде сигнал спинового тока, по сравнению со стандартными ЛСВС [56].

1.3 Спиновый эффект Холла

1.3.1 Предпосылки и экспериментальное открытие спинового эффекта Холла

В данной главе будут рассмотрены теоретические и экспериментальные работы, которые привели к открытию спинового эффекта Холла (СЭХ) и обратного спинового эффекта Холла (ОСЭХ). Спиновый эффект Холла, заключающийся в возникновении спиновой аккумуляции на границах образца в направлении перпендикулярно протекающему электрическому току, был предсказан из феноменологических соображений ещё в 1971 году Дяьконовым и Перелем [7; 8]. В основе этих соображений лежал механизм рассеяния, предложенный в 1929 году Моттом (Рис. 5а) [57]. В своей работе Мотт предложил теоретическое описание и эксперимент с двойным рассеиванием неполяризованных пучков быстрых электронов на тяжелых ядрах в вакуумной камере. Идея эксперимента заключалась в следующем: электроны, рассеянные на первой мишени под большим углом (~ 90°), благодаря наличию спин-орбитального взаимодействия, приобретают поляризацию перпендикулярную плоскости рассеяния. Рассеивание уже поляризованного пучка на второй мишени, благодаря тому же спин-орбитальному взаимодействию, приводит к его асимметричному расщеплению, при чем асимметрия пропорциональна приобретенной от рассеивания на первой цели поляризации. По своей сути был описан СЭХ в нетвердотельной среде, а в 1971 году Дьяконов и Перель перенесли данную идею на твердотельные системы. В 1943 году [58] эксперимент Мотта был успешно реализован. Спиновый эффект Холла очень часто сравнивают с аномальным эффектом Холла (АЭХ), в виду схожести механизмов и природы двух данных эффектов, но в отличие от АЭХ, СЭХ можно наблюдать в слабомагнитных системах. Он позволяет индуцировать и контролировать спиновый ток в гибридных структурах без приложения внешнего магнитного поля и без дополнительных ФМ элементов в системе. Стоит отметить, что также выделяют и обратный эффект, который заключается в возникновении разности потенциалов в направлении, перпендикулярном протеканию спинового тока. Данный эффект носит название обратного спинового эффекта Холла (ОСЭХ).



Рисунок 1.5 — (а) Схематичное изображение гипотезы Мотта о двойном рассеянии [57]. (b) СЭХ-ОСЭХ аналог в Н-образной структуре, предложенной Ханкиевичем и др. [59]. (c) Структуры СЭХ (слева) и ОСЭХ (справа) соединенные между собой проводом для отсутствия прямой инжекции спинового тока, согласно идее Хирша [60].

Несмотря на то, что СЭХ был предсказан ещё в 1971 году, экспериментальное подтверждение он получил сравнительно недавно, равно как и ОСЭХ. Предпосылками к обнаружению СЭХ и ОСЭХ стали работы Хирша [60], а затем Жанга [61]. В своей работе Хирш предложил эксперимент по детектированию СЭХ и ОСЭХ по аналогии с детектированием обычного эффекта Холла (Рис.

5с). А именно, вместо того, чтобы рассматривать возникновение спинового тока перпендикулярно направлению прохождения электрического тока за счёт СЭХ, Хирш предложил сконцентрироваться на границах СЭХ образца. А именно, на границах происходит аккумуляция спинового тока, которая формирует неравновесную спиновую поляризацию противоположных знаков на двух противоположных границах. В слабомагнитых материалах неравновесная спиновая поляризация соответствует расщеплению химического потенциала электронов со спином «вверх» и со спином «вниз». Тогда если эти границы соединить, то градиент спин-зависящих химических потенциалов приведёт к созданию циркулирующего спинового тока, который затем можно зафиксировать с помощью сигнала, получающегося за счёт ОСЭХ от детектора, встроенного в замкнутую цепь спинового тока. Однако реализовать на практике такое устройство очень тяжело, так как спин-орбитальное взаимодействие, за счёт которого возникают эффекты СЭХ и ОСЭХ стремится к уменьшению времени жизни спина (направления его поляризации) и, следовательно, длины спин-флипа, а соединение двух частей устройства и толщина слоя, в котором возникает ненулевая спиновая аккумуляция, ведущая к протеканию спинового тока, должны быть короче длины спин-флипа. Хирш пришёл к идее данного эксперимента, исходя из того, что СЭХ возникает за счёт тех же механизмов, что и АЭХ без учёта рассеяния, связанного с переворотом спина. Позднее Жанг предложил модель с учётом диффузных процессов на основе кинетического уравнения Больцмана с учётом переворота спина. Несмотря на сложности с реализацией эксперимента Хирша, его работа приводит к пониманию ключевых различий между зарядовым и спиновым токами. Электрический ток непрерывен, в то время как его спиновая поляризация не сохраняется. В обычном зарядовом эффекте Холла, разница между электрохимическими потенциалами на границах определяет однородный зарядовый ток, который в равновесном состоянии течёт по замкнутой цепи. С другой стороны, в СЭХ спиновый ток в соединениях в устройстве Хирша неоднороден и не определяется разницей спин-зависящих химических потенциалов на левой и правой границе. Он определяется локальным градиентом спин-зависящих химических потенциалов, который исчезает (как и сам спиновый ток) через расстояние, определяемое временем жизни спина [62]. Идея Хирша также указывает на общую применимость ОСЭХ в качестве детектора. Несохраняющийся, неоднородный спиновый ток может протекать даже в незмакнутой

электрической цепи. Такой ток можно достаточно просто отделить от электрического и затем детектировать с помощью ОСЭХ. Более того, спиновый ток любого происхождения (не только в результате СЭХ) можно детектировать ОСЭХ. Именно поэтому детекторы чистого спинового тока на основе ОСЭХ стали стандартным измерительным средством [62]. Принимая во внимание, все трудности в реализации эксперимента Хирша, неудивительно, что СЭХ и ОСЭХ пробовали обнаружить и исследовать по отдельности. В 2004 году в экспериментальных работах [9; 10] было доложено об открытии СЭХ в полупроводниках. Эксперименты были проведены независимо друг от друга в полупроводниковых структурах, а сам эффект был детектирован оптическими методами. Внутренний режим СЭХ наблюдался в работе [10], в которой был сконструирован особый светодиод с двумерной системой дырок, в котором удалось детектировать спиновую поляризацию на противоположных краях. Внешний режим СЭХ наблюдался и был измерен в работе [9] в тонких пленках слабомагнитного полупроводника GaAs с помощью полярного эффекта Керра. Спиновая плотность на противоположных боковых поверхностях пленки имела противоположный знак, что свидетельствовало о наличии СЭХ. ОСЭХ был открыт немного позже в 2006 году. Эксперименты по обнаружению ОСЭХ провели сразу несколько групп учёных [63-65]. Однако, несмотря на всю важность упомянутых выше работ, реализация эксперимента, позволяющего наблюдать СЭХ и ОСЭХ одновременно, оставалась открытой. В 2004 году Ханкиевичем и др. [59] была предложена Н-образная микроструктура по аналогии с Моттовской структурой двойного рассеяния, но с твердотельной средой вместо вакуума (Рис. 5b). В части устройства, ответственной за СЭХ, неполяризованный электрический ток генерирует перпендикулярно направленный спиновый ток благодаря эффективной силе спин-орбитального взаимодействия, которая действует на заряды. Спиновый ток, инжектированный в другой участок структуры генерирует электрический ток посредством ОСЭХ или, в геометрии незамкнутой цепи, напряжение на концах участка. Впервые провести эксперимент с подобной структурой, изготовленной из золота, попытались Михайлович и др. [66], однако им не удалось зафиксировать значительный сигнал, который бы говорил об успешности эксперимента. И уже в 2010 году Брюне и др. [11] реализовали эксперимент с Н-образной полупроводниковой структурой.

1.3.2 Теоретические основы спинового эффекта Холла

Исторически сложилось, что все теории, описывающие СЭХ появились из многочисленных исследований механизмов возникновения АЭХ, что является вполне естественным явлением в виду схожести природы возникновения данных эффектов. Однако, главной особенностью, которая отличает СЭХ от АЭХ является то, что в большинстве случаев поляризация спина электрона не является сохраняющейся величиной в отличие от его заряда. В связи с этим все предположения и экспериментальные данные касательно СЭХ должны тщательно проверяться. В изначальных гипотезах, связанных с внешним СЭХ, данная проблема решалась путём записи феноменологических теорий, на основе спаренных спин-зарядовых дрейфо-диффузных уравнений, выведенных из соображений симметрии. Такой подход оправдывает себя в режиме слабого спин-орбитального взаимодействия [8; 60; 61]. Однако, в случае сильного спин-орбитального взаимодействия доминирующие эффекты когеренции внутреннего СЭХ становится очень сложно привязать к таким феноменологическим теориям. Это особенно заметно при описании эффекта в тяжелых переходных металлах. В последние десятилетия теория АЭХ развивалась именно за счёт режима сильного спин-орбитального взаимодействия. Выделяют три основных механизма, которые приводят к возникновению как АЭХ, так и СЭХ (ОСЭХ) в режиме сильного спин-орбитального взаимодействия: внутренний (intrinsic), асимметричного рассеяния (skew-scattering) и бокового смещения (side-jump) [67]. В рамках начальной теории АЭХ все три механизма были описаны с помощью несимметричного квазиклассического формализма, что не позволяло прямого применения полностью микроскопических вычислительных методов для расчета эффекта в реальных материалах. Позднее был реализован более систематический подход, целью которого было привести к согласию нетривиальные модели, которые использовали совершенно разные формализмы линейного отклика. Это привело к созданию более устоявшегося микроскопического описания механизмов, которое применимо к первопринципным компьютерным техникам расчёта сложных материалов [67-69]. Ниже, мы рассмотрим каждый механизм возникновения спин-зависящих эффектов Холла более подробно в отдельности.

Внутренний механизм

Среди всех трех указанных выше механизмов возникновения спин-зависящих эффектов Холла, вклад внутреннего механизма в общий эффект является наиболее простым в наблюдении экспериментально и наиболее полно исследованным теоретически. Существует прямая связь внутреннего вклада в эффект с квазиклассической теорией, согласно которой наведенная межзонная когерентность фиксируется аномальной скоростью, возникающей из фазы Берри в пространстве импульсов. Геометрическая, топологическая или фаза Берри – Панчаратнама – это фаза, набегающая при прохождении квантовомеханической системой замкнутой траектории в пространстве параметров, когда система подвержена циклическому адиабатическому возмущению [70; 71]. В рамках рассмотрения АЭХ, данный механизм был впервые описан Карплюсом и Люттингером [72], но его топологическая природа не была полностью осознанна до появления работ [73; 74], которые были мотивированы экспериментальной важностью АЭХ в ФМ полупроводниках, а также анализом соотношения между фазой Берри в пространстве импульсов и аномальными поперечными скоростями в квазиклассической теории транспорта [75; 76]. Внутренний вклад в спинхолловскую проводимость зависит только от зонной структуры идеального кристалла [77; 78]. Он возникает из неравновесной динамики блоховских электронов при их ускорении в электрическом поле, спин которых прецессирует из-за появляения индуцированного магнитного поля, которое зависит от импульса (Рис. 6).

Такая система описывается двумерным гамильтонианом Рашбы:

$$H = \frac{p^2}{2m} - \frac{\lambda}{\hbar} \boldsymbol{\sigma} \cdot (\hat{\boldsymbol{z}} \times \mathbf{p}), \qquad (1.8)$$

где $p = \hbar k$ – импульс электрона в двумерном пространстве, λ – константа взаимодействия Рашбы, σ – матрицы Паули, m – эффективная масса электрона, \hat{z} – единичный вектор, перпендикулярный плоскости двумерного электронного газа. В данном случае динамика спина электрона в присутствии зависимого от времени спин-орбитального взаимодействия описывается уравнением Блоха [77]:

$$\frac{\hbar d\hat{n}}{dt} = [\hat{n} \times \Delta(t)] + \alpha [\frac{\hbar d\hat{n}}{dt} \times \hat{n}], \qquad (1.9)$$



Рисунок 1.6 — (а) Модель равновесной спиновой текстуры в 2D системе со спин-орбитальным взаимодействием типа Рашбы со спинами (толстые стрелки), направленными перпендикулярно импульсу. (b) В присутствии электрического тока, направленного вдоль оси x, поверхность Ферми (окружность) смещается в том же направлении. При движении в пространстве имульсов на электроны воздействует дополнительное спин-орбитальное поле (тонкие стрелки). В качестве реакции на это неравновесное наведённое поле спины отклоняются вверх для импульсов $k_y > 0$ и вниз для $k_y < 0$, создавая при этом спиновый ток в *y*-направлении. (c) Модель равновесной спиновой текстуры в 2D системе со спин-орбитальным взаимодействием типа Рашбы в присутствии дополнительного обменного поля, нарушающего обратновременную симметрию, которое намного большего, чем спин-орбитальное поле. В равновесии все спины, в данном случае, сонаправлены с обменным полем. (d) Механизм реакции как в (b) формирует равномерную неравновесную спиновую поляризацию, выходящую за пределы плоскости [77; 79].

где \hat{n} – направление спина, α – малый коэффициент затухания. Решая уравнение (1.9) в приближении линейного отклика можно получить, что имеет место возникновение спинового тока в перпендикулярном направлении, который дается выражением:

$$j_{s,y} = \oint \frac{d^2 \mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2} \frac{\hbar n_{z,\mathbf{p}}}{2} \frac{p_y}{m} = \frac{-eE_x}{16\pi\lambda m} (p_{F+} - p_{F-}), \qquad (1.10)$$

где p_{F+} и p_{F-} – импульсы Ферми для спиновых уровней Рашбы «вверх» и «вниз» [77].

Рассмотренная выше структура Рашбы является иллюстративной для оценки вклада внутреннего механизма. Однако, для данного конкретного примера в больших диапазонах энергии Ферми, значение спинхолловской проводимости, обусловленной внутренним вкладом определяется как σ_{xy}^{H-int} = $-(e/\hbar)j_{s,y}/E_x = e^2/8\pi\hbar$. Данный вклад, в конечном итоге, нивелируется за счёт короткодействующего хаотичного рассеяния, так как индуцированный спиновый ток, пропорциональный движению спина, должен исчезать в стационарном состоянии [80; 81]. Стоит отметить, что утверждение выше справедливо для параболического линейного двумерного гамильтониана Рашбы, и не справедливо для гамильтонианов реальных систем со спин-орбитальным взаимодействием. Причина, по которой внутренний вклад является уникальным, заключается в том, что его можно достаточно точно оценить даже в материалах с относительно сложной зонной структурой, используя первопринципные методы расчёта. Во многих материалах, в которых зоны имеют сильное спин-орбитальное взаимодействие, вклад внутреннего механизма в СЭХ и АЭХ доминирует над другими вкладами [82; 83].

Механизм асимметричного рассеяния.

Вклад асимметричного рассеяния в величину СЭХ и АЭХ пропорционален времени жизни τ блоховского состояния, поэтому доминирует в почти идеальных кристаллах. Данный механизм является единственным вкладом в АЭХ и СЭХ, который появляется в теории транспорта Больцмана, где эффектами межзонной когерентности обычно пренебрегают. Механизм асимметричного рассеяния был впервые обнаружен в ФМ Смитом [84] и обуславливается в озникновением хиральности при неупорядоченном рассеянии на примесях в присутствии спин-орбитального взаимодействия. Хиральностью называется отсутствие симметрии относительно правой и левой стороны. Как известно, квазиклассическая теория Больцмана имеет своим постулатом принцип детального равновесия, который заключается в идентичности вероятностей перехода из состояния n в состояние m и наоборот. В приближении золотого правила Ферми, согласно которому вероятность перехода из состояния n в состояние m

$$W_{n \to n'} = (2\pi/\hbar) |\langle n|V|n' \rangle|^2 \delta(E_n - E_{n'}), \qquad (1.11)$$

с учётом, что V является возмущением, вызывающим переход, принцип детального равновесия сохраняется. Однако, в присутствии спин-орбитального взаимодействия как в гамильтониане идеального кристалла, так и в гамильтониане неупорядоченного кристалла правосторонняя, по отношению к направлению намагниченности, вероятность перехода отличается от соответствующей левосторонней вероятности перехода. При оценке скоростей перехода с помощью теории возмущений вклад хиральности появляется только в третьем порядке. В простых моделях, вклад асимметричности в вероятность перехода импульса из состояния k в k' очень часто имеет форму:

$$W^{A}_{kk'} \sim (\mathbf{k} \times \mathbf{k}') \cdot \mathbf{M}, \tag{1.12}$$

Подстановка данной асимметрии в уравнение Больцмана ведёт к получению тока, пропорционального продольному току, вызванному электрическим полем **E** и перпендикулярного как **E**, так и **M**, где **M** это направление намагниченности в случае АЭХ, и направление поляризации спинового тока в случае СЭХ. Соответствующие вклады в холловскую проводимость σ_{xy}^{H-skew} и проводимость σ_{xx} пропорциональны транспортной времени жизни τ . Поэтому спиновое или аномальное холловское сопротивление пропорционально продольному сопротивлению ρ_{xx} , когда данный вклад доминирует, так как $\rho_{xy}^{H-skew} \approx \sigma_{xy}^{H-skew} \rho_{xx^2} \sim \rho_{xx}$.

Для определения вклада асимметричного рассеяния в холловскую проводимость необходимо точное решение хиральной части интеграла столкновений уравнения Больцмана, однако на практике оценка вклада асимметричного рассеяния ограничивается только точностью характеристики его неупорядоченности [67]. В наиболее простых моделях вклад асимметричного рассеяния возникает только из спин-орбитального взаимодействия потенциала разупорядоченности. Это справедливо тогда, когда типичное уширение разупорядоченности больше, чем зонное расщепление из-за спин-орбитального взаимодействия. В системах с сильным зонным спин-орбитальным взаимодействием, например, в тяжёлых переходных металлах, рассмотрение спин-орбитального взаимодействия только в потенциале разупорядоченности было бы некорректным. Причиной является то, что сильный вклад в асимметричное рассеяние возникает также из рассеяния квазичастиц, связанных спин-орбитальным взаимодействием, на скалярном потенциале. Таким образом, спин-орбитальное взаимодействие потенциала разупорядоченности обычно сильно перенормируется близлежащими подзонами, чем нельзя пренебрегать в подобных материалах. Изучение механизма асимметричного рассеяния с первопринципной точки зрения было заложено в [85]. Дальнейшие исследования на основе первопринципной электронной структуры и уравнения Больцмана показали, что в системах Pt, Au и Pd с примесями Cr, Mn, Fe, Co и Ni имеется вклад в спинхолловский угол порядка одного процента [86; 87]. Дополнительный вклад в механизм асимметричного рассеяния может также возникнуть путём вариации спин-орбитального взаимодействия в реальном пространстве. Это возможно в некоторых полупроводниковых устройствах с двумерным спин-орбитальным взаимодействием типа Рашбы [88].

Механизм бокового смещения.

Зная как определяются вклады в полную проводимость СЭХ и АЭХ за счёт внутреннего механизма и асимметричного рассеяния, можно определить вклад за счёт механизма бокового смещения в виде разности полной проводимости и проводимости за счёт двух других вкладов. Такое определение было наиболее противоречивым в теории АЭХ, которое впоследствии перенеслось на теорию СЭХ. В квазиклассической теории возникновение подобного вклада может быть сформулировано следующим образом: при рассмотрении рассеяния гауссовского волнового пакета на сферической примеси со спин-орбитальным взаимодействием, волновой пакет с волновым вектором k испытает поперечное (боковое) смещение [84; 89; 90]. На ранних этапах центральным вопросом было то, как применить данную физику в рамках квазиклассического формализма Больцмана. Так как это невозможно сделать систематически, то это постоянно приводило к возникновению ошибок [67]. Наиболее распространенная из них заключается в предположении, что вклад за счёт механизма бокового смещения можно вычислить, принимая во внимание, только спин-орбитальное взаимодействие разупорядочивающего потенциала. Данный подход оправдывает себя только в системах со слабым спин-орбитальным взаимодействием [91; 92]. Однако, в системах с сильным спин-орбитальным взаимодействием всегда существует два источника бокового рассеяния: внешний и внутренний. Вклад за счёт внешнего бокового рассеяния возникает из рассеяния части волнового

пакета, которое не относится к спин-орбитальному, на спин-орбитально связанном потенциале разупорядочивания. Вклад внутреннего бокового рассеяния возникает за счёт рассеяния части волнового пакета блоховских электронов, который связан спин-орбитальным взаимодействием, на скалярном потенциале с отсутствующим спин-орбитальным взаимодействием. Оба вклада могут играть ключевую роль независимо друг от друга в различных кристаллических системах и в зависимости от типа рассеивающей примеси.

1.3.3 Применение латеральных спин-вентильных структур в экспериментальном изучении спинового эффекта Холла

С момента теоретического предсказания существования СЭХ до первых попыток обнаружить его экспериментально прошло почти 30 лет. Немаловажную роль в исследовании эффекта сыграло применение латеральных структур, с помощью которых удалось реализовать концепцию нелокального спинового транспорта впервые предложенную Джонсоном и Силсби в 1985 году [47]. Кратко об этом было упомянуто в главе 1.2 настоящей работы. В своей работе Джонсон и Силсби использовали структуру (Рис. 1.7), состоящую из парамагнитного металла (N) с двумя присоединёнными ФМ электродами (F1, F2).



Рисунок 1.7 — Структура для спинового детектирования нелокальным способом. (а) Схематичное изображение устройства. Инжектированный в F1 электрический ток *I* создаёт спиновую аккумуляцию в парамагнитном металле N, которая затем определяется в количественном выражении в виде напряжения *V*_{NL} на детекторе F2. (b) Схематичное представление спинового расщепления в виде электрохимического потенциала µ_N, наведённого спиновой инжекцией. Расщепление убывает на расстоянии спин-диффузионной длины вдоль N. (с) Поведение детектора для идеализированного стонеровского ФМ с полной спиновой подзоной для параллельной ориентации намагниченностей (верхний) и для антипараллельной ориентации намагниченностей (нижний) [62].
В данном устройстве спин-поляризованные электроны впрыскиваются из F1 в N, с помощью приложения тока I через F1, который приводит к появлению спиновой аккумуляции в N. Количество электронов со спином «вверх» в N увеличивается за счёт изменения электрохимического потенциала на $\delta \mu_N$, в то время как количество электронов со спином «вниз» уменьшается за счёт того же смещения на $-\delta\mu_N$. Абсолютное расщепление спиновой аккумуляции при этом соответствует величине 2*b*µ_N. Спиновая аккумуляция диффундирует в сторону от места инжекции и достигает детектора F2, на котором измеряется её локальная величина. Таким образом, спиновая аккумуляция может быть зафиксирована в виде напряжения V_{NL} , которое индуцируется в F2. Было замечено, что плотность поляризации в N или, что эквивалентно, неравновесная намагниченность, выступает в роли источника спиновой электродвижущей силы, которая приводит к появлению V_{NL}. Величина напряжения V_{NL} связана с $\delta\mu_N$, в то время как его знак определяется относительной ориентацией намагниченностей F1 и F2. Так как ток течёт по F1 через левую часть парамагнетика N и отсутствует в правой части N, где расположен детектор F2, то говорят, что детектирование неравновесной намагниченности производится нелокальным способом, потому что в месте детектирования электрический ток отсутствует и, таким образом, напряжение V_{NL} чувствительно только к перемещению спиновой плотности. Таким образом, нелокальный метод измерений исключает наличие нежелательных эффектов, связанных с зарядовым транспортом, таких как: анизотропное магнитосопротивление (АМС) или классический эффект Холла (ЭХ), которые могут скрывать едва уловимые сигналы, связанные со спиновой инжекцией. Данный подход широко использовался в последнее время и используется в настоящее время для изучения спинового транспорта в металлах, полуметаллах, полупроводниках, сверхпроводниках, углеродных нанотрубках и графене. Метод также используется для изучения свойств переноса спина вблизи ПМ/ФМ интерфейса.

Позднее данный метод применили для исследования ОСЭХ [64; 93]. Для этого использовалась структура (Рис. 1.8), в которой спин-поляризованный ток инжектировался через ФМ электрод в ПМ планку.

Этот ток распространяется в обе стороны от точки инжекции и убывает со скоростью спин-диффузионной длины. Благодаря ОСЭХ происходит конверсия инжектированного спинового тока в зарядовое неравновесие, которая



Рисунок 1.8 — Схематичное изображение структуры для получения чистого спинового тока за счёт обратного спинового эффекта Холла [62].

приводит к появлению наведенного напряжения V_{SH} , которое затем измеряется с помощью крестообразной структуры в перпендикулярном направлении. В оригинальном эксперименте использовалось два ФМ электрода с целью калибровки, которая была необходима, чтобы показать постоянство результатов метода. Такое устройство может быть использовано для измерения спиновой аккумуляции в ПМ планке, а затем для определения соответствующей спин-диффузионной длины, для измерения амплитуды спиновой поляризации инжектированных электронов и относительной ориентации намагниченностей ФМ электродов в присутствии внешнего поля (перпендикулярного ПМ подложке). При проведении эксперимента обычно используют серию образцов, в которых отличается расстояние между ФМ электродами, а также расстояние электрода F1 относительно крестообразной структуры, чтобы убедиться в постоянстве получаемых результатов. Эксперимент по обнаружению ОСЭХ в такой же геометрии был проведен Олейником и др. [94]. Подход, описанный выше позволяет достаточно просто и точно производить прямые измерения спин-диффузионной длины, однако он применим только для материалов с достаточно большой спин-диффузионной длиной (порядка десятков нанометров).

Для измерения более маленьких длин Кимура и др. [15] использовали похожий подход, но немного в другой структуре (Рис. 1.9), которая представляет собой крестообразную холловскую структуру, где материал поперечного плеча – это ПМ с большим спин-орбитальным взаимодействием и короткой спин-диффузионной длиной, который работает как поглотитель спинового тока, индуцируемого напряжением V_{SH} посредством ОСЭХ.



Рисунок 1.9 — (а) Схематичная иллюстрация структуры для измерения СЭХ и ОСЭХ нелокальным способом. (b) Схематичная иллюстрация процесса зарядовой аккумуляции в слое N2 (левая) за счёт ОСЭХ, когда спиновый ток инжектируется из F как показано на рисунке (а). Схематичная иллюстрация конверсии заряда в спиновый ток за счёт СЭХ, когда электрический ток приложен в N2. Данный процесс приводит к образованию спиновой аккумуляции, которая детектируется с помощью измерения напряжения на F [15].

Продольное плечо (N1), напротив, сделано из материала с большой спин-диффузионной длиной и по нему осуществляется транспорт спиновой информации между ФМ электродом (F) и плечом N2. Структура работает следующим образом. Электрический ток инжектируется из F в N1, который затем индуцирует спиновый ток по направлению N2, поляризованный в плоскости в направлении параллельно плечу N1. Когда расстояние между F и крестообразной структурой меньше, чем спин-диффузионная длина в N1, то спиновый ток начинает проникать в перпендикулярное плечо N2 из-за сильной спиновой релаксации

в N2. Инжектированный в N2 вертикальный спиновый ток исчезает на коротком расстоянии от N1-N2 интерфейса из-за маленькой спин-диффузионной длины N2 и создаёт напряжение в перпендикулярном направлении за счёт ОС-ЭХ. В качестве ΦM электрода (F) использовался пермаллой (Py), в качестве ПМ плеч использовались Cu (N1) и Pt (N2). Результаты эксперимента были объяснены с помощью одномерной модели, в которой предполагалось, что индуцированный спиновый ток на интерфейсе Cu - Pt абсолютно полностью поглощается плечом Pt, а также, что он был однородным вдоль всего вертикального направления. Дальнейшие работы были посвящены тому, чтобы убрать некоторые из упрощений, допущенных выше для качественной интерпретации результатов эксперимента. В частности, в работе [95] было установлено, что степень поглощения спинового тока может зависеть от геометрии структуры, а также температуры. Дополнительно было установлено, что спинхолловская проводимость является почти константой, если рассматривать её как функцию температуры. Это показывает, что спинхолловское сопротивление эволюционирует в виде квадратичной формы с сопротивлением Pt в анализируемом диапазоне температур, что ранее ассоциировалось с механизмом бокового смещения как основного механизма, лежащего в природе СЭХ. Однако, в работах [82; 96] было показано, что подобная зависимость сопротивления может быть ассоциирована с внутренним механизмом СЭХ. Позднее в работах [97; 98] был введён коэффициент коррекции, появление которого было обосновано тем фактом, что электрический ток, который индуцирует спиновый ток посредством СЭХ течёт не только через плечо N2, но также немного проникает в плечо N1, что приводит к поправкам в значении спинхолловской проводимости. Морота и др. [99] исследовали ОСЭХ и СЭХ в 4d и 5d переходных металлах, а исследование эффектов в структурах с примесями было проведено в работе [100]. Нелокальные методы измерения использовались для определения угла СЭХ в ряде других материалов, включая IrO_2 [101] и Bi [102].

Одним из самых интересных результатов экспериментов по изучению СЭХ является то, что с его помощью можно изменять направление намагниченности ФМ слоя, лежащего на ПМ слое с СЭХ. Впервые подобные эксперименты были проведены Мироном и др. [12] и Лью и др. [13]. Подобный результат возможно получить, благодаря большой плотности тока, проходящей через ПМ слой, а также большим значениям спинхолловской проводимости. В данных экспериментах необходимо использовать такую комбинацию ПМ/ФМ слоёв, при которой наведенное затухание из-за эффекта спиновой накачки является ничтожно малым. Эффект спиновой накачки обуславливается прецессией намагниченности в ФМ, за счёт чего на границе ФМ/ПМ двухслойной структуры возникает спиновый ток, который течёт в направлении от ФМ к ПМ и затухает на расстоянии спин-диффузионной длины [103—107]. Данный эффект является альтернативой диффузионного способа получения чистого спинового тока, который рассматривался раньше. В эксперименте Лью и др. в качестве ФМ использовалось соединение *CoFeB*, а в качестве ПМ с СЭХ использовался вид тантала, обладающего высоким сопротивлением ($\beta - Ta$). Вся структура с одной стороны имела большую спинхолловскую проводимость, а с другой стороны в *CoFeB* не наблюдалось увеличения затухания, индуцированного спиновой накачкой. Более того, благодаря большому сопротивлению слоя CoFeB, большая часть прикладываемого тока проталкивается в слой Та, где благодаря СЭХ производится спиновый ток. Мирон и др. в своих ранних экспериментах с ультратонкими ФМ слоями получали схожий результат [12; 108]. В первоначальной интерпретации полученных результатов СЭХ не рассматривался в качестве основного фактора, из-за которого происходит перемагничивание, однако детальный анализ, проведенный в работе [14] показал, что именно СЭХ даёт наибольший вклад в данный эффект. Результаты данных работ имеют огромное значение для спинтроники, так как предлагают совершенно новый механизм перемагничивания магнитных наноэлементов в спинтронных устройствах. Перемагничивание в данном случае не сопровождается протеканием электрического тока через ФМ слой, следовательно, отсутствуют побочные явления, связанные с выделением джоулевского тепла в ФМ слое. Более того, пропадает необходимость делать сложные многослойные туннельные структуры с опорным слоем, MgO барьером и т.п., что также приводит к уменьшению общей толщины структуры.

Глава 2. Аналитическое исследование зависимости спинового транспорта в двумерной латеральной спин-вентильной структуре от ширины спинового канала

2.1 Введение

Одним из наиболее эффективных способов получения чистого спинового тока является использование латеральных спин-вентильных структур (ЛСВС). Наиболее важными характеристиками в подобных диффузионных спинтронных устройствах являются спин-зависящие сопротивления и спин-диффузионные длины в обычных и ферромагнитных металлах. Они определяют пространственные изменения спиновой аккумуляции и спиновой поляризации в устройстве. Латеральные спин-вентили обеспечивают возможность экспериментального определения данных параметров. Эксперименты в различных типах ЛСВС были проведены в работах [55; 109]. В некоторых из них использовалось три ферромагнитных слоя: два для создания градиента спиновой аккумуляции, и ещё один вдоль спин проводящего канала для детектирования спинового тока. В этих экспериментах геометрия магнитных слоев и спинового канала выстроены таким образом, что весь спиновый транспорт в подобной структуре можно рассматривать в качестве одномерного. И, как следствие, результаты подобных экспериментов интерпретируются в рамках одномерной спин-диффузионной модели [56; 110; 111].

2.2 Постановка задачи



Рисунок 2.1 — Схема исследуемой латеральной спин-вентильной структуры. 1, 3 и 5 – ферромагнитные слои. 2 и 4 – парамагнитные слои. Намагниченность слоя 1 может быть сонаправлена с осью x ($\gamma = 0$) или противоположнонаправлена ей ($\gamma = \pi$). Электрический ток течёт вдоль оси x.

Выходное нелокальное напряжение измеряется вдоль границы слоя 5.

В отличие от работ, указанных в предыдущем параграфе, в данной главе исследуется ЛСВС, имеющая иную геометрию, с помощью которой можно осуществлять эффективную конверсию между зарядовым и спиновым токами. Схематичное представление исследуемой геометрии показано на Рис. 2.1. Структура имеет Т-образную форму каждое окончание которой имеет по одному ферромагнитному слою. Она состоит из ферромагнетиков 1 и 3, разделенных между собой парамагнитным слоем 2. Для удобства слои 3-2-1 в дальнейшем будут называться спин-вентильной частью латеральной структуры. В перпендикулярном направлении к разделителю 2 присоединён парамагнитный спин-проводящий канал 4, с другой стороны которого присоединен ферромагнитный слой 5, который в дальнейшем будем называть анализатором. Будем считать, что в подобной модели все составляющие 1-5 находятся в одной плоскости, имеют одинаковую толщину и абсолютно плоские интерфейсы на границе примыкающих слоёв. Как будет показано далее, спиновый транспорт в спинпроводящем канале уже не может рассматриваться как одномерный в подобной геометрии. Двумерный характер спинового транспорта в канале ведёт к значительной зависимости нелокального сигнала не только от длины спинового канала, что уже хорошо известно из одномерного случая, но и от его ширины в масштабе длин порядка спин-диффузионной длины l_{sf}. Результатом подобного двумерного характера является то, что затухание спинового тока, по мере его распространения вдоль канала, происходит быстрее в случае параллельной ориентации намагниченностей слоёв 1 и 3, чем при их антипараллельной ориентации. Данный эффект может быть использован для увеличения чувствительности устройств по измерению спиновых сигналов нелокальным способом к относительной ориентации намагниченностей 1 и 3. Стоит отметить, что численное моделирование спинового транспорта в трёхмерной модели было проведено в [112], однако в настоящей работе использован аналитический подход для рассмотрения поставленной задачи. Было рассчитано распределение спиновой аккумуляции и профиля наведённого падения напряжения для двумерной ЛСВС, изображённой на Рис. 2.1. Стоит отметить, что в данной и последующих главах рассматривается чисто классический эффект в диффузном режиме, связанный непосредственно с геометрией исследуемой структуры. Электрический ток, проходящий вдоль спин-вентильной части 3-2-1 латеральной структуры, приводит к появлению неравновесной спиновой аккумуляции в слое 2, которая пространственно зависит от координаты х. В результате, спиновый ток, инжектируемый из слоя 2 в спин-проводящий канал 4, также зависит от координаты х. В данной главе производится исследование того как влияет ширина D спин-проводящего канала 4 на эту зависимость в масштабах длин порядка спин-диффузионной длины парамагнитного слоя 4 $(l_{sf}^4 \approx 100 \text{ нм})$. Стоит отметить, что в данном диапазоне длин квантовыми размерными эффектами, которые пропорциональны величине параметра $1/(k_F D)$ (где k_F – волновой вектор Ферми, имеющий порядок 10 нм⁻¹), можно пренебречь [113]. Поэтому предложенный теоретический подход базируется на квазиклассическом кинетическом уравнении Больцмана, которое было преобразовано Валетом и Фертом в систему диффузных транспортных уравнений, описывающих спиновый транспорт в магнитных многослойных системах в ТПП геометрии [16].

2.3 Аналитический расчёт распределения спиновой аккумуляции и наведённого падения напряжения в двумерной ЛСВС

В спин-диффузионной теории зарядовый и спиновый токи в каждом слое имеют следующий вид:

$$j_e^i = -\sigma \frac{\partial}{\partial \xi_i} \varphi - \beta \frac{\sigma}{\nu} \sum_j M_j \frac{\partial}{\partial \xi_i} m_j, \qquad (2.1)$$

$$j_m^{ij} = -\sigma\beta M_j \frac{\partial}{\partial\xi_i} \varphi - \frac{\sigma}{\nu} \frac{\partial}{\partial\xi_i} m_j, \qquad (2.2)$$

где ξ_i – ось координат, σ – проводимость слоя, φ – потенциал, ν – плотность состояний электрона на уровне Ферми, \vec{M} – единичный вектор намагниченности слоя, \vec{m} – вектор спиновой аккумуляции. Заряд электрона мы положили равным единице (e = 1). Уравнения диффузии при этом выглядят следующим образом:

$$\sum_{i} \frac{\partial}{\partial \xi_{i}} j_{e}^{i} = 0, \qquad (2.3)$$

$$\sum_{i} \frac{\partial}{\partial \xi_{i}} j_{m}^{ij} = \frac{m_{j}}{\tau_{sf}}, \qquad (2.4)$$

где τ_{sf} – характерное время релаксационных процессов, связанных с переворотом спина. Переменные φ и \vec{m} зависят от двух координат $\xi_i = x, z$. В этом случае, предполагая условие нулевых электрического и спинового токов в перпендикулярном направлении к сторонам 4-го и 5-го слоёв, можно записать решение системы уравнений (2.3-2.4) или выражения для спиновой аккумуляции и потенциала в 4 и 5 слоях структуры:

$$m = \sum_{\kappa} [(a \sin \kappa x + b \cos \kappa x)e^{-kz} + (a' \sin \kappa x + b' \cos \kappa x)e^{kz}], \qquad (2.5)$$

$$\varphi = \sum_{\lambda} \left[(c \sin \lambda x + d \cos \lambda x) e^{-\lambda z} + (c' \sin \lambda x + d' \cos \lambda x) e^{\lambda z} \right] - \beta \frac{m}{\nu}, \qquad (2.6)$$

где $k^2 = 1/l^2 + \kappa^2$, l – спин-диффузионная длина в соответствующем слое, $\kappa = \lambda = \pi n/D, n = 0, 1, \ldots$. Неизвестные коэффициенты могут быть найдены

из условий неразрывности токов. Решением для потенциала *φ* в слое 5 является следующее выражение (подробный аналитический расчёт представлен в Приложении A):

$$\varphi_{5} = \sum_{n} \frac{\tilde{m}_{2}^{n}}{\mathfrak{D}} \left[\frac{\cosh \frac{\pi n}{D} (L_{5} - z)}{\sinh \frac{\pi n}{D} (L_{5} - L_{4})} \frac{\sigma_{4}^{2} k_{4} \beta_{5}}{\mathbf{v}_{4} \mathbf{v}_{5} \sigma_{5}} \cosh \frac{\pi n}{D} L_{4} - \frac{\cosh k_{5} (L_{5} - z)}{\cosh k_{5} (L_{5} - L_{4})} \frac{\sigma_{4} k_{4} \beta_{5}}{\mathbf{v}_{4} \mathbf{v}_{5}} (\sinh \frac{\pi n}{D} L_{4} + \frac{\sigma_{4}}{\sigma_{5}} \times$$
(2.7)

$$\times \coth \frac{\pi n}{D} (L_{5} - L_{4}) \cosh \frac{\pi n}{D} L_{4} \right] \cos \frac{\pi n}{D} x,$$

$$\tilde{m}_{2}^{n} = \frac{2}{D} \int_{-D}^{0} m_{2}(x) \cos \frac{\pi n}{D} dx,$$

$$\mathfrak{D} = \cosh \frac{\pi n}{D} L_{4} \left[\frac{\beta_{5}^{2} \sigma_{4} \pi n}{\mathbf{v}_{5}} \sinh k_{4} L_{4} + \frac{\sigma_{4}^{2} k_{4}}{\sigma_{5} \mathbf{v}_{4}} \times \right]$$

$$\times \cosh k_{4} L_{4} \coth \frac{\pi n}{D} (L_{5} - L_{4}) + \frac{1 - \beta_{5}^{2}}{\mathbf{v}_{5}} \times \\\times k_{5} \sigma_{4} \sinh k_{4} L_{4} \coth \frac{\pi n}{D} (L_{5} - L_{4}) \times \\\times \tanh k_{5} (L_{5} - L_{4}) \right] + \sinh \frac{\pi n}{D} L_{4} \left[\frac{1 - \beta_{5}^{2}}{\mathbf{v}_{5}} \times \right]$$

$$\mathfrak{D} = \frac{\sigma h}{2} \left[\frac{\pi n}{2} \left[\frac{1 - \beta_{5}^{2}}{\mathbf{v}_{5}} \times \right] \right]$$

$$\times k_5 \sigma_5 \sinh k_4 L_4 \tanh k_5 (L_5 - L_4) + \frac{\sigma_4 k_4}{\nu_4} \cosh k_4 L_4 \bigg],$$

где $m_2(x)$ – профиль спиновой аккумуляции в слое 2. В выражениях (2.7-2.9) все члены зависят от взаимной ориентации намагниченностей в ферромагнитных электродах 1 и 3: если знак всех β_i одинаковый, то намагниченности всех электродов параллельны. Если знак одного β_i отличается от двух других, то значит намагниченность в этом слое антипараллельна двум другим.

Для того чтобы придать выражению (2.7) физический смысл, необходимо переписать его в случае, когда n = 0 (низший порядок разложения ряда Фурье) при условиях, что $\sigma_4 \gg \sigma_5$ и $L_4 \gg l_{sf}^4$:

$$\varphi_5 = \tilde{\varphi}_2^{(0)} + \tilde{m}_2^0 \frac{2\beta_5}{\nu_5} \Big[1 - \frac{\cosh(L_5 - z)/l_5}{\cosh(L_5 - L_4)/l_5} \Big] e^{L_4/l_4} \equiv const - \frac{\beta_5}{\nu_5} m_5, \qquad (2.10)$$

$$\tilde{\varphi}_2^{(0)} = \frac{2}{D} \int_{-D}^0 \varphi_2(x) dx.$$
(2.11)

Таким образом если $\tilde{m}_2^n = 0$ для n > 0, что соответствует случаю узкого спин-проводящего канала $(D \ll l_{sf}^4)$, то потенциал в парамагнитном слое 4 оказывается однородным (независимым по координатам x и z), в то время как он зависит по координате z в ферромагнитном слое 5 согласно уравнению (2.10). Как можно заметить, в ферромагнетике 5 имеется линейная зависимость вида $\varphi = \varphi_0 - \frac{\beta m}{\nu}$ между локальным потенциалом и локальной спиновой аккумуляцией. Как будет показано далее, учёт членов разложения ряда Фурье более высокого порядка приводит к тому, что потенциал и спиновая аккумуляция будут неоднородны во всех слоях.

На Рис. 2.2 изображён профиль спиновой аккумуляции вдоль оси x для различных значений координаты z при параллельной и антипараллельной ориентации намагниченностей слоёв 1 и 3. В случае антипараллельной ориентации (АП) намагниченностей в 1 и 3 (верхняя часть рис. 2.2) спиновая аккумуляция в слое 2, разделяющем 1 и 3, принимает большое значение, слабо зависит от направления x и имеет чётную симметрию по отношению к плоскости вертикальной симметрии устройства (плоскость x = -150 нм для выбранной геометрии). В точке z = +300 нм вдоль спин-проводящего канала 4, данная симметрия также сохраняется. В точках z = +350 нм и z = +400 нм, распределение спиновой аккумуляции всё больше и больше подвергается влиянию магнитного электрода 5, чья намагниченность направлена вдоль x и чьё влияние объясняет растущую асимметрию профилей спиновой аккумуляции (в точке x = -300 нм) между профилями в точках z = +300 нм и z = +400 нм отличается почти в 2 раза для АП конфигурации намагниченностей спиемов 1 и 3.

В отличие от АП конфигурации намагниченностей слоёв 1 и 3, при их параллельной (П) конфигурации профиль спиновой аккумуляции в слое 2 имеет нечётную форму по отношению к плоскости симметрии в точке x = -150 нм, начиная от большого позитивного значения на интерфейсе со слоем 1 и заканчивая большим отрицательным значением на интерфейсе со слоем 3. В точках z = +300 нм; +350нм; +400 нм нечётность сохраняется. Однако, максимальные значения спиновой аккумуляции (значения в точке x = -300 нм) падают гораздо быстрее, чем в АП конфигурации. Действительно, в точках z = +300 нм и z = +400 нм значение падает почти в 7 раз, в то время как в АП конфигурации оно падает всего в 2 раза. Это свидетельствует о том, что в П конфигурации возникает больший по величине градиент спиновой аккумуляции в направлении



Рисунок 2.2 — Профиль спиновой аккумуляции m_4 в слое 4 вдоль оси x для параллельной и антипараллельной ориентации электродов 1 и 3 для трёх значений координаты z. Намагниченность в слое 5 предполагается ориентированной вдоль направления оси x ($\beta_5 = 0.7$). Точка z = +400 нм соответствует интерфейсу между слоями 4 и 5. Значения параметров: $\sigma_1 = \sigma_3 = \sigma_5 = 0.001 \ (\Omega \cdot \text{нм})^{-1}, \ \sigma_2 = \sigma_4 = 0.01 \ (\Omega \cdot \text{нм})^{-1}, \ l_1 = l_3 = l_5 = 10 \text{ нм}, \ l_2 = l_4 = 100 \text{ нм}, \ \nu = 0.1, \ \beta_1 = 0.7, \ L = 400 \text{ нм}, \ L_4 = 400 \text{ нм}, \ L_5 = 500 \text{ нм}, \ приложенное напряжение <math>V = 1$ В [A1; T1].

оси *x*, чем в АП конфигурации. При этом затухание этого поперечного градиента спиновой аккумуляции при его диффузии вдоль оси *z* происходит гораздо быстрее в П конфигурации, чем в АП конфигурации.

В исследовавшейся геометрии, разница в затухании спинового тока и результирующего падения напряжения Δφ, измеряемого вдоль ΦМ слоя 5, сильно зависит от ширины спин-проводящего канала, как изображено на Рис. 2.3 и 2.4. На данных рисунках изображены профили падений напряжения вдоль оси z в Φ M слое 5 для двух ширин спин-проводящего канала (узкий канал D = 100 нм и широкий канал D = 300 нм).

Когда намагниченности в ФМ электродах 1 и 3 параллельны друг другу, спиновая аккумуляция в слое 2 является антисимметричной функцией координаты x, поэтому $\tilde{m}_2^0 = 0$ и главным вкладом в падение напряжения в этом случае является первая гармоника выражения (2.6).

В случае узкого спинового канала 4 и в параллельной конфигурации (Рис. 2.3a) электродов 1 и 3, спиновая аккумуляция резко экспоненциально уменьшается вдоль оси z в слое 4. Спиновый ток почти исчезает, когда достигает ферромагнитного слоя 5, поэтому значение падения напряжения достаточно маленькое ($\Delta \phi = 0.32 \times 10^{-7}$ B) для значений параметров, указанных в подписи к Рис. 2.2.

В случае широкого спинового канала 4 (Рис. 2.4а), спиновая аккумуляция уменьшается гораздо медленнее, поэтому падение напряжения $\Delta \varphi$ увеличивается на порядок величины 10^{-4} В для приложенного напряжения 1 В. В обоих случаях падения напряжения, измеряемые на противоположных сторонах ФМ электродов в точках x = 0 и x = -D, имеют противоположный знак. Данное свойство возникает благодаря антисимметричности спиновой аккумуляции, возникающей в слое 2. Из-за данной асимметрии также возникает перпендикулярное падение напряжения $\delta = \varphi|_{x=0} - \varphi|_{x=-D}$ вдоль ФМ слоя 5, напоминающее квазиэффект Холла. Величина перпендикулярного холловского напряжения мала (δ порядка 0.7×10^{-6} В в точке z = 400 нм) в случае узкого спинового канала, благодаря почти полному затуханию спинового тока вдоль спин-проводящего канала. Однако, в случае широкого спинового канала величина δ более значительна и достигает порядка 0.27×10^{-3} В в точке z = 400нм, благодаря более слабому затуханию спинового тока.

Относительно амплитуды продольного падения напряжения вдоль слоя 5 величина $\Delta \varphi$ слабо зависит от абсолютного значения функции ориентации намагниченности 5 по отношению к 1 и 3. Действительно, в случае узкого канала $\Delta \varphi$ является малой величиной такой, что её изменение, при изменении направления намагниченности в электроде 5 (β_5 меняет знак), является величиной ещё меньше (< 10⁻⁷ B). В случае широкого спинового канала, данное изменение име больше, но всё ещё остается достаточно маленьким $\Delta \varphi_{\beta_5=0.7} - \Delta \varphi_{\beta_5=-0.7} = 0.06 \times 10^{-4}$ В в точке z = 500 нм.



Рисунок 2.3 — Профиль потенциала φ вдоль двух боковых сторон (x = 0 и x = -100 нм) ферромагнитного слоя 5 в случае узкого спинового канала (D = 100 нм) как функция координаты вдоль оси z в случае (a) – параллельной конфигурации электродов 1 и 3 (β₃ = 0.7) и (б) – антипараллельной конфигурации электродов 1 и 3 (β₃ = -0.7). На каждом из графиков рассмотрены два случая: намагниченность в ферромагнитном слое 5 либо сонаправлена с осью x для β₅ = 0.7 или же противоположно направлена

оси x для $\beta_5 = -0.7$. Значения остальных параметров аналогичны Рис. 2.2. Указанные внутри графиков числа, показывают амплитуду изменений напряжения в ферромагнетике 5 вдоль направления оси z [A1; T1].

50



Рисунок 2.4 — Профиль потенциала φ вдоль двух боковых сторон (x = 0 и x = -300 нм) ферромагнитного слоя 5 в случае широкого спинового канала (D = 300 нм) как функция координаты вдоль оси z в случае (a) –

параллельной конфигурации электродов 1 и 3 ($\beta_3 = 0.7$) и (б) – антипараллельной конфигурации электродов 1 и 3 ($\beta_3 = -0.7$). На каждом из графиков рассмотрены два случая: намагниченность в ферромагнитном слое 5 либо сонаправлена с осью x для $\beta_5 = 0.7$ или же противоположно направлена оси x для $\beta_5 = -0.7$. Значения остальных параметров аналогичны Рис. 2.2. Указанные внутри графиков числа, показывают амплитуду изменений напряжения в ферромагнетике 5 вдоль направления оси z [A1; T1]. В случае антипараллельной ориентации намагниченностей в ФМ электродах 1 и 3, спиновая аккумуляция в слое 2 имеет симметричный профиль с большим средним значением. Как было отмечено ранее, затухание спинового тока во время его распространения вдоль спинового канала в данном случае слабее, чем в случае параллельной ориентации намагниченностей в 1 и 3, что приводит к большим сигналам $\Delta \varphi$ вдоль ФМ слоя 5.

В случае узкого спинового канала (D = 100 нм) значение $\tilde{m}_2^1 = 0$ и основной вклад в падение напряжения $\Delta \varphi$ происходит благодаря компоненте \tilde{m}_2^0 нулевого порядка (большому среднему значению спиновой аккумуляции в слое 2). Продольное падение напряжения $\Delta \varphi$ вдоль ФМ слоя 5 значительно больше, чем в параллельном случае и достигает порядка 0.64×10^{-4} В. Данное значение меняет знак, когда меняется направление намагниченности в 5 на противоположное, приводя к общему изменению падения напряжения в 1.28×10^{-4} В. Также, профили изменения потенциала $\varphi_5(z)$ вдоль двух сторон ФМ слоя 5 совпадают (Рис. 2.36, те же кривые для x = 0 и x = -100 нм для тех же значений β_5). Это означает, что в данном случае не возникнет перпендикулярного напряжения, которое можно было бы измерить, в отличие от ситуации, когда намагниченности в ФМ электродах 1 и 3 находятся в параллельной конфигурации. Это объясняется чётной симметрией спиновой аккумуляции, возникающей в слое 2 в антипараллельной конфигурации намагниченностей слоёв 1 и 3.

В случае широкого спинового канала (Рис. 2.4), значение \tilde{m}_2^1 всё ещё 0, но некоторые вклады в $\varphi_5(z)$ приводят к возникновению членов пропорциональных следующему выражению:

$$\tilde{\varphi}_{2}^{1} = \frac{1}{D} \int_{-D}^{0} \varphi(x) \cos \frac{\pi x}{D} dx, \qquad (2.12)$$

опущенному в (2.7) для простоты. В этом случае, распределение потенциала в ФМ слое 5 имеет более сложное поведение, показанное на Рис. 2.5, где намагниченность в слое 5 направлена вдоль оси x в положительном направлении. Подобное асимметричное распределение ведёт к падению напряжения как в продольном (вдоль оси z), так и в поперечном (вдоль оси x) направлениях. Данные падения напряжения также сильно зависят от ориентации намагниченности в слое 5, как показано на Рис. 2.46. К примеру, при x = 0 падение напряжения $\Delta \varphi$ вдоль ФМ слоя 5 изменяется от 0.29 × 10⁻⁴ В до 0.76 × 10⁻⁴ при изменении намагниченности в слое 5 на противоположное.



Рисунок 2.5 — Распределение потенциала Δφ в ферромагнитном слое 5 для антипараллельной конфигурации намагниченностей 1 и 3. Параметры, использованные в расчётах те же, что и на Рис. 2.2. Намагниченность 5 направлена вдоль оси *x* [A1].

Тот факт, что при антипараллельной конфигурации 1 и 3 происходит изменение $\Delta \varphi$ вдоль Φ M слоя 5 при повороте намагниченности в Φ M слое 5 может являться основой для использования подобных структур в качестве сенсора магнитного поля. Намагниченности в слоях 1 и 3 при этом были бы закреплены, а слой 5 представлял бы чувствительную часть сенсора, намагниченность которого вращается в зависимости от внешнего поля. Для подобных целей можно было бы использовать как структуры с узким, так и с широким спиновым каналом 4, так как со сменой знака β_5 происходит значительное изменение $\Delta \varphi$ (Рис. 2.36 и 2.46).

Для сенсоров магнитного поля очень важна линейность отклика. Поэтому также была исследована угловая зависимость $\Delta \varphi = \varphi|_{z=L_4} - \varphi|_{z=L_5}$ от угла поворота между ФМ слоями 1 и 5. На Рис. 2.6 изображена данная зависимость как функция косинуса угла θ между слоями 1 и 5. В случае узкого канала зависимость имеет вид $(1 - \cos \theta)$, а в случае широкого канала зависимость имеет вид $const + (1 - \cos \theta)$ из-за вклада $\tilde{\varphi}_2^1$, описанного выше.

Дополнительно была вычислена амплитуда сигнала $\Delta \phi_{\Pi} - \Delta \phi_{A\Pi}$, непосредственно связанная с полным поворотом на 180° намагниченности в слое 5, в



Рисунок 2.6 — Зависимость напряжения Δφ в точке x = -D от угла θ между намагниченностью в слое 5 и осью x в случае узкого (сплошная линия) и широкого (пунктирная линия) спиновых каналов при антипараллельной конфигурации намагниченностей в 1 и 3. Остальные параметры те же, что и на Рис. 2.2 [A1].

зависимости от ширины спинового канала. Вычисления проводились для обоих краёв слоя 5 (x = 0 и x = -D). Результат представлен на Рис. 2.7



Рисунок 2.7 — Зависимость амплитуды сигнала $\Delta \varphi_{\Pi} - \Delta \varphi_{\Lambda\Pi}$ на разных краях спинового канала (x = 0 и x = -D) от ширины спинового канала D. Остальные параметры те же, что и на Рис. 2.2. На дополнительной вставке показана зависимость m_2^0 от ширины D [A1].

Из рисунка видно, что для узкого спинового канала $(D < 1.5l_2)$ кривые на обоих краях совпадают и основной вклад возникает от компонент нулевого порядка разложения m_2 в ряд Фурье, которая зависит от D (как видно на вставке Рис. 2.7). Для более широких спиновых каналов эти кривые больше не совпадают, так как вклад первой гармоники становится более заметным.

2.4 Заключение

Проведено аналитическое исследование латеральной спин-вентильной структуры. С помощью аналитического решения уравнений транспорта в рамках квазиклассической спин-диффузионной модели в двумерном случае были получены профили распределения спиновой аккумуляции в спин-проводящем канале, а также профили падения напряжения в ферромагнетике-анализаторе в случае узкого и широкого спин-проводящего канала как для параллельной, так и антипараллельной ориентации намагниченностей в слоях спин-вентиля. Анализ зависимости нелокального сигнала, получаемого в ферромагнетике-анализаторе, от ширины спин-проводящего канала показал, что характер этой зависимости определяется величиной спин-диффузионной длины l_{sf} . Установлено, что сигнал определяется диффузией спинового тока не только в продольном сечении спин-проводящего канала, но и в его поперечном сечении.

Глава 3. Аналитическое и численное исследование зависимости спинового транспорта в латеральной спин-вентильной структуре с учётом наличия спинового эффекта Холла





Рисунок 3.1 — Теоретическая модель исследуемой латеральной спин-вентильной структуры. L = 100 нм, $L_1 = 400$ нм, $L_2 = 200$ нм. 1, 3 – ферромагнитные электроды с антипараллельной конфигурацией намагниченностей. 2 – парамагнитный слой спин-вентиля 1-3. 4 – парамагнитный спин-проводящий канал, имеющий спин-орбитальное рассеивание в z направлении. 5 – магнитномягкий электрод с незакреплённой намагниченностью. θ – угол между намагниченностями в слоях 3 и 5. J_e – электрический ток вдоль оси x. V_H – холловское напряжение, вызванное ОСЭХ, измеряемое вдоль оси y.

Генерация, управление и обнаружение спин-поляризованного тока в магнитных наноструктурах являются ключевыми элементами для разработки спинтронных устройств. Как уже было упомянуто ранее, латеральные спин-вентильные структуры являются предметом особого интереса, так как позволяют генерировать чистый спиновый ток [55; 109; 114—121]. Подобный ток способен проникать и распространяться в тех частях устройства, где отсутствует электрический ток, например, в так называемом спин-проводящем канале. В отличие от заряда, поляризация спина электрона является несохраняющейся величиной, поэтому спиновый ток затухает по мере своего пространственного распространения, которое характеризуется спин-диффузионной длиной. Если в спиновом канале присутствует рассеяние, вызванное спин-орбитальным взаимодействием, то это приведёт к возникновению обратного спинового эффекта Холла (ОСЭХ), который, в свою очередь, приведёт к возникновению разности потенциалов между краями спин-проводящего канала [120]. При добавлении чувствительного магнитномягкого электрода на конце спин-проводящего канала подобная латеральная структура может использоваться в качестве сенсора магнитного поля. Преимущество такого сенсора будет заключаться в том, что он будет иметь достаточно маленькую толщину в месте, где расположен чувствительный магнитномягкий электрод. Данное преимущество является одним из ключевых для устройств, где толщина очень строго ограничена, например в магнитных головках чтения/записи жёстких дисков. В рассматриваемой структуре (Рис. 3.1), всё распределение спиновой аккумуляции в спин-проводящем канале 4 зависит от ориентации намагниченности в дополнительном электроде 5, по отношению к намагниченностям в электродах 1 и 3, которые закреплены и которые являются источником чистого спинового тока. Таким образом, холловское напряжение, возникающее благодаря ОСЭХ можно подвергать модуляции с помощью изменения намагниченности в электроде 5. Было произведено вычисление амплитуды и угловая зависимость, получаемого сигнала, а также рассмотрена возможность использования такого сенсора в качестве считывающей головки жёсткого диска.

3.2 Постановка задачи

Электрический ток J_e проходит между электродами 1 и 3 вдоль оси x. Когда ориентация намагниченностей в 1 и 3 находится в параллельной конфигурации, то создается антисимметричный профиль спиновой аккумуляции в слое 2 с нулевым средним значением, что приводит к возникновению маленького спинового тока в спин-проводящем канале 4. Противоположная ситуация возникает, когда намагниченности в 1 и 3 ориентированы антипараллельно. В этом случае во втором слое возникает большая спиновая аккумуляция с симметричным профилем [A1]. Спиновый ток, полученный от градиента спиновой аккумуляции будет диффундировать в спиновый канал 4 вдоль направления оси z. Благодаря наличию спин-орбитального рассеяния в 4, токи со спинами «вверх» и «вниз» будут разделяться вдоль направления оси *y*, что приведёт к возникновению разности потенциалов вдоль направления оси у канала 4 из-за ОСЭХ. В присутствии дополнительного магнитного электрода 5 распределение спиновой аккумуляции и, как следствие, спинового тока в канале 4 изменится в зависимости от направления намагниченности в электроде 5. Таким образом, с помощью изменения намагниченности в электроде 5 будет происходить изменение холловской разности потенциалов, вызванной ОСЭХ.

С экспериментальной точки зрения, магнитные электроды 1 и 3 могли бы быть изготовлены из двухслойных структур IrMn/Co, связанных обменным взаимодействием. В качестве магнитномягкого ФМ для электрода 5 можно взять пермаллой, а слои 2 и 4 изготовить из Cu или Au с добавлением тяжелых металлов (Pt или Bi) в качестве примеси с концентрацией порядка 5% для появления в материале спин-орбитального рассеяния [100].

Для вычисления пространственной зависимости напряжения, вызванного ОСЭХ, вдоль парамагнитного спин-проводящего канала 4 и его зависимости от ориентации намагниченности электрода 5 были использованы следующие спинзависящие транспортные уравнения в каждом из слоёв структуры [122; 123]:

$$\vec{J}_e = -\sigma \vec{\nabla} \phi - \beta \frac{\sigma}{e\nu} (M_x \operatorname{grad} m_x + M_y \operatorname{grad} m_y + M_z \operatorname{grad} m_z) - \frac{\sigma_{SH}}{e\nu} (\vec{\nabla} \times \vec{m}), \quad (3.1)$$

где φ – электрический потенциал, σ – проводимость, β – параметр спиновой асимметрии проводимости, σ_{SH} – проводимость СЭХ, \vec{M} – единичный вектор

вдоль направления намагниченности ΦM , \vec{m} – вектор спиновой аккумуляции, имеющий 3 компоненты в спиновом пространстве, ν – плотность состояний на уровне Ферми, e – заряд электрона. Первый и второй члены уравнения (3.1) описывают вклады в ток, благодаря электрическому полю и диффузии. Последний член описывает ОСЭХ.

Спиновый ток представляет собой тензор 3 × 3:

$$J_{ij}^{m} = -\sigma\beta(\nabla_{i}\varphi, M_{j}) - \frac{\sigma}{e\nu}\nabla_{ji}m_{j} - \sigma_{SH}\varepsilon_{ijk}\nabla_{k}\varphi, \qquad (3.2)$$

где ε_{ijk} – асимметричный тензор Леви-Чивиты. Первый член описывает вклад в спиновый ток благодаря асимметрии проводимости каналов со спином «вверх» и спином «вниз» в ФМ металле. Второй член описывает диффузию спинового тока пропорциональную градиенту спиновой аккумуляции. Последний член описывает СЭХ, возникающий за счёт спин-орбитального рассеяния в спин-проводящем канале 4.

Закон сохранения заряда описывается выражением:

$$\operatorname{div} \vec{J}_e = 0, \tag{3.3}$$

в то время как пространственная эволюция спинового тока определяется процессами спиновой релаксации и эффектом спинового торка (появлением спинового вращающего момента):

div
$$\vec{J_m} = -\frac{\sigma}{e\nu l_{sf}^2} \vec{m} - \frac{\sigma}{e\nu l_J^2} (\vec{m} \times \vec{M}),$$
 (3.4)

где l_{sf} – спин-диффузионная длина, l_J – длина прецессии. Первый член уравнения (3.4) выражает процесс спиновой релаксации и второй член описывает эффект спин-торка. Здесь также стоит отметить, что зарядовый и спиновый токи выражены в одних и тех же единицах (А·нм⁻²). Поэтому в правой части уравнения (3.4) проводимость σ появляется в обоих членах в качестве коэффициента. Стоит отметить, что, вообще говоря, СЭХ и ОСЭХ существуют также в ФМ электроде 5, но как было показано в работе Миао и др. [124], спинхолловский угол θ_H в пермаллое (Ру) составляет около 0.005 ($\theta_H = \sigma_{SH}/\sigma$). Эта величина намного меньше возможной величины θ_H в парамагнитном металле (например $\theta_H = 0.11$ в Au [62]). Таким образом, несмотря на то, что отличный от нуля θ_H в Φ М электроде 5 может давать вклад в величину холловской разности потенциалов в самом Φ М, этот вклад будет иметь ничтожно малое влияние на величину холловской разницы потенциалов в парамагнитном канале 4.

Также стоит отметить, что для увеличения спинхолловской проводимости необходимо увеличить спин-орбитальное рассеяние. В этом случае спинхолловская проводимость будет линейно возрастать с амплитудой спинорбитального взаимодействия, в то время как релаксация за счёт переворота спина увеличивается квадратично с увеличением амплитуды спин-орбитального взаимодействия. Таким образом, спиновая релаксация увеличивается медленнее, чем ОСЭХ при малых концентрациях примесей.

3.3 Аналитическое исследование зависимости спинового транспорта в латеральной спин-вентильной структуре с учётом наличия спинового эффекта Холла

Для начала, рассмотрим систему уравнений (3.1-3.4) предполагая, что спиновый канал 4 и электрод-анализатор 5 являются одномерными, то есть все неизвестные величины φ и компоненты \vec{m} зависят только от одной координаты z. В этом случае уравнение (3.4) сводится к выражению (подробное аналитическое решение системы уравнений (3.1-3.4) представлено в приложении Б):

$$\frac{\partial^2 \vec{m}}{\partial z^2} - \frac{\vec{m}}{l_{sf}^2} = \frac{(\vec{m} \times \vec{M})}{l_J^2}.$$
(3.5)

Компоненты спиновой аккумуляции в парамагнитном спиновом канале 4 могут быть записаны как:

$$m_x^P = de^{-\frac{z}{l_4}} + f e^{\frac{z}{l_4}},\tag{3.6}$$

$$m_y^P = g e^{-\frac{z}{l_4}} + k e^{\frac{z}{l_4}}, ag{3.7}$$

$$m_z^P = u e^{-\frac{z}{l_4}} + v e^{\frac{z}{l_4}},\tag{3.8}$$

где l_4 – спин-диффузионная длина в спин-проводящем парамагнитном канале 4 и d, f, g, k, u, v – неизвестные коэффициенты.

В ферромагнитном анализаторе 5 компоненты спиновой аккумуляции могут быть записаны как:

$$m_{x'}^F = a_3 e^{-\frac{z}{\lambda_3}},\tag{3.9}$$

$$m_y^F = b_1 e^{-\frac{z}{\lambda_1}} + b_2 e^{-\frac{z}{\lambda_2}}, \qquad (3.10)$$

$$m_{z'}^F = ib_1 e^{-\frac{z}{\lambda_1}} - ib_2 e^{-\frac{z}{\lambda_2}}, \qquad (3.11)$$

где i – мнимая единица; a_3, b_1, b_2 – неизвестные коэффициенты; $\lambda_3 = lsf$; $\lambda_{1,2} = l_{sf}l_J/\sqrt{l_J^2 \pm i l_{sf}^2}$ и x', y, z' – координатная система, полученная путём поворота

координатной системы x, y, z на угол θ вокруг оси y. Таким образом, ось x' совпадает с направлением намагниченности в электроде 5.

Уравнения (3.6-3.11) необходимо дополнить граничными условиями для спиновой аккумуляции на интерфейсах слоёв 2/4 (z = 0) и слоёв 4/5 ($z = z_1$). Полученные, таким образом, уравнения неразрывности спиновой аккумуляции имеют вид:

$$d + f = m_x^0 \cos \theta, \qquad (3.12)$$

$$g + k = 0,$$
 (3.13)

$$u + v = -m_x^0 \sin \theta, \qquad (3.14)$$

$$de^{-\frac{z_1}{l_4}} + fe^{\frac{z_1}{l_4}} = a_3 e^{-\frac{z_1}{\lambda_3}},\tag{3.15}$$

$$ge^{-\frac{z_1}{l_4}} + ke^{\frac{z_1}{l_4}} = b_1 e^{-\frac{z_1}{\lambda_1}} + b_2 e^{-\frac{z_1}{\lambda_2}},$$
(3.16)

$$ue^{-\frac{z_1}{l_4}} + ve^{\frac{z_1}{l_4}} = ib_1e^{-\frac{z_1}{\lambda_1}} - ib_2e^{-\frac{z_1}{\lambda_2}},$$
(3.17)

где m_x^0 представляет собой величину m_x , которая возникает в слое 2 латеральной спин-вентильной структуры при пропускании электрического тока вдоль оси x. После вычислений было получено, что компоненты, входящие в выражение для m_x^0 имеют вид:

$$m_x^0 = \frac{1}{L} \int_{-L}^0 (\tilde{a}e^{-\frac{z}{l_2}} + \tilde{b}e^{\frac{z}{l_2}}) dz, \qquad (3.18)$$

$$\tilde{a} = \frac{e\varphi\nu\beta}{4L_1\Re} \left[\frac{1}{l_2} (1 + e^{-\frac{L}{l_2}}) + \frac{\sigma_1(1 - \beta^2)}{\sigma_2 l_1} (1 - e^{-\frac{L}{l_2}}) \right],$$
(3.19)

$$\tilde{b} = \frac{e\varphi\nu\beta}{4L_1\Re} \left[\frac{1}{l_2} (1 + e^{\frac{L}{l_2}}) + \frac{\sigma_1(1 - \beta^2)}{\sigma_2 l_1} (1 - e^{\frac{L}{l_2}}) \right],$$
(3.20)

$$\Re = \cosh \frac{L}{l_2} \frac{(1-\beta^2)}{l_2 l_1} + \sinh \frac{L}{l_2} \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \frac{1}{l_2^2} + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \frac{(1-\beta^2)^2}{l_1^2} \right).$$
(3.21)

Члены $fe^{\frac{z}{l_4}}, ke^{\frac{z}{l_4}}, ve^{\frac{z}{l_4}}$ описывают отражённый спиновый поток в спин-проводящем канале 4, вызванный наличием электрода 5. Для достаточно длинного парамагнитного слоя 4 ($L_2 \gg l_4$) их влиянием на значение m_x^0 можно пренебречь.

Наконец, система уравнений должна быть дополнена граничными условиями, выражающими неразрывность спинового тока на границе интерфейса $4/5~(z~=~z_1)$:

$$\sigma_P \frac{\partial m_x^P}{\partial z} = \sigma_F (1 - \beta^2) \frac{\partial m_{x'}^F}{\partial z}, \qquad (3.22)$$

$$\sigma_P \frac{\partial m_y^P}{\partial z} = \sigma_F \frac{\partial m_y^F}{\partial z},\tag{3.23}$$

$$\sigma_P \frac{\partial m_z^P}{\partial z} = \sigma_F \frac{\partial m_{z'}^F}{\partial z},\tag{3.24}$$

где σ_P – проводимость в парамагнитных слоях 2 и 4, σ_F – проводимость в ФМ слое 5.

Решая систему уравнений (3.6-3.24), можно найти выражения для 3 компонент спиновой аккумуляции. Наконец, можно получить выражение для напряжения $\Delta \varphi$, возникшего в направлении оси *у* благодаря ОСЭХ, на границе интерфейса 4/5 в случае антипараллельной ориентации намагниченностей электродов 1 и 3 вдоль оси *x*:

$$\Delta \varphi = C_0 - C_1 \cos 2\theta, \qquad (3.25)$$

где θ – относительный угол между намагниченностями в слоях 3 и 5, а коэффициенты C_0 и C_1 имеют вид:

$$C_{0} = \frac{|m_{0}^{x}|e^{-\frac{L_{2}}{l_{4}}}}{2|e|\nu} \frac{\sigma_{SH}}{\sigma_{5}} \frac{L}{l_{4}} \frac{\sigma_{4}l_{5} - \sigma_{5}l_{4}\beta^{2}}{\sigma_{4}l_{5} + \sigma_{5}l_{4}(1-\beta^{2})},$$
(3.26)

$$C_{1} = \frac{|m_{0}^{x}|e^{-\frac{L_{2}}{l_{4}}}}{2|e|\nu} \frac{\sigma_{SH}}{\sigma_{5}} \frac{L}{l_{4}} \Big(1 + \frac{\sigma_{5}l_{4}}{\sigma_{4}l_{5} + \sigma_{5}l_{4}(1-\beta^{2})}\Big).$$
(3.27)

В данных выражениях σ_5 – проводимость ФМ электрода 5, σ_4 – проводимость спин-проводящего канала 4, σ_{SH} – спинхолловская проводимость спинового канала 4, l_5 – спин-диффузионная длина в ФМ электроде 5.

Другая интересная конфигурация соответствует случаю, когда намагниченности электродов 1 и 3 антипараллельны друг другу, но вдоль направления оси z, то есть направлены вдоль длины спин-проводящего канала 4, в то время как намагниченность электрода 5 может вращаться в плоскости (x, z). Напряжение, возникшее за счёт ОСЭХ, измеряется также на границе интерфейса слоёв 4/5 вдоль направления оси y. В результате получены следующие выражения (подробное аналитическое решение системы уравнений (3.1-3.4) для этого случая также представлено в приложении Б):

$$\Delta \varphi = C_2 \sin 2\theta, \qquad (3.28)$$

$$C_{2} = \frac{|m_{0}^{z}|e^{-\frac{L_{2}}{l_{4}}}}{2|e|\mathbf{v}} \frac{\sigma_{SH}}{\sigma_{5}} \frac{L}{l_{4}} \frac{\sigma_{4}l_{5} - \sigma_{5}l_{4}\beta^{2}}{\sigma_{4}l_{5} + \sigma_{5}l_{4}(1-\beta^{2})},$$
(3.29)

где m_z^0 представляет собой значение спиновой аккумуляции m_z , возникшей в парамагнитном слое 2 за счёт прохождения электрического тока вдоль оси xлатеральной спин-вентильной структуры. Значение m_z^0 получается аналогично значению m_x^0 (3.18). Напряжение, возникшее за счёт ОСЭХ, подчиняется синусоидальному закону в зависимости от угла поворота намагниченности электрода 5 относительно электродов 1 и 3. Действительно, когда намагниченность в 5 направлена вдоль оси z, то спиновая поляризация, намагниченности трёх магнитных электродов (1, 3 и 5) и направление распространение спинового тока (длина спин-проводящего канала направлена вдоль оси z) сонаправлены. Напряжение, возникшее за счёт ОСЭХ, при этом равно 0. Когда намагниченность электрода 5 начинает поворачиваться в плоскости (x, z), то возникшее смещение приводит к появлению спиновой аккумуляции в спин-проводящем канале, которая, в свою очередь, приводит к появлению ОСЭХ и напряжению вдоль направления оси y за счёт данного эффекта. Напряжение будет максимальным, когда намагниченность электрода 5 будет сонаправлена с направлением оси x.

3.4 Численное исследование зависимости спинового транспорта в латеральной спин-вентильной структуре с учётом наличия спинового эффекта Холла

Для того, чтобы выйти за рамки одномерности, и получить более точное описание спинового транспорта в реальной трёхмерной латеральной спин-вентильной структуре было проведено численное решение системы уравнений (3.1-3.4) методом конечных элементов, реализованного на базе пакета программ COMSOL Multiphysics (R). Намагниченности электродов 1 и 3 направлены вдоль оси x в антипараллельной конфигурации. Зависимость напряжения, возникшего за счёт ОСЭХ, вдоль направления оси y в спин-проводящем канале 4 от координаты z для трёх различных ориентаций намагниченности электрода 5 изображена на Рис. 3.2(а) вместе с z-профилем спиновой аккумуляции m_x (Рис. 3.2(б)).





б)

Рисунок 3.2 — (а) Зависимость напряжения, возникающего за счёт ОСЭХ в направлении оси *y*, от координаты *z* для различных углов поворота намагниченности электрода 5 [А2; Т2]. (б) Зависимость спиновой аккумуляции в центре спинового канала 4 от координаты *z* для различных углов поворота намагниченности электрода 5. Намагниченности электродов 1 и 3 имеют антипараллельную конфигурацию вдоль оси *x*. Вертикальная линия при *z* = 200 нм является линией интерфейса спин-проводящего канала 4 и электрода 5 [А2]. Численный расчёт с параметрами: *l*^{1,3,5} = 10 нм;
ρ^{1,3,5} = 1/σ^{1,3,5} = 100 µΩ·см; β^{1,3,5} = 0.7; ν = 0.1 (эВ)⁻¹; *l*_J = 1 нм; *l*^{2,4}_{sf} = 100 нм;
нм; ρ^{2,4} = 1/σ^{2,4} = 10 µΩ·см; σ⁴_{SH} = 0.001 (Ω·нм)⁻¹; *J*_e = 10⁸ A·см⁻². Верхние индексы 1-5 обозначают соответствующий слой исследуемой латеральной структуры.

Выбранные параметры являются теоретически обоснованными. Близкими параметрами могут обладать, например, магнитные сплавы на основе CoFe с упомянутыми в предыдущем разделе примесями (электроды 1, 3 и 5), а также Cu и Au в качестве парамагнитных материалов (слои 2 и 4). Если двигаться от интерфейса 2/4 вдоль спин-проводящего канала по направлению оси z, то можно заметить, что $\Delta \varphi$ сначала растёт, а затем падает. Напряжение, возникающее за счёт ОСЭХ, падает как функция координаты z при z > 20 нм из-за постепенной релаксации спинового тока на величину спин-диффузионной длины l_{sf} принятой за 100 нм в данном случае. Увеличение напряжения $\Delta \phi$ при z < 20 нм может быть объяснено тем фактом, что изначально токи со спинами «вверх» и «вниз» находятся в смешанном состоянии в слое 2. Этим токам необходимо распространиться на какое-то расстояние вдоль спин-проводящего канала 4, чтобы спин-орбитальное рассеяние начало разделять их, что приводит к возникновению ОСЭХ и напряжению за счёт ОСЭХ. Изменение напряжения за счёт ОСЭХ при повороте намагниченности электрода 5 на угол в относительно закреплённой намагниченности электрода 3 также отчётливо заметно на рисунке. Данное изменение, вообще говоря, максимально на интерфейсе между спин-проводящим каналом 4 и электродом 5. На рис. 3.3 изображена зависимость напряжения, возникшего за счёт ОСЭХ, на данном интерфейсе от угла поворота θ . Данная зависимость точно совпадает с выражением (3.25) без заметных отклонений от $\cos 2\theta$. Интерсено отметить, что подобная чистая косинусоидальная зависимость контрастирует с более сложной угловой зависимостью ТПП-ГМС в металлических магнитных многослойных структурах. Действительно, в ТПП-ГМС очень часто наблюдаются сильные отклонения от косинусоидального закона изменения сопротивления от относительного угла поворота между намагниченностями слоёв [5]. Данное отличие можно объяснить, если представить, что в случае ТПП-ГМС угловая зависимость ТПП-сопротивления является результатом взаимного влияния распределения спиновой аккумуляции во всех магнитных слоях друг на друга. С другой стороны, в исследуемой латеральной спин-вентильной структуре, спиновая аккумуляция, полученная между двумя электродами 1 и 3 практически не зависит от магнитного состояния электрода 5. Если быть точным, то спиновая аккумуляция испытывает влияние со стороны магнитного состояния электрода 5, но только близко к интерфейсу 4/5. Однако, это влияние экспоненциально уменьшается с увеличением расстояния от интерфейса. Таким образом, распределение спиновой аккумуляции в слое 2 образует как бы чистую спиновую батарею, почти лишённую внешнего влияния магнитного состояния электрода 5. Другими словами, начальное значение спиновой аккумуляции m_0^x может рассматриваться

как заданное, что приводит к более простой косинусоидальной угловой зависимости холловского напряжения, чем у сопротивления в ТПП-ГМС.



Рисунок 3.3 — Напряжение, возникающее за счёт ОСЭХ, в направлении оси y на интерфейсе спин-проводящего канала 4 и электрода 5 в зависимости от угла поворота намагниченности в электроде 5 относительно намагниченности электрода 3 при антипараллельной конфигурации намагниченностей электродов 1 и 3 вдоль оси x. Сплошная линия отражает предсказанный ранее закон изменения напряжения по закону соз 2 θ . Численный расчёт с параметрами: $l_{sf}^{1,3,5} = 10$ нм; $\rho^{1,3,5} = 1/\sigma^{1,3,5} = 100 \ \mu\Omega \cdot \text{см}$; $\beta^{1,3,5} = 0.7$; $\nu = 0.1$ (эВ)⁻¹; $l_J = 1$ нм; $l_{sf}^{2,4} = 100$ нм; $\rho^{2,4} = 1/\sigma^{2,4} = 10 \ \mu\Omega \cdot \text{см}$; $\sigma_{SH}^4 = 0.001$ ($\Omega \cdot \text{нм}$)⁻¹; $J_e = 10^8 \ \text{A} \cdot \text{см}^{-2}$ [A2].

Такие простые косинусоидальные зависимости нелокального сигнала в латеральных спин-вентильных системах различной геометрии экспериментально наблюдались в работах [56; 121; 125]. Здесь стоит также отметить, что электрический ток величиной 10⁸ А·см⁻² течёт только в слоях 1, 2 и 3, в то время как почти никакого электрического тока и очень маленький спиновый ток проходят через электрод 5. Поэтому вращательный момент, появляющийся за счёт прохождения спинового тока можно рассматривать как ничтожно малый и не влияющий на магнитное состояние электрода 5.

Стоит упомянуть, что в работе [66], авторы исследовали холловское напряжение, возникающее в холловской структуре в виде планки, изготовленной из слабомагнитного нормального металла (Au) с двумя параллельными, стоящими отдельно друг от друга, вертикальными проводами, которые соединены горизонтальным проводом идентичной ширины. Было показано, что помимо холловского напряжения, возникающего благодаря ОСЭХ, возникает, также, дополнительное холловское напряжение из-за проникновения зарядового тока в горизонтальный провод. Для проверки данной возможности применительно к нашей исследуемой структуре, было рассчитано холловское напряжение в случае $\sigma_{SH} = 0$ и установлено, что в этом случае холловское напряжение становится пренебрежимо мало в сравнении со случаем ненулевого параметра σ_{SH} . Холловское напряжение, возникающее за счёт ОСЭХ, в структуре представленной в работе [66] пропорционально квадрату холловского угла (отношения холловской проводимости к обычной), в то время как в нашей структуре оно зависит линейно от холловского угла. Поэтому вклад ОСЭХ в холловское напряжение в случае нашей структуры значительно больше, чем нелокальный вклад в холловское напряжение, вызванный классическим диффузным транспортом квазибаллистических электронов.

Более того, в работе [126] был исследован ОСЭХ в системе Co/Cu/YIG, подверженной приложению градиента температуры к концам системы. В этом случае зарядовый ток течёт в системе благодаря градиенту температуры и его спин-поляризованная часть преимущественно появляется внутри диэлектрика YIG. Поэтому он слабо зависит от направления намагниченности в слое Co. В нашей же системе в парамагнитном канале 4 течёт только спиновый ток, и, как было показано, он сильно зависит от направления намагниченности в электроде 5.

В проведённых выше расчётах мы считали, что ОСЭХ в электроде 5 является пренебрежимо малым и не влияет на холловское напряжение в канале 4 и на интерфейсе 4/5. Для того, чтобы убедиться в справедливости данного предположения мы ввели холловский угол $\theta_H^5 = 0.005$ в электрод 5, что соответствует значению данного параметра в пермаллое Ру [124] и произвели новый расчёт холловского напряжения на интерфейсе 4/5 для двух значений холловского угла в парамагнитном канале ($\theta_H^4 = \theta_H^5 = 0.005$ и $\theta_H^4 = 0.1$) [62]. Результаты численных расчётов приведены на Рис.3.4 (a, б).



a)



б)

Рисунок 3.4 — Сравнение зависимостей напряжения, возникающего за счёт ОСЭХ в направлении оси *y*, от координаты *z* для различных углов поворота намагниченности электрода 5 в двух случаях. (а) При значении холловского

угла в парамагнетике 4, значительно превышающем то же значение в ферромагнетике 5 ($\theta_H^4 = 0.1$ и $\theta_H^5 = 0.005$). (б) При сравнимых значениях холловского угла в 4 и 5 ($\theta_H^4 = \theta_H^5 = 0.005$). Намагниченности электродов 1 и 3 имеют антипараллельную конфигурацию вдоль оси x. Вертикальная линия при z = 200 нм является линией интерфейса спин-проводящего канала 4 и электрода 5. Численный расчёт с параметрами: $l_{sf}^{1,3,5} = 10$ нм; $\rho^{1,3,5} = 1/\sigma^{1,3,5} = 100 \ \mu\Omega \cdot cm; \ \beta^{1,3,5} = 0.7; \ \nu = 0.1 \ (\text{эB})^{-1}; \ l_J = 1 \ \text{нм}; \ l_{sf}^{2,4} = 100$ нм; $\rho^{2,4} = 1/\sigma^{2,4} = 10 \ \mu\Omega \cdot cm; \ \theta_H = \sigma_{SH}/\sigma; \ J_e = 10^8 \ \text{А} \cdot \text{сm}^{-2}.$ Верхние индексы 1-5 обозначают соответствующий слой исследуемой латеральной структуры [A2].

На рисунке видно, что при наличии ОСЭХ в электроде 5 его вклад в холловское напряжение на интерфейсе 4/5 будет пренебрежимо малым, когда холловский угол в парамагнетике 4 будет значительно больше (Рис. 3.4 (a)). Однако, влияние становится более заметным, когда холловский угол в парамагнитном канале будет сравним или меньше, чем тот же параметр в электроде 5 (Рис. 3.4 (б)).

На Рис. 3.5 изображена та же зависимость, что и на Рис. 3.3, но в геометрии, когда намагниченности электродов 1 и 3 антипараллельны вдоль оси z. Намагниченность электрода 5 всё также вращается в плоскости (x, z), а холловское напряжение измеряется по направлению y вдоль спин-проводящего канала 4 в точке расположения интерфейса 4/5. Эта зависимость совпадает с полученным ранее выражением (3.28) без заметных отклонений от sin 20. Амплитуда изменения напряжения, возникающего за счёт ОСЭХ, сопоставима с той, что была получена ранее для другой геометрии (Рис. 3.3). Однако, максимальное значение холловского напряжения, которое достигается в рассматриваемой геометрии почти в 3 раза меньше, чем в геометрии, когда намагниченности 1 и 3 антипараллельны вдоль оси x.



Рисунок 3.5 — Напряжение, возникающее за счёт ОСЭХ, в направлении оси y на интерфейсе спин-проводящего канала 4 и электрода 5 в зависимости от угла поворота намагниченности в электроде 5 относительно намагниченности электрода 3 при антипараллельной конфигурации намагниченностей электродов 1 и 3 вдоль оси z. Сплошная линия отражает предсказанный ранее закон изменения напряжения по закону $\sin 2\theta$. Численный расчёт с параметрами: $l_{sf}^{1,3,5} = 10$ нм; $\rho^{1,3,5} = 1/\sigma^{1,3,5} = 100 \ \mu\Omega \cdot \text{см}$; $\beta^{1,3,5} = 0.7$; $\nu = 0.1$ $(\Im B)^{-1}$; $l_J = 1$ нм; $l_{sf}^{2,4} = 100$ нм; $\rho^{2,4} = 1/\sigma^{2,4} = 10 \ \mu\Omega \cdot \text{см}$; $\sigma_{SH}^4 = 0.001 \ (\Omega \cdot \text{нм})^{-1}$; $J_e = 10^8 \ \text{A} \cdot \text{см}^{-2}$ [A2].

С экспериментальной точки зрения изготовление структуры, изображённой на Рис. 3.1, представляется достаточно непростым процессом. В качестве альтернативной структуры, в которой также возможно изучение обсуждаемой модуляции холловского напряжения, и которую проще изготовить для экспериментальных изысканий, представлена на Рис. 3.6. Здесь ферромагнитные электроды 1 и 3, а также ферромагнитный электрод-анализатор 5 расположены на парамагнитном основании, которое служит спин-проводящим каналом 4. Данное устройство намного ближе к тому, что было реализовано в экспериментах [13; 55; 98; 110; 115—121; 125; 127—130]. В данной геометрии угловая
зависимость холловского напряжения может быть аппроксимирована выражением:



Рисунок 3.6 — Модель латеральной спин-вентильной структуры, адаптированной для экспериментальных исследований. Размеры электрода-анализатора 3 совпадают с размерами, используемыми в головках чтения/записи в жёстких дисках. L = 5 нм, $L_1 = 30$ нм, $L_3 = 100$ нм. 1, 2 – Φ M электроды с антипараллельной ориентацией вдоль оси z, 3 – Φ M электрод-анализатор, 4 – парамагнитный спин-проводящий канал с наличием ОСЭХ, θ – угол между намагниченностями в слоях 2 и 3.

Основной вклад в холловское напряжение в подобной геометрии будет происходить от компоненты $\partial m_z/\partial x$, то есть от вертикальной компоненты (вдоль оси x) спинового тока, текущего из парамагнитного основания 4 в электроданализатор 3. С другой стороны, в ранее рассмотренной структуре основной вклад в холловское напряжение происходил от компоненты $\partial m_x/\partial z$, то есть от спинового тока, распространяющегося вдоль длины спин-проводящего канала. Геометрические параметры, выбранные для структуры, изображённой на Рис. 3.6, отвечают требованиям, которым должна удовлетворять считывающая головка жёсткого диска [131; 132]. В случае подобного применения устройства, слой 3 располагался бы сразу за поверхностью аэростатического подшипинка, в то время как слои 1 и 2 располагались бы на достаточно большом расстоянии от него. Преимущество использования предложенного сенсора магнитного поля по сравнению с сенсорами на основе магнитных туннельных контактов заключается в общей толщине сенсора, который располагается сразу за аэростатическим подшипником. Общая толщина должна быть на столько маленькой, на сколько это возможно, потому что она определяет величину зазора, необходимую для экранирования головки, а это в свою очередь влияет на плотность записи жёсткого диска. С тех пор, как в 1991 году были представлены первые магниторезистивные головки на основе анизотропного магнитоспротивления [132], было предложено и разработано немало считывающих головок на основах различных магнитных эффектов. Они были основаны на эффекте ТВП-ГМС в спин-вентилях между 1998 и 2004 годами [22], на туннельном магнитосопротивлении с 2004 года [133]. В наши дни, стандартной головкой чтения является намагниченный в плоскости магнитный туннельный контакт на основе MgO, имеющий форму Ta(3HM)/IrMn(7HM)/CoFe(2.5HM)/Ru(0.8HM)/CoFeB(2HM)/MgO(1HM)/CoFe(1HM)/ Та(0.3нм) / NiFe(3нм) / Та(3нм) с общей толщиной порядка 22 нм. Предлагаемая же латеральная структура будет иметь толщину порядка 14 нм или даже меньше, удовлетворяя при этом требованию к поверхностной плотности записи в 5 Тбит/дюйм² [134].

На Рис. 3.7 изображена зависимость холловского напряжения для структуры, изображённой на Рис. 3.6. Зависимость близка к выражению (3.30), однако, с небольшими отклонениями в области 0° и 180°. Расхождения можно объяснить тем, что когда намагниченности направлены вдоль оси z ($\theta = 0$), то только компонента $\partial m_z/\partial x$ даёт вклад в холловское напряжение. Когда намагниченность в слое 3 (Рис. 3.6) отклоняется от $\theta = 0$, то также появляется компонента $\partial m_x/\partial z$, дающая вклад в холловское напряжение. Общий вклад этих компонента при $\theta = 10$ или 170° меньше чем вклад только одной компоненты $\partial m_z/\partial x$ при $\theta = 0$ или 180°. Таким образом, максимум холловского напряжения достигается не при 0° или 180°, а при 10° или 170°. В терминах амплитуды наблюдаемый сигнал от ОСЭХ в этом случае будет довольно маленьким, поэтому для его последующей обработки будет необходимо значительное усиление.



Рисунок 3.7 — Зависимость напряжения, возникшего за счёт ОСЭХ, на границе парамагнитного основания 4 и электрода 3 в зависимости от относительного угла поворота намагниченности электрода 3. Намагниченности в слоях 1 и 2 имеют антипараллельную конфигурацию и направлены вдоль оси z. Параметры выбраны для отражения реальной структуры, работающей в диапазонах температур 300-400 К. Численный расчёт с параметрами: $l_{sf}^{1,3,5} = 10$ нм; $\rho^{1,3,5} = 1/\sigma^{1,3,5} = 100 \ \mu\Omega \cdot \text{см}$; $\beta^{1,3,5} = 0.7$; $\nu = 0.1 \ (\text{эB})^{-1}$; $l_J = 1$ нм; $l_{sf}^{2,4} = 100$ нм; $\rho^{2,4} = 1/\sigma^{2,4} = 10 \ \mu\Omega \cdot \text{см}$; $\sigma_{SH}^4 = 0.001 \ (\Omega \cdot \text{нм})^{-1}$; $J_e = 10^8 \ \text{A} \cdot \text{см}^{-2}$ [A2].

Другой важный аспект, на который стоит обратить внимание — это эволюция спин-диффузионной длины в спин-проводящем канале в зависимости от толщины канала. Поверхностное спин-флип рассеяние должно значительно уменьшить спин-диффузионную длину, когда толщина канала становится меньше, чем эластичная длина свободного пробега [135]. Для использования структуры в качестве головки чтения толщина спинового канала должна составлять порядка 2-4 нм, то есть гораздо меньше эластичной длины свободного пробега. Действительно, если в качестве материала для спин-проводящего канала используется медь, то эластичная длина свободного пробега в этом материале составляет 20-80 нм [135]. Это означает, что особое внимание следует уделить минимизации спин-флип рассеяния на поверхности меди, в противном случае, нелокальный сигнал будет значительно слабей в сравнении с результатами, полученными выше или доложенными в экспериментальных работах. Величина сигнала составляет порядка нескольких микровольт [13; 55; 62; 98; 100; 110; 115—121; 125; 127—130; 136].

Для сравнения, современные сенсоры на основе туннельного магнитосопротивления имеют выходной сигнал в пределах 20 мВ, что на 3-4 порядка больше, чем ожидаемый выходной сигнал от латеральных спин-вентилей. Однако, то, что действительно важно для магнеторезистивных головок, используемых в технологиях записи – это, с одной стороны, отношение сигнала к шуму, которое необходимо исследовать в латеральных структурах, а с другой стороны полная толщина чувствительной части сенсора, которая в случае латеральных структур значительно уменьшена [134].

3.5 Заключение

Проведены численные и аналитические исследования спинового транспорта в латеральной спин-вентильной структуре при наличии СЭХ в спинпроводящем канале в рамках квазиклассической спин-диффузионной модели, учитывающей СЭХ. Спиновый ток, проникающий в спин-проводящий канал латеральной структуры конвертируется в холловскую разность потенциалов, возникающую за счёт ОСЭХ. Было показано, что возникающая, таким образом, холловская разность потенциалов зависит от направления намагниченности ферромагнетика-анализатора, расположенного на конце спин-проводящего канала, при этом зависимость имеет вид $\sin 2\theta$ или $\cos 2\theta$ при ориентации намагниченностей электродов спин-вентиля параллельно или перпендикулярно спиновому току соответственно, где θ - угол между направлениями намагниченностей ферромагнетика-анализатора и электродов спин-вентиля. Данный эффект было предложено использовать в качестве основы датчика магнитного поля, главным преимуществом которого будет значительно меньшие размеры по сравнению с уже существующими.

Глава 4. Численный расчёт спинового вращающего момента, наведённого спиновым эффектом Холла в двухслойной структуре CuPt/Fe





Рисунок 4.1 — Теоретическая модель исследуемой структуры. 1 – слой CuPt с наличием СЭХ; 2 – ферромагнитная пластина из Fe; 3 – электроды из Cu. Электрический ток J_e направлен вдоль оси x.

Как было показано в предыдущей главе, спиновый эффект Холла можно использовать в качестве инструмента для управления спиновыми токами и спиновой аккумуляцией. В настоящей главе будет рассмотрена гибридная двухслойная структура, состоящая из ферромагнитной пластины (Fe), располагающейся на парамагнитной пластине с наличием большого СЭХ (CuPt). По бокам структуры располагаются парамагнитные (Cu) электроды (Puc. 4.1). В подобной структуре задействованы два механизма возникновения спинового тока: за счёт СЭХ и за счёт спиновой поляризации, создаваемой ферромагнитной пластиной. В результате взаимодействия между этими двумя механизмами возникает спиновый вращательный момент (торк), который приводит к изменению намагниченности ферромагнетика, в том числе и к полному перемагничиванию. Экспериментально подобные структуры были исследованы в работах [12; 137—139]. В настоящей главе будет произведено численное исследование спинового торка и распределения спиновой аккумуляции в гибридной структуре CuPt/Fe путём численного решения уравнений транспорта.

4.2 Постановка задачи

Для численного исследования спинового транспорта использовалась линеаризованная модель Леви-Ферта. Для того, чтобы рассчитать как спиновую аккумуляцию, так и спин-поляризованный ток в исследуемой структуре необходимо принять во внимание как наличие СЭХ в системе, так и процессы, участвующие в формировании спинового транспорта в ферромагнетике [16; 122; 140]:

$$\vec{J}_e = -\sigma_0 \vec{\nabla} \varphi - \beta \frac{\sigma_0}{e\nu} \vec{\nabla} (\vec{U}_M, \vec{m}) + a_0^3 \sigma_{SH} [\vec{m} \times \vec{\nabla} \varphi], \qquad (4.1)$$

$$\vec{J_m}^{(i)} = -\beta \sigma_0 \vec{\nabla} \phi \vec{U}_M^{(i)} - \frac{\sigma_0}{e \nu} \vec{\nabla} \vec{m}^{(i)} - \sigma_{SH} \vec{U}_m^{(i)} [\vec{U}_m \times \vec{\nabla} \phi], \qquad (4.2)$$

$$\operatorname{div} \vec{J_e} = 0, \tag{4.3}$$

div
$$\vec{J}_{m}^{(i)} = -\frac{\sigma_{0}}{e^{2} \nu l_{J}^{2}} [\vec{m} \times \vec{U}_{M}]^{(i)} - \frac{\sigma_{0}}{e^{2} \nu l_{sf}^{2}} \vec{m}^{(i)}$$
 (4.4)

где ϕ – электрический потенциал, σ_0 – проводимость, β – параметр спиновой асимметрии проводимости, σ_{SH} – спинхолловская проводимость, $\vec{U}_M = \vec{M}/M_s$, где \vec{M} – вектор намагниченности ферромагнетика, $\vec{U}_m = \vec{m}/|\vec{m}|$, где \vec{m} – вектор спиновой аккумуляции, а индекс i обозначает компоненты векторов \vec{m}, \vec{j}_m и \vec{U}_M в спиновом пространстве, l_{sf} – спин-диффузионная длина, l_J – обменная спин-диффузионная длина или длина прецессии и ν – плотность состояний на уровне Ферми. При рассмотрении данных уравнений внутри ферромагнетика необходимо опустить члены, описывающие спиновый эффект Холла, а внутри парамагнетика положить $\beta = 0$. В уравнении (4.1) последний член, описывающий вклад в ток СЭХ, квадратичен по $\vec{\nabla} \phi$, так как значение mпропорционально $\vec{\nabla}\phi$, а в уравнении (4.2) были опущены члены, соответствующие вкладу аномальной скорости (см. (2) в [141]). Здесь также необходимо упомянуть работу [142], где было показано, что большой спинхолловский угол σ_{SH}/σ_0 , экспериментально наблюдаемый в Au с примесями Fe и Pt [143] и в Cu с примесями Ir [97], можно объяснить резонансным электронным рассеянием на примесях, вызванным спин-орбиатльным взаимодействием. Для того, чтобы

исследовать возможность управления намагниченностью тонкой ферромагнитной пластины, расположенной на поверхности парамагнитного металлического слоя с СЭХ (Рис. 4.1), посредством спинового тока, создаваемого СЭХ необходимо решить уравнения спинового транспорта (4.1-4.4). Общее решение данной нелинейной системы ещё не получено. Однако, если предположить, что изначально вектор \vec{U}_M имеет только *у*-компоненту, то данная система линеаризуется и решается с помощью метода конечных элементов на базе пакета программ Comsol Multiphysics(R).

4.3 Численный расчёт спинового вращающего момента, наведённого спиновым эффектом Холла

Для того, чтобы показать, что предложенная модель даёт правильный результат исходная структура была немного изменена. Толщина ферромагнитного слоя была увеличена до z = 4 нм, а значение параметра спин-диффузионной длины было изменено на $l_{sf} = 2$ нм. Затем было построено распределение *у*-компоненты наведённого магнитного поля вдоль оси *z*, начиная от интерфейса между ферромагнетиком и парамагнитным слоем с СЭХ (Рис. 4.2).



Рисунок 4.2 — Распределение *у*-компоненты магнитного поля, наведённого в ФМ слое 2 за счёт СЭХ в ПМ слое 1 вдоль оси *z*. Толщина ФМ слоя в данном случае составляет *z* = 4 нм. Численный расчёт с параметрами: $\sigma^{CuPt} = 0.005$ $(\Omega \cdot \text{hm})^{-1}$, $l_{sf}^{CuPt} = 10$ нм, $\sigma_{SH}^{CuPt} = 0.1 \sigma^{CuPt}$, $\sigma^{Fe} = 0.0022$ $(\Omega \cdot \text{hm})^{-1}$, $l_{sf}^{Fe} = 2$ нм, $\beta = 0.7$, $l_J = 1$ нм, $J_e = 10^7$ A/см² [A3].

По мере увеличения расстояния от интерфейса между ферромагнитным слоем 2 и парамагнитным слоем с СЭХ 1 по оси *z*, величина наведённого поля

быстро уменьшается и когда расстояние достигает порядка величины спин-диффузионной длины, то величина наведённого поля становится незначительной. Это означает, что рассматриваемый нами эффект имеет место в тонком слое на границе интерфейса толщиной порядка спин-диффузионной длины l_{sf} .

На Рис. 4.3 изображены зависимости компонент эффективного магнитного поля, наведённого СЭХ из парамагнитного слоя CuPt в ферромагнитный слой Fe возле интерфейса от угла вращения намагниченности в слое 2, полученные с помощью численных расчётов. Намагниченность при этом вращается от оси z к оси y.



Рисунок 4.3 — Зависимости компонент эффективного магнитного поля, наведённого в ФМ слое 2 за счёт СЭХ в парамагнитном слое 1 в случае, когда намагниченность в 2 вращается от оси *z* к оси *y*. Численный расчёт с параметрами: $\sigma^{CuPt} = 0.005 \ (\Omega \cdot \text{hm})^{-1}, \ l_{sf}^{CuPt} = 10 \text{ hm},$ $\sigma_{SH}^{CuPt} = 0.1 \sigma^{CuPt}, \ \sigma^{Fe} = 0.0022 \ (\Omega \cdot \text{hm})^{-1}, \ l_{sf}^{Fe} = 6 \text{ hm}, \ \beta = 0.7, \ l_J = 1 \text{ hm},$ $J_e = 10^7 \text{ A/cm}^2 \ [\text{A3; T3}].$

В случае когда намагниченность сонаправлена с осью y ($\theta = 90^{\circ}$), то только *y*-компонента наведённого поля остаётся ненулевой и её среднее значение не меняется при инверсии направления намагниченности вдоль направления оси y. Когда направление намагниченности в ферромагнитном слое 2 не сонаправлено с осью y, то возникают все три x, y, z компоненты наведённого магнитного поля за счёт СЭХ, так как вектор спиновой аккумуляции прецессирует в обменном поле ферромагнетика.

На Рис. 4.4 изображена та же зависимость, что и на Рис. 4.3 , но теперь намагниченность в ферромагнитном слое 2 вращается от оси z к оси x.



Рисунок 4.4 — Зависимости компонент эффективного магнитного поля, наведённого в ФМ слое 2 за счёт СЭХ в парамагнитном слое 1 в случае, когда намагниченность в 2 вращается от оси *z* к оси *x*. Численный расчёт с параметрами: $\sigma^{CuPt} = 0.005 \ (\Omega \cdot \text{hm})^{-1}, \ l_{sf}^{CuPt} = 10 \text{ hm},$ $\sigma_{SH}^{CuPt} = 0.1 \sigma^{CuPt}, \sigma^{Fe} = 0.0022 \ (\Omega \cdot \text{hm})^{-1}, \ l_{sf}^{Fe} = 6 \text{ hm}, \ \beta = 0.7, \ l_J = 1 \text{ hm},$ $J_e = 10^7 \text{ A/cm}^2 \text{ [A3; T3]}.$

В этом случае, если намагниченность ферромагнитного слоя будет сонаправлена с осью x ($\theta = 90^{\circ}$), то ненулевой будет только x-компонента наведённого поля. Её значение будет значительно меньше y-компоненты наведённого поля в случае, когда намагниченность ферромагнитного слоя вращается от $z \ge y$. На Рис. 4.5 изображён численный расчёт зависимости трёх компонент спинового вращающего момента, возникающего от появления спиновой аккумуляции благодаря СЭХ, от координаты *x*.



Рисунок 4.5 — Зависимости компонент спинового вращающего момента, возникающего благодаря СЭХ, от координаты x вдоль парамагнитного слоя 1 возле интерфейса. Численный расчёт с параметрами: $\sigma^{CuPt} = 0.005 \ (\Omega \cdot \text{нм})^{-1}$, $l_{sf}^{CuPt} = 10$ нм, $\sigma_{SH}^{CuPt} = 0.1 \sigma^{CuPt}$, $\sigma^{Fe} = 0.0022 \ (\Omega \cdot \text{нм})^{-1}$, $l_{sf}^{Fe} = 6$ нм, $\beta = 0.7$, $l_J = 1$ нм, $J_e = 10^7 \text{ A/cm}^2$, $\vec{U}_M = (\cos \frac{\pi}{4}; \cos \frac{\pi}{4}; 0)$ [A3].

Если мысленно заменить парамагнитную пластину 1 на бесконечный проводник с током и посчитать магнитное поле, создаваемое таким проводником, согласно закону Био-Савара-Лапласа, то это поле составит порядка нескольких Эрстед. В то же время, среднее значение компонент спинового вращающего момента составляет несколько десятков Эрстед, что значительно больше. Это означает, что величины магнитного поля, создаваемого протекающим через структуру электрическим током, недостаточно для перемагничивания ФМ слоя структуры, в то время как величины эффективного поля, наведённого СЭХ достаточно для осуществления перемагничивания. Таким образом, можно сделать вывод, что управление намагниченностью ферромагнитного слоя 2 происходит именно за счёт спинового вращающего момента, появляющегося благодаря СЭХ, а не за счёт поля, появляющегося за счёт прохождения электрического тока.

4.4 Заключение

Проведено численное исследование спинового транспорта в двухслойной магнитной наноструктуре парамагнетик/ферромагнетик, в которой парамагнетик обладает спиновым эффектом Холла (СЭХ) в рамках квазиклассической спин-диффузионной модели, учитывающей СЭХ. Исследование подтвердило экспериментальные данные о том, что при прохождении электрического тока через подобную структуру появляется наведённый спиновый вращающий момент, величины которого достаточно для изменения направления намагниченности ферромагнитного слоя, в том числе для его перемагничивания. Также проведена оценка величины магнитного поля, создаваемого электрическим током, проходящим через двухслойную структуру. Её сравнение с расчитанным эффективным магнитным полем, эквивалентным действию вращательного момента, наведённого СЭХ, показало, что изменение намагниченности ферромагнитного слоя происходит именно за счёт магнитного поля, наведённого СЭХ, при прохождении электрического тока через структуру.

Глава 5. Численное исследование спинового транспорта в спин-вентильной системе с проводящими наноканалами

5.1 Введение и постановка задачи

Как уже было упомянуто ранее, открытие и подробное исследование эффекта ГМС позволило совершить прорыв в области конструирования магнитных головок чтения для жёстких дисков. Эффект был объяснён в терминах спин-зависящего рассеяния, которое имеет место на интерфейсах и в смежных магнитных слоях. Позднее были предложены теоретические модели для геометрий ТВП [17; 23] и ТПП [16; 39; 122; 144]. Одна из наиболее фундаментальных, на сегодняшний день, теорий предлагает в качестве ключевых параметров, описывающих спиновый транспорт в металлических многослойных структурах геометрии ТПП, использовть спиновую аккумуляцию и спин-диффузионную длину. Эта теория была обобщена как для коллинеарного, так и неколлинеарного случаев. Сравнительно недавно Вайнталем и др. [145] была предложена ещё одна теоретическая модель, которая обобщает упомянутую выше теорию Валета и Ферта. Эта модель вводит две новые характерные длины: длину когерентности (l_{\perp}) и ларморовскую длину (l_L) . Однако, все упомянутые выше теории применялись только для простых геометрий, в которых течёт однородный ток. При этом, многие спинтронные устройства имеют в своих системах неоднородные токи. В настоящей главе производится численное исследование спинового транспорта спин-вентильных структур, имеющих проводящие наноканалы в разделяющем диэлектрическом слое, наличие которых приводит к возникновению неоднородных токов, как на основе модели спинового транспорта Леви-Ферта [146], так и Вайнталя [145]. Ниже будет показано, что неоднородность токов, появляющаяся в подобных структурах, ведёт к образованию вихревых спиновых токов. Также будет произведено сравнение угловых зависимостей эффекта ГМС, рассчитаных в рамках моделей Леви-Ферта и Вайнталя.

Исследование проводилось в структуре, представляющей собой два парамагнитных электрода толщиной 100 нм каждый, которые соединены между собой спин-вентилями, состоящими из двух ферромагнитных слоёв, разделённых парамагнетиком. То есть в данной структуре роль проводящих наноканалов играет набор тонких спин-вентильных контактов одинакового размера диаметром порядка нескольких нанометров. Количество таких контактов может варьироваться (Рис. 5.1).



Рисунок 5.1 — Модель структуры с проводящими наноканалами в виде тонких спин-вентилей, используемая для исследования спинового транспорта в геометрии ТПП. При расчёте в 2D модели все величины рассчитываются на 1 нм глубины. Электрический ток J_e направлен вдоль оси x.

Намагниченность в одном из ферромагнитных слоёв каждого спин-вентильного контакта зафиксирована в направлении оси *y*, перпендикулярном течению электрического тока. Намагниченность соседнего ферромагнитного слоя может свободно вращаться от параллельного к антипараллельному состоянию относительно первого. В численном расчёте используются и сравниваются результаты двух моделей, каждая из которых описывает спиновый транспорт в структурах. Уравнения диффузного спинового транспорта, предложенные Леви-Фертом и расширенные на неколлинеарную геометрию имеют выражение:

$$\vec{J}_e = -\sigma \vec{\nabla} \varphi - \beta \frac{\sigma}{\nu} (\vec{M}, \vec{\nabla} \vec{m}), \qquad (5.1)$$

$$\vec{J_m} = -\beta \sigma(\vec{M}, \vec{\nabla} \phi) - \frac{\sigma}{\nu} \vec{\nabla} \vec{m}, \qquad (5.2)$$

$$\operatorname{div} \vec{J_e} = 0, \tag{5.3}$$

$$\operatorname{div} \vec{J}_m = -\frac{\sigma}{\nu l_{sf}^2} \vec{m} - \frac{\sigma}{\nu l_J^2} [\vec{M} \times \vec{m}]$$
(5.4)

где φ – электрический потенциал, σ – проводимость, β – параметр спиновой асимметрии проводимости, \vec{M} – единичный вектор намагниченности, \vec{m} – вектор спиновой аккумуляции, имеющий 3 компоненты в спиновом пространстве, l_{sf} – спин-диффузионная длина, l_J – длина прецессии, ν – плотность состояний на уровне Ферми. В отличие от электрического тока, спиновый ток не сохраняется и может изменяться как за счёт процессов спиновой релаксации, так и за счёт возникновения локального спинового вращающего момента, который приводит к прецессии спиновой аккумуляции вокруг локальной намагниченности, благодаря *s* – *d* обменному взаимодействию. Уравнения спинового транспорта, предложенные Вайнталем и др. выведены прямо из теории Валета-Ферта [16] и включают в себя две новые характерные длины: перпендикулярную длину спиновой когерентности l_{\perp} и длину спиновой прецессии (ларморовскую длину) l_L . Первая длина ответственна за затухание, а вторая за прецессию. Введение указанных выше характерных длин даёт более согласованное с экспериментальными данными описание угловой зависимости эффекта ГМС в исследуемой структуре. Здесь мы принимаем во внимание только объёмное спин-зависящее рассеяние, что не ограничивает качественное описание изучаемых явлений в настоящей главе. Численный расчёт производился с помощью метода конечных элементов на базе пакета программ Comsol Multiphysics (R). Для всех расчётов использовались следующие значения параметров, входящих в уравнения транспорта: $\sigma^F = 0.001 \ (\Omega \cdot \text{hm})^{-1}; \ \sigma^P = 0.01 \ (\Omega \cdot \text{hm})^{-1}; \ \mathbf{v} = 0.1 \ (\Im B)^{-1}; \ l_{sf}^P = 100$ нм; $\beta^F = 0.7$; $\beta^P = 0$; $J_e = 10^8 \text{ A/cm}^2$; $l_J^F = 1$ нм; $l_J^P \to 0$ нм, где индексы *F* и *P* относятся к ферромагнитному и парамагнитному слоям соответственно. Выбранные параметры соответствуют меди (Cu) и железу (Fe).

5.2 Численное исследование спинового транспорта в спин-вентильной системе с проводящими наноканалами. Сравнение моделей Леви-Ферта и Вайнталя



Рисунок 5.2 — Угловые зависимости приведённого сопротивления для различных значений длин l_{\perp} , l_L и l_J , полученные с помощью численного расчёта уравнений спинового транспорта в рамках моделей Леви-Ферта и Вайнталя. На рисунке $l_{\perp} \equiv l_T$; $l_{sf}^F = 50$ нм [A4].

Численные решения уравнений транспорта в рамках моделей Леви-Ферта и Вайнталя показали абсолютно одинаковые значения магнитосопротивления. Однако, введение двух характерных длин l_{\perp} и l_L , предложенных Вайнталем, даёт иное описание угловой зависимости эффекта ГМС по сравнению с моделью Леви-Ферта, где введена только одна характерная длина l_J . Для сравнения угловых зависимостей эффекта ГМС в рамках моделей Леви-Ферта и Вайнталя была использована величина приведённого сопротивления, введённая ранее Слончевским в работе [5]:

$$r = \frac{1 - \cos^2(\theta/2)}{1 + \chi \cos^2(\theta/2)}$$
(5.5)

где χ – параметр, напрямую связанный, со свойствами материала, а также описывающий отклонение приведённого сопротивления г от линейности по отношению к $\cos^2(\theta/2)$, где θ – относительный угол поворота намагниченности в свободном слое по отношению к зафиксированной намагниченности в другом слое. Величина параметра χ была рассчитана для различных значений длин l_{\perp} и l_L в рамках модели Вайнталя, а также при $l_J = 1$ нм в рамках модели Леви-Ферта (Рис. 5.2).

Для значений $l_{\perp} = 0.95$ нм и $l_L = 0.37$ нм, соответствующих кобальту (Со) и взятых из расчитанных значений в работе Вайнталя и др., параметр χ равен -0.15. Однако, как показывают экспериментальные данные [147], значение χ находится в диапазоне от 1.2 до 1.6. Значения параметра χ , полученные с помощью численного расчёта и близкие к экспериментальным значениям, равны 2 и 0.75. Эти значения получены для случая, когда длина l_{\perp} достаточно мала. Это свидетельствует о том, что перпендикулярная компонента спиновой аккумуляции уничтожается за счёт сильного спин-флип рассеяния на интерфейсе.



Рисунок 5.3 — Сравнение зависимостей эффекта ГМС от количества спин-вентильных контактов фиксированного диаметра ($D_y = 5$ нм) и от одного спин-вентильного контакта эквивалентного суммарного диаметра кратного D_y ; $l_{sf}^F = 5$ нм [A4; T4].

Далее было рассчитано магнитоспротивление структур, в которых менялось количество спин-вентильных контактов от 1 до 9. Диаметр D_y каждого контакта при этом составлял 5 нм. Затем было расчитано магнитосопротивление структуры, в которой присутствует только один спин-вентильный контакт с диаметром D_y кратным 5 нм. После этого было произведено сравнение значений магнитоспротивления в системе, где присутствует несколько спин-вентильных контактов с системой, где присутствует один спин-вентильный контакт эквивалентного суммарного диаметра (Рис. 5.3).

Естественно, что благодаря уменьшению полного сопротивления системы, величина эффекта ГМС уменьшается с увеличением диаметра D_y спин-вентильного контакта или же с увеличением количества спин-вентильных контактов фиксированного диаметра. На рисунке также отчётливо видно, что система с разным количеством спин-вентильных контактов фиксированного диаметра даёт значительно большее значение эффекта ГМС, по сравнению с системой с одним спин-вентильным контактом эквивалентного суммарного диаметра. Таким образом, можно предположить, что на величину эффекта ГМС существенное влияние оказывает неоднородное распределение спиновых токов в исследуемых системах [148].



Рисунок 5.4 — Линии спинового тока в структуре с проводящим спин-вентильным контактом. Диаметр спин-вентильного контакта $D_y = 30$ нм; $l_{sf}^F = 50$ нм [A4].

И наконец, для того, чтобы продемонстрировать неоднородное поведение спиного тока в структуре были построены линии спинового тока. Как можно заметить, в некоторых областях структуры линии тока начинают загибаться и образуют что-то наподобие вихрей, которые можно рассматривать в качестве неоднородности распределения спинового тока (Рис. 5.4).

5.3 Заключение

Проведено численное исследование спинового транспорта в структуре типа спин-вентиль, имеющей проводящие наноканалы в диэлектрическом разделительном слое. Показано, что наличие подобных наноканалов приводит к неоднородности распределения спинового тока в структуре, а также может приводить к возникновению вихревыхспиновых токов. Показано, что структура с большим количеством наноканалов маленького диаметра приводит к значительному увеличению эффекта ГМС по сравнению с такой же структурой, но с одним про водящим наноканалом эквивалентного диаметра. Проведено сравнение численных расчётов уравнений спинового транспорта в рамках спин-диффузионных моделей Леви-Ферта и Вайнталя, в результате которого показано, что обе модели дают одинаковое значение эффекта ГМС. Однако, расчёты угловой зависимости эффекта ГМС в рамках модели Вайнталя показали лучшую согласованность с экспериментальными данными.

Основные результаты и выводы

Основные результаты работы заключаются в следующем.

- 1. Показано, что ширина спин-проводящего канала в масштабе длин порядка спин-диффузионной длины l_{sf} влияет на величину нелокального падения напряжения, снимаемого вдоль анализатора латеральной спин-вентильной структуры. Установлено, что при достаточно малых ширинах спин-проводящего канала и антипараллельной конфигурации намагниченностей в ферромагнитных слоях спин-вентиля спиновая аккумуляция принимает достаточно большое значение и не меняется вдоль ширины спин-проводящего канала. При достаточно больших ширинах спин-проводящего канала величина спиновой аккумуляции и нелокального напряжения уменьшается и заметно меняется в поперечном сечении для обеих конфигураций намагниченностей.
- 2. Установлено, что величина холловского напряжения в спин-проводящем канале латеральной спин-вентильной структуры, в котором присутствует спиновый эффект Холла, зависит от угла θ между намагниченностью анализатора и ферромагнитного электрода спин-вентиля. Обнаружено как численно, так и аналитически, что эта зависимость имеет вид sin 2θ или cos 2θ при ориентации намагниченностей электродов спин-вентиля параллельно или перпендикулярно направлению распространения спинового тока соответственно. Показано, что данный эффект имеет место и в латеральных структурах более сложной геометрии, но удобных для изготовления, что делает их перспективными для использования в качестве датчиков магнитного поля.
- 3. Показано, что при прохождении электрического тока в двухслойной структуре парамагнетик/ферромагнетик, в которой парамагнетик обладает спиновым эффектом Холла, в ферромагнитном слое возникает достаточно большой вращательный момент, наведённый спиновым эффектом Холла, который способен изменить направление намагниченности ферромагнетика, в том числе привести к его полному перемагничиванию. Результаты численных расчётов подтверждают полученные ранее экспериментальные данные.

4. Выявлено, что наличие проводящих наноканалов в виде спин-вентильных контактов малого диаметра приводит к неоднородности распределения спинового тока в спин-вентильной структуре, а также может приводить к возникновению вихревых спиновых токов. Показано, что структура с большим количеством контактов малого диаметра приводит к значительному увеличению магнитосопротивления по сравнению со структурой с одним контактом эквивалентного суммарного диаметра. Результаты расчётов угловой зависимости эффекта ГМС в рамках модели Вайнталя показали лучшую согласованность с экспериментальными данными.

Список сокращений и условных обозначений

- АМС Анизотропное магнитосопротивление
- $A\Phi M$ Антиферромагнетик
- АЭХ Аномальный эффект Холла
- ΓMC Гигантское магнитосопротивление
- ДЭ Диэлектрик
- ЛСВС Латеральная спин-вентильная структура
- ОСЭХ Обратный спиновый эффект Холла
 - ПМ Парамагнетик
 - СЭХ Спиновый эффект Холла
 - ТВП Геометрия «ток в плоскости»
- ТВП-ГМС Гигантское магнитоспротивление в геометрии «ток в плоскости»
 - ТМС Туннельное магнитоспротивление
 - ТПП Геометрия «ток перпендикулярен плоскости»
- **ТПП-ГМС** Гигантское магнитоспротивление в геометрии «ток перпендикулярен плоскости»
 - ΦM Ферромагнетик
 - ЭХ Эффект Холла
 - MRAM Magnetoresistive Random Access Memory (Магниторезистивная оперативная память)
 - ${\bf YIG}$ Железо-иттриевый гранат ${\rm Fe}_5{\rm O}_{12}{\rm Y}_3$

Список публикаций

Статьи

- A1. Nonlocal Signal and Noise in T-shaped Lateral Spin-Valve Structures / A. Vedyayev, N. Ryzhanova, N. Strelkov, T. Andrianov, A. Lobachev, and B. Dieny. // Phys. Rev. Applied 2018. Vol. 10. P. 064047.
- A2. Magnetic modulation of inverse spin Hall effect in lateral spin-valves / T.Andrianov, A.Vedyaev, B.Dieny. // J. Phys. D: Appl. Phys. - 2018. -Vol. 51. - P. 205003.
- A3. Numerical Simulation of Spin Torque Induced by Spin Hall Effect in CuPt/Fe Heterostructure / T.Andrianov, Y.Gritsenko, N.Strelkov, N.Ryzhanova, A.Vedyaev. // Solid State Phenomena. – 2014. – Vols. 233-234. – P. 407-410.
- A4. Numerical Simulation of Spin Transport in Systems with Complex Geometry / T.Andrianov, A.Vedyaev. // EPJ Web of Conferences. – 2018. – Vol. 185. – P. 01021.

Тезисы докладов

- T1. Non-local Signal and Noise in Lateral Spin-Valve Structures / Vedyayev A., Ryzhanova N., Strelkov N., Andrianov T., Lobachev A., Dieny B. // Book of Abstracts of Moscow International Symposium on Magnetism (MISM 2017). – 2017. – P. 132.
- Т2. Спиновый транспорт в латеральной спин-вентильной наноструктуре с учетом спинового эффекта Холла / Андрианов Т.А., Ведяев А.В. // Материалы XX Международного симпозиума нанофизика и наноэлектроника (Нижний Новгород). – 2016. – Р. 151-152.
- T3. Numerical Simulation of Spin Hall Effect in CuPt/Fe Heterostructure / Andrianov T., Gritsenko Y., Strelkov N., Ryzhanova N., Vedyaev A. // Book of Abstracts of Moscow International Symposium on Magnetism (MISM 2014). – 2014. – P. 243.
- T4. Numerical Simulation of Spin Transport in Systems with Complex Geometry / Andrianov T., Vedyayev A. // Book of Abstracts of Moscow International Symposium on Magnetism (MISM 2017). – 2017. – P. 164.

Список литературы

- Giant Magnetoresistance of (001)Fe/(001)Cr Magnetic Superlattices / M. N. Baibich [et al.] // Physical Review Letters. — 1988. — Vol. 61, no. 21. — P. 2472—2475.
- Enhanced magnetoresistance in layered magnetic structures with antiferromagnetic interlayer exchange / G. Binasch [et al.] // Physical Review B. – 1989. – Vol. 39, no. 7. – P. 4828–4830.
- Julliere, M. Tunneling between two ferromagnetic films / M. Julliere // Physics Letters A. - 1975. - Vol. 54, no. 3. - P. 225-226.
- Slonczewski, J. Current-driven excitation of magnetic multilayers / J. Slonczewski // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 1996. — Vol. 159, no. 1/2. — P. L1—L7.
- Slonczewski, J. Currents and torques in metallic magnetic multilayers / J. Slonczewski // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2002. — Vol. 247, no. 3. — P. 324—338.
- Tserkovnyak, Y. Electron transport driven by nonequilibrium magnetic textures / Y. Tserkovnyak, M. Mecklenburg // Phys. Rev. B. - 2008. -Vol. 77. - P. 134407.
- Дяъконов, М. И. О возможности ориентации электронных спинов током / М. И. Дяьконов, В. И. Перель // Письма в ЖЭТФ. — 1971. — Т. 13, № 1. — С. 657—660.
- Dyakonov, M. Current-induced spin orientation of electrons in semiconductors / M. Dyakonov, V. Perel // Physics Letters A. 1971. Vol. 35, no. 6. P. 459-460.
- Kato, Y. K. Observation of the Spin Hall Effect in Semiconductors / Y. K. Kato // Science. - 2004. - Vol. 306, no. 5703. - P. 1910-1913.
- Experimental Observation of the Spin-Hall Effect in a Two-Dimensional Spin-Orbit Coupled Semiconductor System / J. Wunderlich [et al.] // Physical Review Letters. — 2005. — Vol. 94, no. 4. — P. 7204.

- Evidence for the ballistic intrinsic spin Hall effect in HgTe nanostructures /
 C. Brune [et al.] // Nature Physics. 2010. Vol. 6, no. 6. P. 448-454.
- Perpendicular switching of a single ferromagnetic layer induced by in-plane current injection / I. M. Miron [et al.] // Nature. — 2011. — Vol. 476, no. 7359. — P. 189—193.
- Spin-Torque Switching with the Giant Spin Hall Effect of Tantalum / L. Liu [et al.] // Science. - 2012. - Vol. 336, no. 6081. - P. 555-558.
- Symmetry and magnitude of spin-orbit torques in ferromagnetic heterostructures / K. Garello [et al.] // Nature Nanotechnology. — 2013. — Vol. 8, no. 8. — P. 587—593.
- Room-Temperature Reversible Spin Hall Effect / T. Kimura [et al.] // Physical Review Letters. - 2007. - Vol. 98, no. 15. - P. 6601.
- Valet, T. Theory of the perpendicular magnetoresistance in magnetic multilayers / T. Valet, A. Fert // Physical Review B. - 1993. - Vol. 48, no. 10. -P. 7099-7113.
- 17. Levy, P. M. Electrical conductivity of magnetic multilayered structures / P. M. Levy, S. Zhang, A. Fert // Physical Review Letters. - 1990. -Vol. 65, no. 13. - P. 1643-1646.
- Mott, N. F. The Electrical Conductivity of Transition Metals / N. F. Mott // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. — 1936. — Vol. 153, no. 880. — P. 699—717.
- Mott, N. F. The Resistance and Thermoelectric Properties of the Transition Metals / N. F. Mott // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. — 1936. — Vol. 156, no. 888. — P. 368—382.
- Campbell, I. A. Evidence for Two Current Conduction in Iron / I. A. Campbell, A. Fert, A. R. Pomeroy // Philosophical magazine. 1967. Vol. 15, no. 1. P. 977.
- Layered Magnetic Structures: Evidence for Antiferromagnetic Coupling of Fe Layers across Cr Interlayers / P. Grünberg [et al.] // Physical Review Letters. — 1986. — Vol. 57, no. 19. — P. 2442—2445.

- 22. Giant magnetoresistive in soft ferromagnetic multilayers / B. Dieny [et al.] // Physical Review B. - 1991. - Vol. 43, no. 1. - P. 1297-1300.
- Camley, R. E. Theory of giant magnetoresistance effects in magnetic layered structures with antiferromagnetic coupling / R. E. Camley, J. Barnaś // Physical Review Letters. — 1989. — Vol. 63, no. 6. — P. 664—667.
- 24. Perpendicular giant magnetoresistances of Ag/Co multilayers / W. P. Pratt [et al.] // Physical Review Letters. 1991. Vol. 66, no. 23. P. 3060—3063.
- 25. Two-channel analysis of CPP-MR data for Ag/Co and AgSn/Co multilayers /
 S.-F. Lee [et al.] // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 1993. —
 Vol. 118, no. 1/2. P. L1—L5.
- Johnson, M. Analysis of anomalous multilayer magnetoresistance within the thermomagnetoelectric system / M. Johnson // Physical Review Letters. – 1991. – Vol. 67, no. 25. – P. 3594–3597.
- Johnson, M. Thermodynamic analysis of interfacial transport and of the thermomagnetoelectric system / M. Johnson, R. H. Silsbee // Physical Review B. 1987. Vol. 35, no. 10. P. 4959-4972.
- 28. Johnson, M. Ferromagnet-Nonferromagnet Interface Resistance / M. Johnson,
 R. H. Silsbee // Physical Review Letters. 1988. Vol. 60, no. 4. P. 377-377.
- Son, P. C. van. Boundary Resistance of the Ferromagnetic-Nonferromagnetic Metal Interface / P. C. van Son, H. van Kempen, P. Wyder // Physical Review Letters. - 1987. - Vol. 58, no. 21. - P. 2271-2273.
- Fert, A. Perpendicular magnetoresistance in magnetic multilayers: Theoretical model and discussion (invited) / A. Fert, T. Valet, J. Barnas // Journal of Applied Physics. — 1994. — Vol. 75, no. 10. — P. 6693—6698.
- Gijs, M. A. M. Perpendicular giant magnetoresistance of microstructured Fe/Cr magnetic multilayers from 4.2 to 300 K / M. A. M. Gijs, S. K. J. Lenczowski, J. B. Giesbers // Physical Review Letters. — 1993. — Vol. 70, no. 21. — P. 3343—3346.

- 32. Strelkov, N. Extension of the semiclassical theory of current-perpendicular-to-plane giant magnetoresistance including spin flip to any multilayered magnetic structures / N. Strelkov, A. Vedyaev, B. Dieny // Journal of Applied Physics. - 2003. - Vol. 94, no. 5. - P. 3278-3287.
- 33. Berger, L. Emission of spin waves by a magnetic multilayer traversed by a current / L. Berger // Physical Review B. 1996. Vol. 54, no. 13. P. 9353-9358.
- 34. Ферт, А. Происхождение, развитие и перспективы спинтроники /
 А. Ферт // Успехи Физических наук. 2008. Т. 178, № 12. С. 1336.
- Excitation of a Magnetic Multilayer by an Electric Current / M. Tsoi [et al.] // Physical Review Letters. — 1998. — Vol. 80, no. 19. — P. 4281—4284.
- 36. Current-Driven Magnetization Reversal and Spin-Wave Excitations in Co / Cu / Co Pillars / J. A. Katine [et al.] // Physical Review Letters. — 2000. — Vol. 84, no. 14. — P. 3149—3152.
- 37. Spin-polarized current induced switching in Co/Cu/Co pillars / J. Grollier [et al.] // Applied Physics Letters. 2001. Vol. 78, no. 23. P. 3663—3665.
- 38. Chappert, C. The emergence of spin electronics in data storage / C. Chappert,
 A. Fert, F. N. Van Dau // Nature Materials. 2007. Vol. 6, no. 11. P. 813-823.
- Vedyayev, A. Quantum Theory of Giant Magnetoresistance of Spin-Valve Sandwiches / A. Vedyayev, B. Dieny, N. Ryzhanova // Europhysics Letters (EPL). - 1992. - Vol. 19, no. 4. - P. 329-335.
- 40. Angular Dependence of Giant Magnetoresistance in Magnetic Multilayered Structures / A. Vedyayev [et al.] // Europhysics Letters (EPL). - 1994. - Vol. 25, no. 6. - P. 465-470.
- Angular variation of giant magnetoresistance for current perpendicular to the plane of the layers / A. Vedyayev [et al.] // Physical Review B. - 1997. -Vol. 55, no. 6. - P. 3728-3733.
- 42. Angular dependence of the perpendicular giant magnetoresistance of multilayers / P. Dauguet [et al.] // Physical Review B. 1996. Vol. 54, no. 2. P. 1083-1087.

- Hartmann, U. Magnetic Multilayers and Giant Magnetoresistance—Fundamentals and Industrial Applications / U. Hartmann. — Berlin, Germany : Springer: Verlag, 2000.
- 44. Examples from the Field of Industrial Sensors. Avialable online: http://sensitec.com/english/applications/ industry (accessed on 29 April 2016). —.
- 45. Giant Magnetoresistance-based Biosensor for Detection of Influenza A Virus / V. D. Krishna [et al.] // Frontiers in Microbiology. 2016. Vol. 7, no. 1. P. 400.
- 46. Tsymbal, E. Y. Perspectives of giant magnetoresistance / E. Y. Tsymbal,
 D. G. Pettifor // Solid State Phys. 2001. Vol. 56, no. 1. P. 113-237.
- Johnson, M. Interfacial charge-spin coupling: Injection and detection of spin magnetization in metals / M. Johnson, R. H. Silsbee // Physical Review Letters. - 1985. - Vol. 55, no. 17. - P. 1790-1793.
- Magnetoresistance of a planar spin valve with single-domain ferromagnetic probes / J. Caballero [et al.] // IEEE Transactions on Magnetics. — 2001. — Vol. 37, no. 4. — P. 2111—2113.
- 49. Jedema, F. J. Electrical spin injection and accumulation at room temperature in an all-metal mesoscopic spin valve / F. J. Jedema, A. T. Filip, B. J. van Wees // Nature. - 2001. - Vol. 410, no. 1. - P. 345-348.
- 50. Spin injection and spin accumulation in all-metal mesoscopic spin valves / F. J. Jedema [et al.] // Physical Review B. 2003. Vol. 67, no. 8. P. 5319.
- 51. Spin-dependent boundary resistance in the lateral spin-valve structure / T. Kimura [et al.] // Applied Physics Letters. 2004. Vol. 85, no. 16. P. 3501-3503.
- Suppression of spin accumulation in nonmagnet due to ferromagnetic ohmic contact / T. Kimura [et al.] // Applied Physics Letters. - 2004. - Vol. 85, no. 17. - P. 3795-3796.
- 53. Kimura, T. Estimation of spin-diffusion length from the magnitude of spin-current absorption: Multiterminal ferromagnetic/nonferromagnetic hybrid structures / T. Kimura, J. Hamrle, Y. Otani // Physical Review B. – 2005. – Vol. 72, no. 1. – P. 4461.

- 54. Kimura, T. Switching Magnetization of a Nanoscale Ferromagnetic Particle Using Nonlocal Spin Injection / T. Kimura, Y. Otani, J. Hamrle // Physical Review Letters. — 2006. — Vol. 96, no. 3. — P. 7201.
- Kimura, T. Spin transport in lateral ferromagnetic/nonmagnetic hybrid structures / T. Kimura, Y. Otani // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2007. – Vol. 19, no. 16. – P. 5216.
- Nonoguchi, S. Nonlocal spin transports in nanopillar-based lateral spin valve / S. Nonoguchi, T. Nomura, T. Kimura // Applied Physics Letters. - 2012. -Vol. 100, no. 13. - P. 2401.
- 57. Mott, N. F. The Scattering of Fast Electrons by Atomic Nuclei / N. F. Mott // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. — 1929. — Vol. 124, no. 794. — P. 425—442.
- Shull, C. G. Electron Polarization / C. G. Shull, C. T. Chase, F. E. Myers // Physical Review. - 1943. - Vol. 63, no. 1/2. - P. 29-37.
- Manifestation of the spin Hall effect through charge-transport in the mesoscopic regime / E. M. Hankiewicz [et al.] // Physical Review B. - 2004. -Vol. 70, no. 24. - P. 1301.
- Hirsch, J. E. Spin Hall Effect / J. E. Hirsch // Physical Review Letters. 1999. – Vol. 83, no. 9. – P. 1834–1837.
- *Zhang*, S. Spin Hall Effect in the Presence of Spin Diffusion / S. Zhang // Physical Review Letters. - 2000. - Vol. 85, no. 2. - P. 393-396.
- Spin Hall effects / J. Sinova [et al.] // Reviews of Modern Physics. 2015. Vol. 87, no. 4. P. 1213-1260.
- Conversion of spin current into charge current at room temperature: Inverse spin-Hall effect / E. Saitoh [et al.] // Applied Physics Letters. 2006. Vol. 88, no. 18. P. 2509.
- 64. Valenzuela, S. O. Direct electronic measurement of the spin Hall effect / S. O. Valenzuela, M. Tinkham // Nature. - 2006. - Vol. 442, no. 7099. -P. 176-179.
- Coherence Control of Hall Charge and Spin Currents / H. Zhao [et al.] // Physical Review Letters. — 2006. — Vol. 96, no. 24. — P. 6601.

- 66. Negative Nonlocal Resistance in Mesoscopic Gold Hall Bars: Absence of the Giant Spin Hall Effect / G. Mihajlovic [et al.] // Physical Review Letters. 2009. Vol. 103, no. 16. P. 6601.
- Anomalous Hall effect / N. Nagaosa [et al.] // Reviews of Modern Physics. —
 2010. Vol. 82, no. 2. P. 1539—1592.
- 68. Anomalous Hall effect in a two-dimensional Dirac band: The link between the Kubo-Streda formula and the semiclassical Boltzmann equation approach / N. A. Sinitsyn [et al.] // Physical Review B. 2007. Vol. 75, no. 4. P. 5315.
- Kovalev, A. A. Anomalous Hall Effect in Disordered Multiband Metals /
 A. A. Kovalev, J. Sinova, Y. Tserkovnyak // Physical Review Letters. –
 2010. Vol. 105, no. 3. P. 6601.
- 70. Pancharatnam, S. Generalized theory of interference, and its applications /
 S. Pancharatnam // Proceedings of the Indian Academy of Sciences Section
 A. 1956. Vol. 44, no. 5. P. 247-262.
- Berry, M. V. Quantal Phase Factors Accompanying Adiabatic Changes / M. V. Berry // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. - 1984. - Vol. 392, no. 1802. - P. 45-57.
- Karplus, R. Hall Effect in Ferromagnetics / R. Karplus, J. M. Luttinger // Physical Review. - 1954. - Vol. 95, no. 5. - P. 1154-1160.
- 73. Jungwirth, T. Anomalous Hall Effect in Ferromagnetic Semiconductors / T. Jungwirth, Q. Niu, A. H. MacDonald // Physical Review Letters. – 2002. – Vol. 88, no. 20. – P. 7208.
- 74. Onoda, M. Topological Nature of Anomalous Hall Effect in Ferromagnets / M. Onoda, N. Nagaosa // Journal of the Physical Society of Japan. - 2002. -Vol. 71, no. 1. - P. 19-22.
- Sundaram, G. Wave-packet dynamics in slowly perturbed crystals: Gradient corrections and Berry-phase effects / G. Sundaram, Q. Niu // Physical Review B. 1999. Vol. 59, no. 23. P. 14915-14925.
- 76. Theory of magnon-driven spin Seebeck effect / J. Xiao [et al.] // Physical Review B. - 2010. - Vol. 81, no. 21. - P. 4418.

- 77. Universal Intrinsic Spin Hall Effect / J. Sinova [et al.] // Physical Review Letters. - 2004. - Vol. 92, no. 12. - P. 6603.
- 78. Murakami, S. Dissipationless Quantum Spin Current at Room Temperature /
 S. Murakami // Science. 2003. Vol. 301, no. 5638. P. 1348-1351.
- 79. An antidamping spin-orbit torque originating from the Berry curvature / H. Kurebayashi [et al.] // Nature Nanotechnology. - 2014. - Vol. 9, no. 3. -P. 211-217.
- Inoue, J.-i. Suppression of the persistent spin Hall current by defect scattering / J.-i. Inoue, G. E. W. Bauer, L. W. Molenkamp // Physical Review B. – 2004. – Vol. 70, no. 4. – P. 1303.
- Dimitrova, O. V. Spin-Hall conductivity in a two-dimensional Rashba electron gas / O. V. Dimitrova // Physical Review B. - 2005. - Vol. 71, no. 24. -P. 5327.
- Intrinsic spin Hall effect and orbital Hall effect in 4 d and 5 d transition metals / T. Tanaka [et al.] // Physical Review B. - 2008. - Vol. 77, no. 16. -P. 5117.
- 83. Intrinsic Spin Hall Effect in Platinum: First-Principles Calculations / G. Y. Guo [et al.] // Physical Review Letters. 2008. Vol. 100, no. 9. P. 6401.
- Smit, J. The spontaneous hall effect in ferromagnetics II / J. Smit // Physica. - 1958. - Vol. 24, no. 1-5. - P. 39-51.
- Spin Hall angle versus spin diffusion length: Tailored by impurities / M. Gradhand [et al.] // Physical Review B. 2010. Vol. 81, no. 24. P. 5109.
- 86. Spin relaxation and spin Hall transport in 5 d transition-metal ultrathin films / N. H. Long [et al.] // Physical Review B. - 2014. - Vol. 90, no. 6. -P. 4406.
- Skew scattering in dilute ferromagnetic alloys / B. Zimmermann [et al.] // Physical Review B. - 2014. - Vol. 90, no. 22. - P. 403.
- Robust impurity-scattering spin Hall effect in a two-dimensional electron gas /
 V. K. Dugaev [et al.] // Physical Review B. 2010. Vol. 82, no. 12. P. 1310.

- Smit, J. The spontaneous hall effect in ferromagnetics I / J. Smit // Physica. - 1955. - Vol. 21, no. 6-10. - P. 877-887.
- 90. Berger, L. Influence of spin-orbit interaction on the transport processes in ferromagnetic nickel alloys, in the presence of a degeneracy of the 3d band / L. Berger // Physica. 1964. Vol. 30, no. 6. P. 1141-1159.
- 91. Crépieux, A. Theory of the anomalous Hall effect from the Kubo formula and the Dirac equation / A. Crépieux, P. Bruno // Physical Review B. - 2001. -Vol. 64, no. 1. - P. 4416.
- 92. Engel, H.-A. Theory of Spin Hall Conductivity in n -Doped GaAs / H.-A. Engel, B. I. Halperin, E. I. Rashba // Physical Review Letters. 2005. Vol. 95, no. 16. P. 6605.
- Valenzuela, S. O. Electrical detection of spin currents: The spin-current induced Hall effect (invited) / S. O. Valenzuela, M. Tinkham // Journal of Applied Physics. — 2007. — Vol. 101, no. 9. — 09B103.
- 94. Detection of Electrically Modulated Inverse Spin Hall Effect in an Fe / GaAs Microdevice / K. Olejník [et al.] // Physical Review Letters. 2012. Vol. 109, no. 7. P. 6601.
- 95. Vila, L. Evolution of the Spin Hall Effect in Pt Nanowires: Size and Temperature Effects / L. Vila, T. Kimura, Y. Otani // Physical Review Letters. — 2007. — Vol. 99, no. 22. — P. 6604.
- 96. Giant Orbital Hall Effect in Transition Metals: Origin of Large Spin and Anomalous Hall Effects / H. Kontani [et al.] // Physical Review Letters. — 2009. — Vol. 102, no. 1. — P. 6601.
- 97. Extrinsic Spin Hall Effect Induced by Iridium Impurities in Copper / Y. Niimi [et al.] // Physical Review Letters. — 2011. — Vol. 106, no. 12. — P. 6601.
- 98. Spin-Torque Ferromagnetic Resonance Induced by the Spin Hall Effect / L. Liu [et al.] // Physical Review Letters. — 2011. — Vol. 106, no. 3. — P. 6601.
- 99. Indication of intrinsic spin Hall effect in 4 d and 5 d transition metals / M. Morota [et al.] // Physical Review B. 2011. Vol. 83, no. 17. P. 4405.

- 100. Giant Spin Hall Effect Induced by Skew Scattering from Bismuth Impurities inside Thin Film CuBi Alloys / Y. Niimi [et al.] // Physical Review Letters. — 2012. — Vol. 109, no. 15. — P. 6602.
- 101. 5d iridium oxide as a material for spin-current detection / K. Fujiwara [et al.] // Nature Communications. 2013. Vol. 4, no. 2893. P. 1—6.
- 102. Fan, J. Direct electrical observation of spin Hall effect in Bi film / J. Fan,
 J. Eom // Applied Physics Letters. 2008. Vol. 92, no. 14. P. 142101.
- 103. Mizukami, S. Ferromagnetic resonance linewidth for NM/80NiFe/NM films (NM=Cu, Ta, Pd and Pt) / S. Mizukami, Y. Ando, T. Miyazaki // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2001. — Vol. 226—230, no. 1. — P. 1640—1642.
- 104. Mizukami, S. Effect of spin diffusion on Gilbert damping for a very thin permalloy layer in Cu/permalloy/Cu/Pt films / S. Mizukami, Y. Ando, T. Miyazaki // Physical Review B. 2002. Vol. 66, no. 10. P. 4413.
- 105. Urban, R. Gilbert Damping in Single and Multilayer Ultrathin Films: Role of Interfaces in Nonlocal Spin Dynamics / R. Urban, G. Woltersdorf, B. Heinrich // Physical Review Letters. — 2001. — Vol. 87, no. 21. — P. 7204.
- 106. Tserkovnyak, Y. Spin pumping and magnetization dynamics in metallic multilayers / Y. Tserkovnyak, A. Brataas, G. E. W. Bauer // Physical Review B. - 2002. - Vol. 66, no. 22. - P. 4403.
- 107. Nonlocal magnetization dynamics in ferromagnetic heterostructures /
 Y. Tserkovnyak [et al.] // Reviews of Modern Physics. 2005. Vol. 77, no. 4. P. 1375-1421.
- 108. Current-driven spin torque induced by the Rashba effect in a ferromagnetic metal layer / I. Mihai Miron [et al.] // Nature Materials. — 2010. — Vol. 9, no. 1. — P. 230—234.
- 109. Kimura, T. Large Spin Accumulation in a Permalloy-Silver Lateral Spin Valve / T. Kimura, Y. Otani // Physical Review Letters. 2007. Vol. 99, no. 19. P. 6604.
- 110. Giant enhancement of spin accumulation and long-distance spin precession in metallic lateral spin valves / Y. Fukuma [et al.] // Nature Materials. — 2011. — Vol. 10, no. 7. — P. 527—531.

- 111. Magneto-transport and microstructure of Co₂ Fe(Ga_{0.5} Ge_{0.5})/Cu lateral spin valves prepared by top-down microfabrication process / Ikhtiar [et al.] // Journal of Applied Physics. 2014. Vol. 115, no. 17. P. 3912.
- 112. Takahashi, S. Spin injection and detection in magnetic nanostructures /
 S. Takahashi, S. Maekawa // Physical Review B. 2003. Vol. 67, no. 5. P. 052409.
- 113. Quantum effects in the giant magnetoresistance of magnetic multilayered structures / A. Vedyayev [et al.] // J. Phys.: Condens. Matter. - 1993. --Vol. 5. - P. 8289.
- 114. Kimura, T. Temperature Evolution of Spin Relaxation in a NiFe / Cu Lateral Spin Valve / T. Kimura, T. Sato, Y. Otani // Physical Review Letters. — 2008. — Vol. 100, no. 6. — P. 6602.
- 115. Contribution of defects to the spin relaxation in copper nanowires / E. Villamor [et al.] // Physical Review B. - 2013. - Vol. 87, no. 9. - P. 4417.
- 116. Idzuchi, H. Towards coherent spin precession in pure-spin current / H. Idzuchi,
 Y. Fukuma, Y. Otani // Scientific Reports. 2012. Vol. 2, no. 1. P. 628.
- 117. Temperature dependence of spin polarization in ferromagnetic metals using lateral spin valves / E. Villamor [et al.] // Physical Review B. 2013. Vol. 88, no. 18. P. 4411.
- 118. Enhancement of the spin signal in permalloy/gold multiterminal nanodevices by lateral confinement / P. Laczkowski [et al.] // Physical Review B. 2012. Vol. 85, no. 22. P. 220404.
- 119. Switchable spin-current source controlled by magnetic domain walls /
 W. Savero-Torres [et al.] // Nano Letters. 2014. Vol. 14, no. 7. P. 4016-4022.
- 120. Ferromagnetic/nonmagnetic nanostructures for the electrical measurement of the spin Hall effect / V. T. Pham [et al.] // Nano Letters. — 2016. — Vol. 16, no. 11. — P. 6755—6760.
- 121. Giant magnetoresistance in lateral metallic nanostructures for spintronic applications / G. Zahnd [et al.] // Scientific reports. 2017. Vol. 7, no. 9553. P. 1-4.

- 122. Zhang, S. Mechanisms of Spin-Polarized Current-Driven Magnetization Switching / S. Zhang, P. M. Levy, A. Fert // Physical Review Letters. — 2002. — Vol. 88, no. 23. — P. 6601.
- 123. Dyakonov, M. I. Magnetoresistance due to Edge Spin Accumulation / M. I. Dyakonov // Physical Review Letters. — 2007. — Vol. 99, no. 12. — P. 6601.
- 124. Inverse spin Hall effect in a ferromagnetic metal / B. F. Miao [et al.] // Physical Review Letters. - 2013. - Vol. 111, no. 6. - P. 066602.
- 125. Kimura, T. Electrical control of the direction pf spin accumulation / T. Kimura, Y. Otani, P. Levy // Physical Review Letters. — 2007. — Vol. 99, no. 16. — P. 166601.
- 126. Manipulation of pure spin current in ferromagnetic metals independent of magnetization / D. Tian [et al.] // Physical Review B. - 2016. - Vol. 94, no. 02. - P. 020203.
- 127. Yang, T. Giant spin-accumulation signal and pure spin-current-induced reversible magnetization switch / T. Yang, T. Kimura, Y. Otani // Nature Physics. 2008. Vol. 4, no. 1. P. 851-854.
- 128. Transmission of electrical signals by spin-wave interconversion in a magnetic insulator / Y. Kajiwara [et al.] // Nature. — 2010. — Vol. 464, no. 1. — P. 262—266.
- 129. Enhanced spin accumulation obtained by inserting low-resistance MgO interface in metallic lateral spin valves / Y. Fukuma [et al.] // Applied Physics Letters. — 2010. — Vol. 97, no. 1. — P. 012507.
- 130. Large Spin Accumulation with Long Spin Diffusion Length in Cu/MgO/Permalloy Lateral Spin Valves / T. Wakamura [et al.] // Applied Physics Express. — 2011. — Vol. 4, no. 6. — P. 063002.
- 131. Review of the Physics of Magnetoresistive Readers / O. G. Heinonen [et al.] // IEEE transactions on magnetics. - 2008. - Vol. 44, no. 11. - P. 2465-2471.
- 132. Fullerton, E. E. Spintronics, Magnetoresistive Heads, and the Emergence of the Digital World / E. E. Fullerton, J. R. Childress // Proceedings of the IEEE. - 2016. - Vol. 104, no. 10. - P. 1787-1795.

- *Zhu*, J. Magnetic tunnel junctions / J. Zhu, C. Park // Materials today. –
 2006. Vol. 9, no. 11. P. 36–45.
- 134. All-metallic lateral spin valves using Co2Fe(Ge0.5Ga0.5) Heusler alloy with a large spin signal / Y. K. Takahashi [et al.] // Applied Physics Letters. — 2012. — Vol. 100, no. 5. — P. 052405.
- 135. Surface enhanced spin-flip scattering in lateral spin valves / M. Erekhinsky [et al.] // Applied Physics Letters. — 2010. — Vol. 96, no. 2. — P. 022513.
- 136. Extrinsic spin Hall effects measured with lateral spin valve structures / Y. Niimi [et al.] // Physical Review B. - 2014. - Vol. 89, no. 5. - P. 4401.
- 137. Wang, X. Diffusive Spin Dynamics in Ferromagnetic Thin Films with a Rashba Interaction / X. Wang, A. Manchon // Physical Review Letters. — 2012. — Vol. 108, no. 11. — P. 117201.
- 138. Angular dependence and symmetry of Rashba spin torque in ferromagnetic heterostructures / C. Pauyac [et al.] // Applied Physics Letters. 2013. Vol. 102, no. 25. P. 252403.
- Current-induced spin-orbit torques in ferromagnetic and antiferromagnetic systems / A. Manchon [et al.] // To be published. 2018.
- 140. Finite Element Modeling of Charge- and Spin-Currents in Magnetoresistive Pillars With Current Crowding Effects / N. Strelkov [et al.] // IEEE. – 2010. – Vol. 1, no. 1. – P. 3000304.
- 141. Fert, A. Spin Hall Effect Induced by Resonant Scattering on Impurities in Metals / A. Fert, P. M. Levy // Physical Review Letters. — 2011. — Vol. 106, no. 15. — P. 157208.
- 142. Shchelushkin, R. V. Spin Hall effect, Hall effect, and spin precession in diffusive normal metals / R. V. Shchelushkin, A. Braatas // Physical Review B. 2005. Vol. 72, no. 07. P. 073110.
- 143. Giant spin Hall effect in perpendicularly spin-polarized FePt/Au devices /
 S. Takeshi [et al.] // Nature Materials. 2008. Vol. 7, no. 1. P. 125-129.
- 144. A unified theory of CIP and CPP giant magnetoresistance in magnetic sandwiches / A. Vedyayev [et al.] // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 1997. — Vol. 172, no. 1/2. — P. 53—60.
- 145. Petitjean, C. Unified Drift-Diffusion Theory for Transverse Spin Currents in Spin Valves, Domain Walls, and Other Textured Magnets / C. Petitjean, D. Luc, X. Waintal // Physical Review Letters. - 2012. - Vol. 109, no. 11. -P. 7204.
- 146. Zhang, S. Conductivity and magnetoresistance of magnetic multilayered structures / S. Zhang, P. M. Levy, A. Fert // Physical Review B. - 1992. -Vol. 45, no. 15. - P. 8689-8702.
- 147. To be published / L. Giacomoni [и др.]. —.
- 148. Spin-current vortices in current-perpendicular-to-plane nanoconstricted spin valves / N. Strelkov [et al.] // Physical Review B. — 2011. — Vol. 84, no. 2. — P. 4416.

Приложение А

Подробный аналитический расчёт уравнений спинового транспорта в латеральной спин-вентильной структуре без СЭХ.

Рассмотрим латеральную структуру, изображённую на Рис. 2.1. Уравнения спинового транспорта для такой системы имеют вид 2.12.4. Запишем уравнения для компонент токов в нашей системе, принимая во внимание, что рассматривается двумерная задача на нахождение потенциала φ и спиновой аккумуляции *m* в слое 5:

$$\begin{cases} J_{ie}^{x} = -\sigma_{i} \frac{\partial \varphi_{i}}{\partial x} - \frac{\sigma_{i}}{\nu_{i}} \beta_{i} \frac{\partial m_{i}}{\partial x} = 0, \\ J_{ie}^{z} = -\sigma_{i} \frac{\partial \varphi_{i}}{\partial z} - \frac{\sigma_{i}}{\nu_{i}} \beta_{i} \frac{\partial m_{i}}{\partial z} = 0, \\ J_{im}^{x} = -\sigma_{i} \beta_{i} \frac{\partial \varphi_{i}}{\partial x} - \frac{\sigma_{i}}{\nu_{i}} \frac{\partial m_{i}}{\partial x} = 0, \\ J_{im}^{z} = -\sigma_{i} \beta_{i} \frac{\partial \varphi_{i}}{\partial z} - \frac{\sigma_{i}}{\nu_{i}} \frac{\partial m_{i}}{\partial z} = 0. \end{cases}$$
(A.1)

Где индекс і обозначает соответствующий слой на Рис. 2.1.

Будем искать потенциал ϕ и спиновую аккумуляцию в каждом из слоёв в следующем виде:

$$\varphi_i = \sum_{\lambda} \left[(c_i \sin \lambda x + d_i \cos \lambda x) e^{-\lambda z} + (\tilde{c}_i \sin \lambda x + \tilde{d}_i \cos \lambda x) e^{\lambda z} \right] - \beta_i \frac{m_i}{\nu_i}, \quad (A.2)$$

$$m_i = \sum_{\kappa} [(a_i \sin \kappa x + b_i \cos \kappa x)e^{-kz} + (\tilde{a}_i \sin \kappa x + \tilde{d}_i \cos \kappa x)e^{kz}].$$
(A.3)

Где $a_i, \tilde{a}_i, b_i, \tilde{b}_i, c_i, \tilde{c}_i, d_i, \tilde{d}_i$ – неизвестные коэффициенты, $k^2 = 1/l_{sf}^2 + \kappa^2$. Будем считать, что в точках x = 0 и x = -D вдоль всей границы по z токи равны нулю. Тогда подставляя выражения A.2 и A.3 в граничные условия, найдём значения некоторых коэффициентов, принимая во внимание, что $\beta_4 = 0$:

$$\begin{cases} J_{4e}^{x}(x=0) = 0 \Rightarrow c_{4} = \tilde{c}_{4} = 0, \\ J_{4e}^{x}(x=-D) = 0 \Rightarrow \lambda_{4} = \frac{\pi}{D}n, n = 0, 1, \dots \\ J_{5e}^{x}(x=0) = 0 \Rightarrow c_{5} = \tilde{c}_{5} = 0, \\ J_{5e}^{x}(x=-D) = 0 \Rightarrow \lambda_{5} = \frac{\pi}{D}n, n = 0, 1, \dots \\ J_{4m}^{x}(x=0) = 0 \Rightarrow a_{4} = \tilde{a}_{4}, \\ J_{4m}^{x}(x=-D) = 0 \Rightarrow \kappa_{4} = \frac{\pi}{D}m, m = 0, 1, \dots \\ J_{5m}^{x}(x=0) = 0 \Rightarrow a_{5} = \tilde{a}_{5}, \\ J_{5m}^{x}(x=-D) = 0 \Rightarrow \kappa_{5} = \frac{\pi}{D}m, m = 0, 1, \dots \end{cases}$$
(A.4)

Запишем выражения для $\varphi_4, \varphi_5, m_4, m_5$ с учётом найденных коэффициентов:

$$\varphi_4 = \sum_{\lambda} [d_4 e^{-\lambda z} \cos \lambda x + \tilde{d}_4 e^{\lambda z} \cos \lambda x], \qquad (A.5)$$

$$\varphi_5 = \sum_{\lambda} [d_5 e^{-\lambda z} \cos \lambda x + \tilde{d}_5 e^{\lambda z} \cos \lambda x] - \frac{\beta_5}{\nu_5} \sum_{\kappa} [b_5 e^{-kz} \cos \kappa x + \tilde{b}_5 e^{kz} \cos \kappa x], \quad (A.6)$$

$$m_4 = \sum_{\kappa} [b_4 e^{-kz} \cos \kappa x + \tilde{b}_4 e^{kz} \cos \kappa x], \qquad (A.7)$$

$$m_5 = \sum_{\kappa} [b_5 e^{-kz} \cos \kappa x + \tilde{b}_5 e^{kz} \cos \kappa x].$$
(A.8)

Запишем условия неразрывности потенциала, спиновой аккумуляции, электрического тока и спинового тока на интерфейсах:

$$\begin{cases} \varphi_4(z=0) = \varphi_2, \\ \varphi_4(z=L_4) = \varphi_5(z=L_4), \\ m_4(z=0) = m_2(z=0), \\ m_4(z=L_4) = m_5(z=L_4), \\ J_{4m}^z(z=L_4) = J_{5m}^z(z=L_4), \\ J_{5m}^z(z=L_5) = 0, \\ J_{4e}^z(z=L_4) = J_{5e}^z(z=L_4), \\ J_{5e}^z(z=L_5) = 0. \end{cases}$$
(A.9)

Подставляя выражения для потенциалов, спиновой аккумуляции A.5-A.8, а также умножая получившиеся выражения на $\cos \lambda_0 x$, $\cos \kappa_0 x$ и интегрируя по x, получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} d_4 + \tilde{d}_4 &= \tilde{\varphi}_2, \\ d_4 e^{-\lambda_0 L_4} + \tilde{d}_4 e^{\lambda_0 L_4} &= (d_5 e^{-\lambda_0 L_4} + \tilde{d}_5 e^{\lambda_0 L_4}) - \frac{\beta_5}{\nu_5} (b_5 e^{-k_5 L_4} + \tilde{b}_5 e^{k_5 L_4}), \\ b_4 + \tilde{b}_4 &= \tilde{m}_2, \\ b_4 e^{-k_4 L_4} + \tilde{b}_4 e^{k_4 L_4} &= b_5 e^{-k_5 L_4} + \tilde{b}_5 e^{k_5 L_4}, \\ \frac{\sigma_4 k_4}{\nu_4} (b_4 e^{-k_4 L_4} - \tilde{b}_4 e^{k_4 L_4}) &= \sigma_5 \beta_5 \lambda_0 (d_5 e^{-\lambda_0 L_4} - \tilde{d}_5 e^{\lambda_0 L_4}) + \\ + \frac{\sigma_5 k_5 (1 - \beta_5^2)}{\nu_5} (b_5 e^{-k_5 L_4} - \tilde{b}_5 e^{k_5 L_4}), \\ \lambda_0 \beta_5 (d_5 e^{-\lambda_0 L_5} - \tilde{d}_5 e^{\lambda_0 L_5}) + \frac{k_5 (1 - \beta_5^2)}{\nu_5} (b_5 e^{-k_5 L_5} - \tilde{b}_5 e^{k_5 L_5}) = 0, \\ \sigma_4 (d_4 e^{-\lambda_0 L_4} - \tilde{d}_4 e^{\lambda_0 L_4}) &= \sigma_5 (d_5 e^{-\lambda_0 L_4} - \tilde{d}_5 e^{\lambda_0 L_4}), \\ d_5 e^{-\lambda_0 L_5} - \tilde{d}_5 e^{\lambda_0 L_5} = 0. \end{aligned}$$

Выражаем \tilde{b}_4 , \tilde{d}_4 , \tilde{b}_5 , \tilde{d}_5 из уравнений 1, 3, 6 и 8 системы А.10 соответственно и подставляем их в остальные уравнения данной системы:

$$\begin{split} \tilde{d}_{4} &= \tilde{\varphi}_{2} - d_{4}, \\ \tilde{\varphi}_{2} e^{\lambda_{0}L_{4}} - 2d_{4} \sinh \lambda_{0}L_{4} &= (d_{5}e^{-\lambda_{0}L_{4}} + d_{5}e^{-2\lambda_{0}L_{5} + \lambda_{0}L_{4}}) - \\ &- \frac{\beta_{5}}{\nu_{5}} (b_{5}e^{-k_{5}L_{4}} + b_{5}e^{-2k_{5}L_{5} + k_{5}L_{4}}), \\ \tilde{b}_{4} &= \tilde{m}_{2} - b_{4}, \\ \tilde{m}_{2}e^{k_{4}L_{4}} - 2b_{4} \sinh k_{4}L_{4} &= b_{5}e^{-k_{5}L_{4}} + b_{5}e^{-2k_{5}L_{5} + k_{5}L_{4}}, \\ &\frac{\sigma_{4}k_{4}}{\nu_{4}} (2b_{4} \cosh k_{4}L_{4} - \tilde{m}_{2}e^{k_{4}L_{4}}) = \sigma_{5}\beta_{5}\lambda_{0}(d_{5}e^{-\lambda_{0}L_{4}} - d_{5}e^{-2\lambda_{0}L_{5} + \lambda_{0}L_{4}}) + \\ &+ \frac{\sigma_{5}k_{5}(1 - \beta_{5}^{2})}{\nu_{5}} (b_{5}e^{-k_{5}L_{4}} - b_{5}e^{-2k_{5}L_{5} + k_{5}L_{4}}), \\ \tilde{b}_{5} &= b_{5}e^{-2k_{5}L_{5}}, \\ &\sigma_{4}(2d_{4} \cosh \lambda_{0}L_{4} - \tilde{\varphi}_{2}e^{k_{4}L_{4}}) = \sigma_{5}(d_{5}e^{-\lambda_{0}L_{4}} - d_{5}e^{-2\lambda_{0}L_{5} + \lambda_{0}L_{4}}), \\ &\tilde{d}_{5} &= d_{5}e^{-2\lambda_{0}L_{5}}. \end{split}$$
(A.11)

Выражаем d_5 и b_5 из уравнений 4 и 7 системы А.11 и подставляем их в уравнения 2 и 5 той же системы:

$$\begin{split} \tilde{d}_{4} &= \tilde{\varphi}_{2} - d_{4}, \\ \tilde{\varphi}_{2} e^{\lambda_{0}L_{4}} (1 + \frac{\sigma_{4}}{\sigma_{5}} \coth \lambda_{0}(L_{5} - L_{4})) + \frac{\beta_{5}}{\nu_{5}} \tilde{m}_{2} e^{k_{4}L_{4}} &= 2d_{4} \sinh \lambda_{0}L_{4} + \\ + 2d_{4} \frac{\sigma_{4}}{\sigma_{5}} \cosh \lambda_{0}L_{4} \coth \lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) + 2b_{4} \frac{\beta_{5}}{\nu_{5}} \sinh k_{4}L_{4}, \\ \tilde{b}_{4} &= \tilde{m}_{2} - b_{4}, \\ b_{5} &= \frac{e^{k_{5}L_{5}}}{2\cosh k_{5}(L_{5} - L_{4})} \Big(\tilde{m}_{2} e^{k_{4}L_{4}} - 2b_{4} \sinh k_{4}L_{4} \Big), \\ 2b_{4} \Big[\frac{\sigma_{4}k_{4}}{\nu_{4}} \cosh k_{4}L_{4} + \frac{\sigma_{5}k_{5}}{\nu_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \sinh k_{4}L_{4} \tanh k_{5}(L_{5} - L_{4}) \Big] - \\ - 2d_{4}\sigma_{4}\beta_{5}\lambda_{0} \cosh \lambda_{0}L_{4} &= \tilde{m}_{2}e^{k_{4}L_{4}} \Big(\frac{\sigma_{4}k_{4}}{\nu_{4}} + \frac{\sigma_{5}k_{5}}{\nu_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5}(L_{5} - L_{4}) \Big) - \\ - \tilde{\varphi}_{2}e^{\lambda_{0}L_{4}}\sigma_{4}\beta_{5}\lambda_{0}, \\ \tilde{b}_{5} &= b_{5}e^{-2k_{5}L_{5}}, \\ d_{5} &= \frac{\sigma_{4}}{\sigma_{5}} \frac{e^{\lambda_{0}L_{5}}}{2\sinh \lambda_{0}(L_{5} - L_{4})} \Big(2d_{4} \cosh \lambda_{0}L_{4} - \tilde{\varphi}_{2}e^{\lambda_{0}L_{4}} \Big), \\ \tilde{d}_{5} &= d_{5}e^{-2\lambda_{0}L_{5}}. \end{split}$$

Из уравнения 2 системы A.12 выражаем b_4 и подставляем в уравнение 5 той же системы:

$$b_{4} = \frac{1}{2\frac{\beta_{5}}{\nu_{5}}\sinh k_{4}L_{4}} \left[\tilde{\varphi}_{2}e^{\lambda_{0}L_{4}} \left(1 + \frac{\sigma_{4}}{\sigma_{5}}\coth\lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \right) + \frac{\beta_{5}}{\nu_{5}}\tilde{m}_{2}e^{k_{4}L_{4}} - 2d_{4}\sinh\lambda_{0}L_{4} - 2d_{4}\frac{\sigma_{4}}{\sigma_{5}}\cosh\lambda_{0}L_{4}\coth\lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \right].$$
(A.13)

Подставляем выражение A.13 в уравнение 5 системы A.12 и найдём явный вид коэффициента d_4 :

$$\frac{1}{\frac{\beta_{5}}{\nu_{5}}\sinh k_{4}L_{4}} \left[\tilde{\varphi}_{2}e^{\lambda_{0}L_{4}} \left(1 + \frac{\sigma_{4}}{\sigma_{5}}\coth\lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \right) + \frac{\beta_{5}}{\nu_{5}}\tilde{m}_{2}e^{k_{4}L_{4}} - 2d_{4}\sinh\lambda_{0}L_{4} - 2d_{4}\frac{\sigma_{4}}{\sigma_{5}}\cosh\lambda_{0}L_{4}\coth\lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \right] \times \left[\frac{\sigma_{4}k_{4}}{\nu_{4}}\cosh k_{4}L_{4} + \frac{\sigma_{5}k_{5}}{\nu_{5}}(1 - \beta_{5}^{2})\sinh k_{4}L_{4}\tanh k_{5}(L_{5} - L_{4}) \right] - 2d_{4}\sigma_{4}\beta_{5}\lambda_{0}\cosh\lambda_{0}L_{4} = \tilde{m}_{2}e^{k_{4}L_{4}} \left(\frac{\sigma_{4}k_{4}}{\nu_{4}} + \frac{\sigma_{5}k_{5}}{\nu_{5}}(1 - \beta_{5}^{2})\tanh k_{5}(L_{5} - L_{4}) \right) - \tilde{\varphi}_{2}e^{\lambda_{0}L_{4}}\sigma_{4}\beta_{5}\lambda_{0}.$$
(A.14)

$$\begin{split} \tilde{m}_{2}e^{k_{4}L_{4}} \Bigg[\frac{\sigma_{4}k_{4}}{\nu_{4}} + \frac{\sigma_{5}k_{5}}{\nu_{5}}(1-\beta_{5}^{2})\tanh k_{5}(L_{5}-L_{4}) - \frac{\sigma_{4}k_{4}}{\nu_{4}}\coth k_{4}L_{4} - \\ & - \frac{\sigma_{5}k_{5}}{\nu_{5}}(1-\beta_{5}^{2})\tanh k_{5}(L_{5}-L_{4}) \Bigg] - \tilde{\varphi}_{2}e^{\lambda_{0}L_{4}} \Bigg[\sigma_{4}\beta_{5}\lambda_{0} + \\ & + \frac{\sigma_{4}k_{4}\nu_{5}}{\beta_{5}\nu_{4}}\coth k_{4}L_{4} + \frac{\sigma_{5}k_{5}}{\beta_{5}}(1-\beta_{5}^{2})\tanh k_{5}(L_{5}-L_{4}) + \\ & + \frac{\sigma_{4}k_{5}}{\sigma_{5}\beta_{5}\nu_{4}}\coth k_{4}L_{4}\coth \lambda_{0}(L_{5}-L_{4}) + \\ & + \frac{\sigma_{4}k_{5}}{\beta_{5}}(1-\beta_{5}^{2})\tanh k_{5}(L_{5}-L_{4})\coth \lambda_{0}(L_{5}-L_{4}) \Bigg] = \\ = -2d_{4} \Bigg[\sigma_{4}\beta_{5}\lambda_{0}\cosh \lambda_{0}L_{4} + \frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}\nu_{5}}{\sigma_{5}\beta_{5}\nu_{4}}\coth k_{4}L_{4}\cosh \lambda_{0}L_{4}\coth \lambda_{0}(L_{5}-L_{4}) + \\ & + \frac{\sigma_{4}k_{4}\nu_{5}}{\beta_{5}\nu_{4}}\coth k_{4}L_{4}\sinh \lambda_{0}L_{4} + \frac{\sigma_{5}k_{5}}{\beta_{5}}(1-\beta_{5}^{2})\sinh \lambda_{0}L_{4}\tanh k_{5}(L_{5}-L_{4}) + \\ & + \frac{\sigma_{4}k_{4}\nu_{5}}{\beta_{5}\nu_{4}}\coth k_{4}L_{4}\sinh \lambda_{0}L_{4} + \frac{\sigma_{5}k_{5}}{\beta_{5}}(1-\beta_{5}^{2})\sinh \lambda_{0}L_{4}\tanh k_{5}(L_{5}-L_{4}) + \\ & + \frac{\sigma_{4}k_{5}}{\beta_{5}}(1-\beta_{5}^{2})\cosh \lambda_{0}L_{4}\tanh k_{5}(L_{5}-L_{4})\coth \lambda_{0}(L_{5}-L_{4}) \Bigg],$$

$$(A.15)$$

С учётом, что $e^{k_4 L_4} (\coth k_4 L_4 - 1) = 1 / \sinh k_4 L_4$ получим:

$$d_{4} = \frac{1}{2 \operatorname{den}} \left[\tilde{\varphi}_{2} e^{\lambda_{0} L_{4}} \left(\sinh k_{4} L_{4} \left\{ \sigma_{4} \beta_{5} \lambda_{0} + \frac{\sigma_{5} k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5} (L_{5} - L_{4}) + \frac{\sigma_{4} k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5} (L_{5} - L_{4}) \coth \lambda_{0} (L_{5} - L_{4}) \right\} + \left. + \cosh k_{4} L_{4} \left\{ \frac{\sigma_{4} k_{4} \nu_{5}}{\beta_{5} \nu_{4}} + \frac{\sigma_{4}^{2} k_{4} \nu_{5}}{\sigma_{5} \beta_{5} \nu_{4}} \coth \lambda_{0} (L_{5} - L_{4}) \right\} \right) + \frac{\sigma_{4} k_{4}}{\nu_{4}} \tilde{m}_{2} \right],$$
(A.16)

$$den \equiv \sinh k_4 L_4 \Big[\sigma_4 \beta_5 \lambda_0 \cosh \lambda_0 L_4 + \frac{\sigma_5 k_5}{\beta_5} (1 - \beta_5^2) \sinh \lambda_0 L_4 \tanh k_5 (L_5 - L_4) + \frac{\sigma_4 k_5}{\beta_5} (1 - \beta_5^2) \cosh \lambda_0 L_4 \tanh k_5 (L_5 - L_4) \coth \lambda_0 (L_5 - L_4) \Big] + \cosh k_4 L_4 \Big[\frac{\sigma_4 k_4 \nu_5}{\beta_5 \nu_4} \sinh \lambda_0 L_4 + \frac{\sigma_4^2 k_4 \nu_5}{\sigma_5 \beta_5 \nu_4} \cosh \lambda_0 L_4 \coth \lambda_0 (L_5 - L_4) \Big].$$
(A.17)

Подставляем выражение для d_4 A.16 и подставляем в выражение A.13 и найдём явный вид коэффициента b_4 :

$$\begin{split} b_{4} &= \frac{1}{2\frac{\beta_{5}}{\nu_{5}}\sinh k_{4}L_{4}} \Bigg[\tilde{\varphi}_{2}e^{\lambda_{0}L_{4}} \Big(1 + \frac{\sigma_{4}}{\sigma_{5}}\coth\lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \Big) + \frac{\beta_{5}}{\nu_{5}}\tilde{m}_{2}e^{k_{4}L_{4}} \Bigg] - \\ &- \frac{1}{2\frac{\beta_{5}}{\nu_{5}}\sinh k_{4}L_{4}\cdot den} \Bigg[\tilde{\varphi}_{2}e^{\lambda_{0}L_{4}}\sinh\lambda_{0}L_{4} \Big\{ \sinh k_{4}L_{4} \Big(\sigma_{4}\beta_{5}\lambda_{0} + \\ &+ \frac{\sigma_{5}k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5}(L_{5} - L_{4}) + \\ &+ \frac{\sigma_{4}k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5}(L_{5} - L_{4}) \coth\lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \Big) + \\ &+ \cosh k_{4}L_{4} \Big(\frac{\sigma_{4}k_{4}\nu_{5}}{\beta_{5}\nu_{4}} + \frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}\nu_{5}}{\sigma_{5}\beta_{5}\nu_{4}}\coth\lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \Big) \Big\} + \tilde{m}_{2}\frac{\sigma_{4}k_{4}}{\nu_{4}}\sinh\lambda_{0}L_{4} + \\ &+ \tilde{\varphi}_{2}e^{\lambda_{0}L_{4}}\frac{\sigma_{4}}{\sigma_{5}}\cosh\lambda_{0}L_{4}\coth\lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \Big\} \\ &+ \frac{\sigma_{5}k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5}(L_{5} - L_{4}) \Big\{ \sinh k_{4}L_{4} \Big(\sigma_{4}\beta_{5}\lambda_{0} + \\ &+ \frac{\sigma_{5}k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5}(L_{5} - L_{4}) + \\ &+ \frac{\sigma_{4}k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5}(L_{5} - L_{4}) \coth\lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \Big\} + \\ &+ \cosh k_{4}L_{4} \Big(\frac{\sigma_{4}k_{4}\nu_{5}}{\beta_{5}\nu_{4}} + \frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}\nu_{5}}{\sigma_{5}\beta_{5}\nu_{4}}\coth\lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \Big) \Big\} + \\ &+ \left(\cosh k_{4}L_{4} \Big(\frac{\sigma_{4}k_{4}\nu_{5}}{\beta_{5}\nu_{4}} + \frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}\nu_{5}}{\sigma_{5}\beta_{5}\nu_{4}}\coth\lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \Big) \Big\} + \\ &+ \left(\widehat{m}_{2}\frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}}{\sigma_{5}\nu_{4}} \cosh\lambda_{0}L_{4}\coth\lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \Big) \Big\} + \\ &+ \left(\widehat{m}_{2}\frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}}{\sigma_{5}\nu_{4}}\cosh\lambda_{0}L_{4}\coth\lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \Big) \Big\} + \\ &+ \left(\widehat{m}_{2}\frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}}{\sigma_{5}\nu_{4}}\cosh\lambda_{0}L_{4}\coth\lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \Big) \Big\} + \\ &+ \left(\widehat{m}_{2}\frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}}{\sigma_{5}\nu_{4}}\cosh\lambda_{0}L_{4}\coth\lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \Big) \Big\} + \\ &+ \left(\widehat{m}_{2}\frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}}{\sigma_{5}\nu_{4}}\cosh\lambda_{0}L_{4}\coth\lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \Big) \Big\} + \\ &+ \left(\widehat{m}_{2}\frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}}{\sigma_{5}\nu_{4}}\cosh\lambda_{0}L_{4}\coth\lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \Big) \Big\} + \\ &+ \left(\widehat{m}_{2}\frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}}{\sigma_{5}\nu_{4}}\cosh\lambda_{0}L_{4}\coth\lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \Big) \Big\} + \\ &+ \left(\widehat{m}_{4}\frac{\sigma_{4}}{\sigma_{5}\nu_{4}}\cosh\lambda_{0}L_{4}\coth\lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \Big) \Big\} + \\ &+ \left(\widehat{m}_{4}\frac{\sigma_{4}}{\sigma_{5}\nu_{4}}\cosh\lambda_{0}L_{4}\coth\lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \Big) \Big\} + \\ &+ \left(\widehat{m}_{4}\frac{\sigma_{4}}{\sigma_{5}\nu_{4}}\cosh\lambda_{0}L_{4}\cosh\lambda_{0}L_{4}\cosh\lambda_{0}L_{5}\cosh\lambda_{0}L_{4}\cosh\lambda_{0}L_{5}\cosh$$

$$b_{4} = \frac{1}{2 \operatorname{den}} \Biggl[\widetilde{\varphi}_{2} \sigma_{4} \nu_{5} \lambda_{0} + \widetilde{m}_{2} e^{k_{4} L_{4}} \Biggl\{ \cosh \lambda_{0} L_{4} \Bigl(\sigma_{4} \beta_{5} \lambda_{0} + \\ + \frac{\sigma_{4} k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5} (L_{5} - L_{4}) \coth \lambda_{0} (L_{5} - L_{4}) + \\ + \frac{\sigma_{4}^{2} k_{4} \nu_{5}}{\sigma_{5} \beta_{5} \nu_{4}} \coth \lambda_{0} (L_{5} - L_{4}) \Biggr) + \\ + \sinh \lambda_{0} L_{4} \Bigl(\frac{\sigma_{4} k_{4} \nu_{5}}{\beta_{5} \nu_{4}} + \frac{\sigma_{5} k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5} (L_{5} - L_{4}) \Bigr) \Biggr\} \Biggr].$$
(A.19)

Подставляем выражение A.16 в уравнение 7 системы A.12 и находим явный вид коэффициента d_5 :

$$\begin{split} d_{5} &= \frac{\sigma_{4}}{\sigma_{5}} \frac{e^{\lambda_{0}L_{5}}}{2 \operatorname{den} \cdot \sinh \lambda_{0}(L_{5} - L_{4})} \left[\tilde{\varphi}_{2} e^{\lambda_{0}L_{4}} \left\{ \sinh k_{4}L_{4} \cosh \lambda_{0}L_{4} \left(\sigma_{4}\beta_{5}\lambda_{0} + \right. \\ &+ \frac{\sigma_{5}k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5}(L_{5} - L_{4}) + \right. \\ &+ \frac{\sigma_{4}k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5}(L_{5} - L_{4}) \coth \lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \right) + \\ &+ \cosh k_{4}L_{4} \cosh \lambda_{0}L_{4} \left(\frac{\sigma_{4}k_{4}v_{5}}{\beta_{5}v_{4}} + \frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}v_{5}}{\sigma_{5}\beta_{5}v_{4}} \coth \lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \right) - \\ &- \sinh k_{4}L_{4} \cosh \lambda_{0}L_{4} \left(\cosh \lambda_{0}L_{4} - L_{4} \right) \cosh \lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \right) - \\ &- \frac{\sigma_{4}k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \sinh k_{4}L_{4} \cosh \lambda_{0}L_{4} \tanh k_{5}(L_{5} - L_{4}) \coth \lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) - \\ &- \frac{\sigma_{5}k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5}(L_{5} - L_{4}) \sinh k_{4}L_{4} \sinh \lambda_{0}L_{4} - \\ &- \frac{\sigma_{4}k_{4}v_{5}}{\beta_{5}v_{4}} \cosh \lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \cosh k_{4}L_{4} \sinh \lambda_{0}L_{4} - \\ &- \frac{\sigma_{4}k_{4}v_{5}}{\sigma_{5}\beta_{5}v_{4}} \cosh \lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \cosh k_{4}L_{4} \sinh \lambda_{0}L_{4} - \\ &- \frac{\sigma_{4}k_{4}v_{5}}{\sigma_{5}\beta_{5}v_{4}} \cosh \lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \cosh k_{4}L_{4} \sinh \lambda_{0}L_{4} - \\ &- \frac{\sigma_{4}k_{4}v_{5}}{\sigma_{5}\beta_{5}v_{4}} \cosh \lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \cosh k_{4}L_{4} \sinh \lambda_{0}L_{4} - \\ &- \frac{\sigma_{4}k_{4}v_{5}}{\sigma_{5}\beta_{5}v_{4}} \cosh \lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \sinh k_{4}L_{4} + \frac{\sigma_{4}k_{4}}{\sigma_{4}}\tilde{m}_{2}\cosh \lambda_{0}L_{4} \right] = \\ &= \frac{\sigma_{4}}{\sigma_{5}} \frac{e^{\lambda_{0}L_{5}}}{2 \operatorname{den} \cdot \sinh \lambda_{0}(L_{5} - L_{4})} \sinh k_{4}L_{4} + \frac{\sigma_{4}k_{4}v_{5}}{\beta_{5}v_{4}} \cosh k_{4}L_{4} + \\ &+ \frac{\sigma_{4}k_{5}}{\gamma_{4}}(1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5}(L_{5} - L_{4}) \sinh k_{4}L_{4} + \frac{\sigma_{4}k_{4}v_{5}}{\sigma_{5}v_{4}}} \cosh k_{4}L_{4} + \\ &+ \frac{\sigma_{4}k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5}(L_{5} - L_{4}) \sinh k_{4}L_{4} \right) + \frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}}{\sigma_{5}v_{4}}} \cosh \lambda_{0}L_{4} \right]. \end{split}$$

Подставляем выражение A.19 в уравнение 4 системы A.12 и находим явный вид коэффициента b_5 :

$$\begin{split} b_{5} &= \frac{e^{k_{5}L_{5}}}{2 \operatorname{den} \cdot \cosh k_{5}(L_{5} - L_{4})} \left[\tilde{m}_{2}e^{k_{4}L_{4}} \Big\{ \sinh k_{4}L_{4} \Big(\sigma_{4}\beta_{5}\lambda_{0} \cosh \lambda_{0}L_{4} + \\ &+ \frac{\sigma_{4}k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5}(L_{5} - L_{4}) \coth \lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \cosh \lambda_{0}L_{4} + \\ &+ \frac{\sigma_{5}k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5}(L_{5} - L_{4}) \sinh \lambda_{0}L_{4} \Big) + \cosh k_{4}L_{4} \Big(\frac{\sigma_{4}k_{4}\mathbf{v}_{5}}{\beta_{5}\mathbf{v}_{4}} \sinh \lambda_{0}L_{4} + \\ &+ \frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}\mathbf{v}_{5}}{\sigma_{5}\beta_{5}\mathbf{v}_{4}} \cosh \lambda_{0}L_{4} \coth \lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \Big) - \sinh k_{4}L_{4} \cosh \lambda_{0}L_{4} \sigma_{4}\beta_{5}\lambda_{0} - \\ &- \frac{\sigma_{4}k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \sinh k_{4}L_{4} \cosh \lambda_{0}L_{4} \tanh k_{5}(L_{5} - L_{4}) \coth \lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) - \\ &- \frac{\sigma_{4}k_{5}}{\sigma_{5}\beta_{5}\mathbf{v}_{4}} \coth \lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \sinh k_{4}L_{4} \cosh \lambda_{0}L_{4} - \\ &- \frac{\sigma_{5}k_{5}}{\sigma_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{4}L_{4} \cosh \lambda_{0}L_{4} - \\ &- \frac{\sigma_{5}k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5}(L_{5} - L_{4}) \sinh \lambda_{0}L_{4} \sinh k_{4}L_{4} \Big\} - \\ &- \tilde{\phi}_{2}e^{\lambda_{0}L_{4}} \cdot \sigma_{4}\mathbf{v}_{5}\lambda_{0} \sinh k_{4}L_{4} (\cosh \lambda_{0}L_{4} - \sinh \lambda_{0}L_{4}) \Big] = \\ &= \frac{e^{k_{3}L_{5}}}{2 \operatorname{den} \cdot \cosh k_{5}(L_{5} - L_{4})} \left[\tilde{m}_{2}e^{k_{4}L_{4}} \Big(\frac{\sigma_{4}k_{4}\mathbf{v}_{5}}{\beta_{5}\mathbf{v}_{4}} \sinh \lambda_{0}L_{4} + \\ &+ \frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}\mathbf{v}_{5}}{\sigma_{5}\beta_{5}\mathbf{v}_{4}} \cosh \lambda_{0}L_{4} \cosh \lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \Big) \Big(\cosh k_{4}L_{4} - \sinh k_{4}L_{4} \Big) - \\ &- \tilde{\phi}_{2}e^{\lambda_{0}L_{4}} \cdot \sigma_{4}\mathbf{v}_{5}\lambda_{0} \sinh k_{4}L_{4} \Big(\cosh \lambda_{0}L_{4} - \sinh \lambda_{0}L_{4} \Big) \Big] = \\ &= \frac{e^{k_{5}L_{5}}}{2 \operatorname{den} \cdot \cosh k_{5}(L_{5} - L_{4})} \left[\tilde{m}_{2} \Big(\frac{\sigma_{4}k_{4}\mathbf{v}_{5}}{\beta_{5}\mathbf{v}_{4}} \sinh \lambda_{0}L_{4} + \\ &+ \frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}\mathbf{v}_{5}}{\sigma_{5}\beta_{5}\mathbf{v}_{4}} \cosh \lambda_{0}L_{4} \cosh \lambda_{0}(L_{5} - L_{4}) \Big) - \tilde{\phi}_{2} \cdot \sigma_{4}\mathbf{v}_{5}\lambda_{0} \sinh k_{4}L_{4} \Big]. \end{aligned}$$

$$(A.21)$$

Теперь найдём выражения для потенциалов и спиновой аккумуляции в слоях 4 и 5:

$$\begin{split} \varphi_{4}(z) &= \tilde{\varphi}_{2} e^{\lambda_{0} z} - 2d_{4} \sinh \lambda_{0} z = \frac{1}{\mathrm{den}} \Bigg[\tilde{\varphi}_{2} e^{\lambda_{0} z} \Big\{ \sinh k_{4} L_{4} \Big(\sigma_{4} \beta_{5} \lambda_{0} \cosh \lambda_{0} L_{4} + \\ &+ \frac{\sigma_{4} k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5} (L_{5} - L_{4}) \cosh \lambda_{0} L_{4} \coth \lambda_{0} (L_{5} - L_{4}) + \\ &+ \frac{\sigma_{5} k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5} (L_{5} - L_{4}) \sinh \lambda_{0} L_{4} \Big) + \cosh k_{4} L_{4} \Big(\frac{\sigma_{4} k_{4} v_{5}}{\beta_{5} v_{4}} \sinh \lambda_{0} L_{4} + \\ &+ \frac{\sigma_{5}^{2} k_{5}}{\sigma_{5} \beta_{5} v_{4}} \cosh \lambda_{0} L_{4} \coth \lambda_{0} (L_{5} - L_{4}) \Big) \Big\} - \sinh \lambda_{0} z \Big\{ \tilde{\varphi}_{2} \Big[\sinh k_{4} L_{4} \Big(\sigma_{4} \beta_{5} \lambda_{0} + \\ &+ \frac{\sigma_{5} k_{5}}{\sigma_{5} \beta_{5} v_{4}} \cosh \lambda_{0} L_{4} \coth \lambda_{0} (L_{5} - L_{4}) \Big) \Big\} - \sinh \lambda_{0} z \Big\{ \tilde{\varphi}_{2} \Big[\sinh k_{4} L_{4} \Big(\frac{\sigma_{4} k_{4} v_{5}}{\beta_{5} v_{4}} + \\ &+ \frac{\sigma_{5} k_{5}}{\sigma_{5} \beta_{5} v_{4}} \cosh \lambda_{0} L_{4} - \beta_{5}^{2} \Big] \tanh k_{5} (L_{5} - L_{4}) \coth \lambda_{0} (L_{5} - L_{4}) \Big] + \\ \frac{\sigma_{4} k_{5}}{v_{5}} \Big(1 - \beta_{5}^{2} \Big) \tanh k_{5} (L_{5} - L_{4}) \Big) \Big] + \frac{\sigma_{4} k_{4}}{v_{4}} \tilde{m}_{2} \Big\} \Big] = \\ &= \frac{1}{\mathrm{den}} \Big[\tilde{\varphi}_{2} \sinh k_{4} L_{4} \sigma_{4} \beta_{5} \lambda_{0} \Big(e^{\lambda_{0} z} \cosh \lambda_{0} L_{4} - e^{\lambda_{0} L_{4}} \sinh \lambda_{0} z \Big) + \\ &+ \tilde{\varphi}_{2} \sinh k_{4} L_{4} \frac{\sigma_{5} k_{5}}{\beta_{5}} \Big(1 - \beta_{5}^{2} \Big) \tanh k_{5} (L_{5} - L_{4}) \Big(e^{\lambda_{0} z} \sinh \lambda_{0} L_{4} - e^{\lambda_{0} L_{4}} \sinh \lambda_{0} z \Big) + \\ &+ \tilde{\varphi}_{2} \sinh k_{4} L_{4} \frac{\sigma_{4} k_{5}}{\beta_{5}} \Big(1 - \beta_{5}^{2} \Big) \tanh k_{5} (L_{5} - L_{4}) \Big(e^{\lambda_{0} z} \sinh \lambda_{0} L_{4} - e^{\lambda_{0} L_{4}} \sinh \lambda_{0} z \Big) + \\ &+ \tilde{\varphi}_{2} \sinh k_{4} L_{4} \frac{\sigma_{4} k_{5}}{\beta_{5}} \cosh k_{4} L_{4} \frac{\sigma_{4} k_{4} v_{5}}{\beta_{5} v_{4}} \Big(e^{\lambda_{0} z} \cosh \lambda_{0} L_{4} - e^{\lambda_{0} L_{4}} \sinh \lambda_{0} z \Big) - \\ &- \frac{\sigma_{4} k_{4}}{v_{4}} \tilde{m}_{2} \sinh \lambda_{0} z \Big] = \frac{1}{\mathrm{den}} \Big[\tilde{\varphi}_{2} \Big\{ \sinh k_{4} L_{4} \Big(\sigma_{4} \beta_{5} \lambda_{0} \cosh \lambda_{0} (L_{4} - z) + \\ &+ \frac{\sigma_{5} k_{5}} \Big(1 - \beta_{5}^{2} \Big) \tanh k_{5} (L_{5} - L_{4}) \sinh \lambda_{0} (L_{4} - z) \Big) + \\ &+ \frac{\sigma_{4} k_{5}}{\beta_{5}} \Big(1 - \beta_{5}^{2} \Big) \tanh k_{5} (L_{5} - L_{4} \Big) \coth \lambda_{0} (L_{5} - L_{4} \Big) \cosh \lambda_{0} (L_{4} - z) \Big) + \\ &+ \cosh k_{4} L_{4} \Big(\frac{\sigma_{4}^{2} k_{4} v_{5}}{\sigma_{5} \beta_{5} v_{4}} \sinh \lambda_{0} (L_{5} - L_{4} \Big) \cosh \lambda_{0} (L_{4} - z) \Big) + \\ &+ \cosh k_{4} L_{4} \Big(\frac{\sigma$$

$$\begin{split} \varphi_{5}(z) &= (d_{5}e^{-\lambda_{0}z} + \tilde{d}_{5}e^{\lambda_{0}z}) - \frac{\beta_{5}}{\nu_{5}}(b_{5}e^{-k_{5}z} + \tilde{b}_{5}e^{k_{5}z}) = (d_{5}e^{-\lambda_{0}z} + d_{5}e^{-2\lambda_{0}L_{5}+\lambda_{0}z}) - \\ &- \frac{\beta_{5}}{\nu_{5}}(b_{5}e^{-k_{5}z} + b_{5}e^{-2k_{5}L_{5}+k_{5}z}) = 2d_{5}e^{-\lambda_{0}L_{5}}\cosh\lambda_{0}(L_{5}-z) - \\ &- 2b_{5}e^{-k_{5}L_{5}}\cosh k_{5}(L_{5}-z) = \\ &= \frac{\cosh\lambda_{0}(L_{5}-z)}{\det \sinh\lambda_{0}(L_{5}-L_{4})} \left[\tilde{\varphi}_{2} \left(\frac{\sigma_{4}k_{5}}{\beta_{5}}(1-\beta_{5}^{2}) \tanh k_{5}(L_{5}-L_{4}) \sinh k_{4}L_{4} + \\ &+ \frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}\nu_{5}}{\sigma_{5}\beta_{5}\nu_{4}}\cosh k_{4}L_{4} \right) + \tilde{m}_{2}\frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}}{\sigma_{5}\nu_{4}}\cosh\lambda_{0}L_{4} \right] - \\ &- \frac{\cosh k_{5}(L_{5}-z)}{\det \cosh k_{5}(L_{5}-L_{4})} \left[\tilde{m}_{2} \left(\frac{\sigma_{4}k_{4}}{\nu_{4}} \sinh\lambda_{0}L_{4} + \\ &+ \frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}}{\sigma_{5}\nu_{4}}\cosh\lambda_{0}L_{4}\coth\lambda_{0}(L_{5}-L_{4}) \right) - \tilde{\varphi}_{2} \cdot \sigma_{4}\beta_{5}\lambda_{0}\sinh k_{4}L_{4} \right]. \end{aligned}$$

$$(A.23)$$

$$m_{5}(z) = b_{5}e^{-k_{5}z} + \tilde{b}_{5}e^{k_{5}z} = b_{5}e^{-k_{5}z} + b_{5}e^{-2k_{5}L_{5}+k_{5}z} = 2b_{5}e^{-k_{5}L_{5}}\cosh k_{5}(L_{5}-z) = = \frac{\cosh k_{5}(L_{5}-z)}{\operatorname{den}\cdot\cosh k_{5}(L_{5}-L_{4})} \left[\tilde{m}_{2} \left(\frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}\nu_{5}}{\sigma_{5}\beta_{5}\nu_{4}}\coth\lambda_{0}(L_{5}-L_{4})\cosh\lambda_{0}L_{4} + \frac{\sigma_{4}k_{4}\nu_{5}}{\beta_{5}\nu_{4}}\sinh\lambda_{0}L_{4} \right) - \tilde{\varphi}_{2}\cdot\sigma_{4}\nu_{5}\lambda_{0}\sinh k_{4}L_{4} \right].$$

$$(A.24)$$

$$\begin{split} m_4(z) &= b_4 e^{-k_4 z} + \tilde{b}_4 e_4^k z = b_4 e^{-k_4 z} + \tilde{m}_2 e^{k_4 z} - b_4 e^{k_4 z} = \tilde{m}_2 e^{k_2} - 2b_4 \sinh k_4 z = \\ &= \frac{1}{\mathrm{den}} \left[\tilde{m}_2 e^{k_4 z} \left\{ \sinh k_4 L_4 \left(\frac{\sigma_3 k_5}{\beta_5} (1 - \beta_5^2) \tanh k_5 (L_5 - L_4) \sinh \lambda_0 L_4 + \right. \\ &+ \frac{\sigma_4 k_5}{\beta_5} (1 - \beta_5^2) \tanh k_5 (L_5 - L_4) \coth \lambda_0 (L_5 - L_4) \cosh \lambda_0 L_4 + \\ &+ \sigma_4 \beta_5 \lambda_0 \cosh \lambda_0 L_4 \right) + \cosh k_4 L_4 \left(\frac{\sigma_4^2 k_4 v_5}{\sigma_5 \beta_5 v_4} \cosh \lambda_0 L_4 \coth \lambda_0 (L_5 - L_4) + \\ &+ \frac{\sigma_4 k_1 v_5}{\beta_5 v_4} \sinh \lambda_0 L_4 \right) \right\} - \tilde{m}_2 e^{k_4 L_4} \sinh k_4 z \left\{ \cosh \lambda_0 L_4 \left(\sigma_4 \beta_5 \lambda_0 + \\ &+ \frac{\sigma_4^2 k_5 v_4}{\sigma_5 \beta_5 v_4} \coth \lambda_0 (L_5 - L_4) + \\ &+ \frac{\sigma_4 k_5}{\beta_5} (1 - \beta_5^2) \tanh k_5 (L_5 - L_4) \coth \lambda_0 (L_5 - L_4) \right) + \sinh \lambda_0 L_4 \left(\frac{\sigma_4 k_4 v_5}{\beta_5 v_4} + \\ &+ \frac{\sigma_5 k_5}{\beta_5} (1 - \beta_5^2) \tanh k_5 (L_5 - L_4) \coth \lambda_0 (L_5 - L_4) \right) + \sinh \lambda_0 L_4 \left(\frac{\sigma_4 k_4 v_5}{\beta_5 v_4} + \\ &+ \frac{\sigma_2 \sigma_4 k_5}{\beta_5} (1 - \beta_5^2) \tanh k_5 (L_5 - L_4) \coth \lambda_0 (L_5 - L_4) \cosh \lambda_0 L_4 \left(e^{k_4 z} \sinh k_4 z \right) + \\ &+ \tilde{m}_2 \frac{\sigma_4 k_5}{\beta_5} (1 - \beta_5^2) \tanh k_5 (L_5 - L_4) \coth \lambda_0 (L_5 - L_4) \sinh \lambda_0 L_4 \left(e^{k_4 z} \sinh k_4 z \right) + \\ &- e^{k_4 L_4} \sinh k_4 z \right) + \tilde{m}_2 \frac{\sigma_5 k_5}{\beta_5} (1 - \beta_5^2) \tanh k_5 (L_5 - L_4) \sinh \lambda_0 L_4 \left(e^{k_4 z} \sinh k_4 z \right) + \\ &+ \tilde{m}_2 \frac{\sigma_4^2 k_5 v_5}{\sigma_5 \beta_5 v_4} \cosh \lambda_0 L_4 \coth \lambda_0 (L_5 - L_4) \left(e^{k_4 z} \cosh k_4 L_4 - e^{k_4 L_4} \sinh k_4 z \right) + \\ &+ \frac{\sigma_4 \sigma_4^2 k_5 v_5}{\sigma_5 \beta_5 v_4} \cosh \lambda_0 L_4 \coth \lambda_0 (L_5 - L_4) \left(e^{k_4 z} \cosh k_4 L_4 - e^{k_4 L_4} \sinh k_4 z \right) + \\ &+ \frac{\sigma_4 \sigma_5 \beta_5 v_4}{\sigma_5 \beta_5 v_4} \cosh \lambda_0 L_4 \cosh \lambda_0 (L_5 - L_4) \cosh k_4 (L_4 - z) + \\ &+ \frac{\sigma_4 k_5}{\beta_5} (1 - \beta_5^2) \tanh k_5 (L_5 - L_4) \coth \lambda_0 (L_5 - L_4) \sinh k_4 (L_4 - z) + \\ &+ \frac{\sigma_4 k_5}{\beta_5} (1 - \beta_5^2) \tanh k_5 (L_5 - L_4) \cosh k_4 (L_4 - z) \right) + \\ &+ \sinh \lambda_0 L_4 \left(\frac{\sigma_5 k_5}{\beta_5 v_4} \coth \lambda_0 (L_5 - L_4) \cosh k_4 (L_4 - z) \right) + \\ &+ \sinh \lambda_0 L_4 \left(\frac{\sigma_5 k_5}{\beta_5 v_4} \cosh k_4 (L_4 - z) \right) \right\} - \tilde{\phi}_2 \cdot \sigma_4 v_5 \lambda_0 \sinh k_4 z \right]. \end{split}$$
(A.25)

$$\begin{split} &\varphi_{4}(z) = \frac{1}{\det} \left[\tilde{\varphi}_{2} \Big\{ \sinh k_{4} L_{4} \Big(\sigma_{4} \beta_{5} \lambda_{0} \cosh \lambda_{0} (L_{4} - z) + \\ &+ \frac{\sigma_{5} k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5} (L_{5} - L_{4}) \coth \lambda_{0} (L_{5} - L_{4}) \cosh \lambda_{0} (L_{4} - z) + \\ &+ \frac{\sigma_{4} k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5} (L_{5} - L_{4}) \coth \lambda_{0} (L_{5} - L_{4}) \cosh \lambda_{0} (L_{4} - z) \Big) + \\ &+ \cosh k_{4} L_{4} \Big(\frac{\sigma_{5}^{2} k_{4} v_{5}}{\sigma_{5} \gamma_{4}} \coth \lambda_{0} (L_{5} - L_{4}) \cosh \lambda_{0} (L_{4} - z) + \\ &+ \frac{\sigma_{4} k_{4} v_{5}}{\beta_{5} v_{4}} \sinh \lambda_{0} (L_{4} - z) \Big) \Big\} - \tilde{m}_{2} \frac{\sigma_{4} k_{4}}{\sigma_{5}} \sinh \lambda_{0} z \Big], \\ &\varphi_{5}(z) = \frac{\cosh \lambda_{0} (L_{5} - z)}{\det - \sinh \lambda_{0} (L_{5} - L_{4})} \left[\tilde{\varphi}_{2} \Big(\frac{\sigma_{4} k_{5}}{\beta_{5}} (1 - \beta_{5}^{2}) \tanh k_{5} (L_{5} - L_{4}) \sinh k_{4} L_{4} + \\ &+ \frac{\sigma_{2}^{2} k_{4} v_{5}}{\sigma_{0} \beta_{5} v_{4}} \cosh k_{4} L_{4} \Big) + \tilde{m}_{2} \frac{\sigma_{5}^{2} k_{4}}{\sigma_{5} \gamma_{4}} \cosh \lambda_{0} L_{4} \Big] - \\ &- \frac{\cosh k_{5} (L_{5} - L_{4})}{\det - \sinh k_{5} (L_{5} - L_{4})} \Big[\tilde{m}_{2} \Big(\frac{\sigma_{4} k_{4}}{v_{4}} \sinh \lambda_{0} L_{4} + \\ &+ \frac{\sigma_{4}^{2} k_{4} v_{5}}{\sigma_{5} v_{4}} \cosh \lambda_{0} L_{4} \cosh \lambda_{0} (L_{5} - L_{4}) \Big) - \tilde{\varphi}_{2} \cdot \sigma_{4} \beta_{5} \lambda_{0} \sinh k_{4} L_{4} - z) + \\ &+ \frac{\sigma_{4}^{2} k_{4} v_{5}}{\rho_{5} v_{4}} \cosh \lambda_{0} L_{4} \left(\cosh \lambda_{0} (L_{5} - L_{4}) \cosh k_{4} (L_{4} - z) + \\ &+ \frac{\sigma_{4}^{2} k_{4} v_{5}}{\rho_{5} v_{4}} \coth \lambda_{0} (L_{5} - L_{4}) \coth \lambda_{0} (L_{5} - L_{4}) \sinh k_{4} (L_{4} - z) + \\ &+ \frac{\sigma_{4}^{2} k_{4} v_{5}}{\rho_{5} v_{4}} \coth \lambda_{0} (L_{5} - L_{4}) \cosh k_{4} (L_{4} - z) + \\ &+ \frac{\sigma_{4} k_{4} v_{5}}{\rho_{5} v_{4}} \cosh k_{4} (L_{4} - z) \Big) + \\ &+ \sinh \lambda_{0} L_{4} \Big(\frac{\sigma_{4} k_{5} (1 - \beta_{5}^{2})}{\rho_{5}} \tanh k_{5} (L_{5} - L_{4}) \sinh k_{4} (L_{4} - z) + \\ &+ \frac{\sigma_{4} k_{4} v_{5}}{\rho_{5} v_{4}} \cosh k_{4} (L_{4} - z) \Big) \Big\} - \tilde{\varphi}_{2} \cdot \sigma_{4} v_{5} \lambda_{0} \sinh k_{4} z \Big], \\ &m_{5}(z) = \frac{\cosh k_{5} (L_{5} - L_{4})}{\det - \cosh k_{5} (L_{5} - L_{4})} \frac{\delta_{2} \left(\frac{\sigma_{4}^{2} k_{5} v_{5}} \cosh k_{5} (L_{5} - L_{4}) \cosh \lambda_{0} L_{4} + \\ &+ \frac{\sigma_{4} k_{4} v_{5}}{h_{5} v_{4}} \sinh k_{5} (L_{5} - L_{4}) \cosh \lambda_{0} (L_{5} - L_{4}) \cosh \lambda_{0} L_{4} + \\ &+ \frac{\sigma_{4} k_{4} v_{5}} \cosh k_{4} L_{4} \Big[\tilde{\varphi}_{4} \beta_{5} \lambda_{0} \cosh \lambda_{0} L_{4} + \frac{\sigma_{5} k_{5} v_{4}} \cosh \lambda_{0} L_{4} \cosh \lambda_{0} L_{5}$$

При $\lambda_0 = 0$ получим следующее выражение для $\phi_5(z)$:

$$\begin{split} \varphi_{5}^{\lambda_{0}=0}(z) &= \frac{1}{\tilde{\det}} \Bigg[\tilde{\varphi}_{2} \Big(\frac{\sigma_{4}k_{5}}{\beta_{5}} (1-\beta_{5}^{2}) \tanh k_{5} (L_{5}-L_{4}) \sinh k_{4} L_{4} + \\ &+ \frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}\nu_{5}}{\sigma_{5}\beta_{5}\nu_{4}} \cosh k_{4} L_{4} \Big) + \frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}}{\sigma_{5}\nu_{4}} \tilde{m}_{2} \Big(1 - \frac{\cosh k_{5} (L_{5}-z)}{\cosh k_{5} (L_{5}-L_{4})} \Big) \Bigg] = \\ &= \tilde{\varphi}_{2} + \tilde{m}_{2} \frac{\sigma_{4}^{2}k_{4}}{\sigma_{5}\nu_{4}} \frac{1}{\tilde{\det}} \left(1 - \frac{\cosh k_{5} (L_{5}-z)}{\cosh k_{5} (L_{5}-L_{4})} \right), \end{split}$$
(A.27)

$$\tilde{\det} \equiv \left[\frac{\sigma_4 k_5}{\beta_5} (1 - \beta_5^2) \tanh k_5 (L_5 - L_4) \sinh k_4 L_4 + \frac{\sigma_4^2 k_4 \nu_5}{\sigma_5 \beta_5 \nu_4} \cosh k_4 L_4\right].$$
(A.28)

Приложение Б

Подробный аналитический расчёт напряжения, возникающего за счёт ОСЭХ в латеральной спин-вентильной структуре в одномерном приближении

Б.1 Случай, когда намагниченности направлены вдоль оси х.

Рассмотрим систему уравнений (3.1-3.4) предполагая, что все неизвестные величины φ и компоненты \vec{m} зависят только от одной координаты z, а намагниченности электродов 1 и 3 (Рис. 3.1) антипараллельны вдоль оси x. В этом случае уравнение (3.4) сводится к выражению:

$$\frac{\partial^2 \vec{m}}{\partial z^2} - \frac{\vec{m}}{l_{sf}^2} = \frac{(\vec{m} \times \vec{M})}{l_J^2}.$$
(B.1)

Для упрощения расчётов удобно перейти в систему координат, связанную с намагниченностью в ферромагнетике 5 (Рис. 3.1). Данная система координат (x', y, z') получается путём поворота начальной системы координат (x, y, z) на угол θ вокруг оси y. Зная матрицу перехода в новую систему координат, получим начальное распределение спиновой аккумуляции в виде:

$$\begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_0^x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_0^x \cos\theta \\ 0 \\ -m_0^x \sin\theta \end{pmatrix}, \quad (B.2)$$

Где m_0^x определяется выражением 3.18

Так как намагниченность \vec{M} направлена вдоль оси x, то есть $\vec{M} = (1,0,0)$, то векторное произведение $(\vec{m} \times \vec{M})$ имеет вид:

$$(\vec{m} \times \vec{M}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ m_{x'} & m_y & m_{z'} \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \vec{j}m_{z'} - \vec{k}m_y.$$
(B.3)

В итоге получается следующая система дифференциальных уравнений на компоненты спиновой аккумуляции $m_{x'}, m_y, m_{z'}$, зависящих от координаты z:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 m_{x'}}{\partial z^2} - \frac{m_{x'}}{l^2} = 0, \\ \frac{\partial^2 m_y}{\partial z^2} - \frac{m_y}{l^2} - \frac{m_{z'}}{\lambda^2} = 0, \\ \frac{\partial^2 m_{z'}}{\partial z^2} - \frac{m_{z'}}{l^2} + \frac{m_y}{\lambda^2} = 0. \end{cases}$$
(B.4)

Здесь $l \equiv l_{sf}$ и $l_J \equiv \lambda$. Будем искать компоненты спиновой аккумуляции в виде:

$$\begin{cases} m_{x'} = ae^{-\frac{z}{l_1}}, \\ m_y = be^{-\frac{z}{l_1}}, \\ m_{z'} = ce^{-\frac{z}{l_1}}. \end{cases}$$
(B.5)

Подставляя решения Б.5 в систему Б.4 получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{a_1}{l_1^2} - \frac{a_1}{l^2} = 0, \\ \frac{b_2}{l_1^2} - \frac{b_2}{l^2} - \frac{c_2}{\lambda^2} = 0, \\ \frac{c_3}{l_1^2} - \frac{c_3}{l^2} + \frac{b_3}{\lambda^2} = 0. \end{cases}$$
(B.6)

Где a_1, b_2, b_3, c_2, c_3 – неизвестные коэффициенты, $a_2 = a_3 = 0, l_1$ – характеристическая длина. Для поиска l_1 необходимо приравнять определитель системы к нулю:

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{l_1^2} - \frac{1}{l^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{l_1^2} - \frac{1}{l^2} & -\frac{1}{\lambda^2} \\ 0 & \frac{1}{\lambda^2} & \frac{1}{l_1^2} - \frac{1}{l^2} \end{vmatrix} = 0,$$
 (B.7)

$$\left(\frac{1}{l_1^2} - \frac{1}{l^2}\right)^3 + \left[\frac{1}{\lambda^4} \left(\frac{1}{l_1^2} - \frac{1}{l^2}\right)\right] = 0, \tag{B.8}$$

$$\begin{cases} l_{11} = \frac{\lambda l}{\sqrt{\lambda^2 + il^2}}, \\ l_{12} = \frac{\lambda l}{\sqrt{\lambda^2 - il^2}}, \\ l_{13} = l. \end{cases}$$
(B.9)

Ищем связь между коэффициентами поочерёдно подставляя l_{11}, l_{12}, l_{13} в соответствующие уравнения системы Б.6. В итоге имеем, что $c_{11} = ib_{11}$, $c_{22} = -ib_{22}, b_{33} = c_{33} = a_{11} = a_{22} = 0$, а a_{33} – линейно независимый коэффициент, i – мнимая единица. Таким образом, с учётом уравнений связи имеем систему уравнений для компонент спиновой аккумуляции в ферромагнетике (для удобства второй индекс у коэффициентов опустим):

$$\begin{cases}
m_{x'}^F = a_3 e^{-\frac{z}{l_{13}}}, \\
m_y^F = b_1 e^{-\frac{z}{l_{11}}} + b_2 e^{-\frac{z}{l_{12}}}, \\
m_{z'}^F = i b_1 e^{-\frac{z}{l_{11}}} - i b_2 e^{-\frac{z}{l_{12}}}.
\end{cases}$$
(B.10)

В парамагнетике выражения для компонент спиновой аккумуляции будут иметь вид:

$$\begin{cases} m_{x'}^{P} = de^{-\frac{z}{l_{2}}} + f e^{\frac{z}{l_{2}}}, \\ m_{y}^{P} = g e^{-\frac{z}{l_{2}}} + k e^{\frac{z}{l_{2}}}, \\ m_{z'}^{P} = u e^{-\frac{z}{l_{2}}} + v e^{\frac{z}{l_{2}}}. \end{cases}$$
(B.11)

Где d, f, g, k, u, v – неизвестные коэффициенты, $l_2 \equiv l_{sf}^P$ – спин-диффузионная длина в парамагнитном спиновом канале, а члены $fe^{\frac{z}{l_2}}, ke^{\frac{z}{l_2}}, ve^{\frac{z}{l_2}}$ описывают отражённый спиновый поток, вызванный наличием ферромагнетика 5.

Из условия неразрывности спиновой аккумуляции на границе 2/4 (z=0)имеем:

$$\begin{cases} d+f = m_0^x \cos \theta, \\ g+k = 0, \\ u+v = -m_0^x \sin \theta. \end{cases}$$

$$\begin{cases} f = m_0^x \cos \theta - d, \\ k = -g, \\ v = -u - m_0^x \sin \theta. \end{cases}$$
(B.12)
(B.13)

Из условия неразрывности спиновой аккумуляции на границе 4/5 ($z = z_1$) имеем:

$$\begin{cases} de^{-\frac{z}{l_2}} + fe^{\frac{z}{l_2}} = a_3 e^{-\frac{z_1}{l_{13}}}, \\ ge^{-\frac{z}{l_2}} + ke^{\frac{z}{l_2}} = b_1 e^{-\frac{z_1}{l_{11}}} + b_2 e^{-\frac{z_1}{l_{12}}}, \\ ue^{-\frac{z}{l_2}} + ve^{\frac{z}{l_2}} = ib_1 e^{-\frac{z_1}{l_{11}}} - ib_2 e^{-\frac{z_1}{l_{12}}}. \end{cases}$$
(B.14)

Используя уравнения связи Б.13, найдём уравнения связи для коэффициентов в парамагнетике 4 и ферромагнетике 5:

$$\begin{cases} d = \frac{1}{2\sinh\frac{z_1}{l_2}} \left(m_0^x \cos \theta e^{\frac{z_1}{l_2}} - a_3 e^{-\frac{z_1}{l_{13}}} \right), \\ g = -\frac{1}{2\sinh\frac{z_1}{l_2}} \left(b_1 e^{-\frac{z_1}{l_{11}}} + b_2 e^{-\frac{z_1}{l_{12}}} \right), \\ u = -\frac{1}{2\sinh\frac{z_1}{l_2}} \left(m_0^x \sin \theta e^{\frac{z_1}{l_2}} + ib_1 e^{-\frac{z_1}{l_{11}}} - ib_2 e^{-\frac{z_1}{l_{12}}} \right). \end{cases}$$
(B.15)

Для полноты системы необходимо ещё записать уравнения неразрывности для токов на границе 4/5 ($z = z_1$). Для начала запишем к чему сведутся компоненты спинового тока с учётом, что M = (1, 0, 0) и div $J_e = 0$:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \varphi}{\partial z} &= -\frac{\beta}{\nu} \frac{\partial m_{x'}}{\partial z} \\
J_{m_{x'}}^z &= -\frac{\sigma}{\nu} (1 - \beta^2) \frac{\partial m_{x'}}{\partial z}, \\
J_{m_y}^z &= -\frac{\sigma}{\nu} \frac{\partial m_y}{\partial z}, \\
J_{m_{z'}}^z &= -\frac{\sigma}{\nu} \frac{\partial m_{z'}}{\partial z}.
\end{aligned}$$
(B.16)

Теперь сшиваем токи на границе 4/5 ($z = z_1$):

$$\begin{cases} -\frac{\sigma_4}{\nu} \frac{\partial m_{x'}^P}{\partial z} = -\frac{\sigma_5}{\nu} (1 - \beta^2) \frac{\partial m_{x'}^F}{\partial z}, \\ -\frac{\sigma_4}{\nu} \frac{\partial m_y^P}{\partial z} = -\frac{\sigma_5}{\nu} \frac{\partial m_y^F}{\partial z}, \\ -\frac{\sigma_4}{\nu} \frac{\partial m_{z'}^P}{\partial z} = -\frac{\sigma_5}{\nu} \frac{\partial m_{z'}^F}{\partial z}. \end{cases}$$
(B.17)

Где σ_4 и σ_5 – проводимости в парамагнитном слое 4 и ферромагнитном слое 5 соответственно.

Подставляем выражения для компонент спиновой аккумуляции в слоях 4 и 5 (Б.10 и Б.11) в Б.17 и получаем систему:

$$\begin{cases} \sigma_{4} \left[-\frac{1}{l_{2}} de^{-\frac{z_{1}}{l_{2}}} + \frac{1}{l_{2}} f e^{\frac{z_{1}}{l_{2}}} \right] = \sigma_{5} \left[-\frac{1}{l_{13}} a_{3} e^{-\frac{z_{1}}{l_{13}}} \right] \left(1 - \beta^{2} \right), \\ \sigma_{4} \left[-\frac{1}{l_{2}} g e^{-\frac{z_{1}}{l_{2}}} + \frac{1}{l_{2}} k e^{\frac{z_{1}}{l_{2}}} \right] = \sigma_{5} \left[-\frac{1}{l_{11}} b_{1} e^{-\frac{z_{1}}{l_{11}}} - \frac{1}{l_{12}} b_{2} e^{-\frac{z_{1}}{l_{12}}} \right], \\ \sigma_{4} \left[-\frac{1}{l_{2}} u e^{-\frac{z_{1}}{l_{2}}} + \frac{1}{l_{2}} v e^{\frac{z_{1}}{l_{2}}} \right] = \sigma_{5} \left[-\frac{i}{l_{11}} b_{1} e^{-\frac{z_{1}}{l_{11}}} + \frac{i}{l_{12}} b_{2} e^{-\frac{z_{1}}{l_{12}}} \right]. \end{cases}$$
(B.18)

Рассмотрим и преобразуем первое уравнение системы Б.18 с учётом найденных ранее уравнений связи между коэффициентами (Б.13 и Б.15):

$$\frac{\sigma_4}{l_2} \left[2d \cosh \frac{z_1}{l_2} - m_0^x \cos \theta e^{\frac{z_1}{l_2}} \right] = \frac{\sigma_5}{l_{13}} a_3 e^{-\frac{z_1}{l_{13}}} \left(1 - \beta^2 \right), \tag{B.19}$$

$$\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} \Big(m_0^x \cos \theta e^{\frac{z_1}{l_2}} - a_3 e^{-\frac{z_1}{l_{13}}} \Big) - \sigma_4^{(2)} m_0^x \cos \theta e^{\frac{z_1}{l_2}} = \sigma_5^{(13)} e^{-\frac{z_1}{l_{13}}} \Big(1 - \beta^2 \Big), \quad (B.20)$$

$$m_0^x \cos \theta \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1) = a_3(\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} e^{-\frac{z_1}{l_{13}}} + \sigma_5^{(13)} e^{-\frac{z_1}{l_{13}}} (1 - \beta^2)), \quad (B.21)$$

$$a_{3} = \frac{m_{0}^{x} \sigma_{4}^{(2)} e^{\frac{z_{1}}{l_{2}}} (\coth \frac{z_{1}}{l_{2}} - 1)}{\sigma_{4}^{(2)} \coth \frac{z_{1}}{l_{2}} e^{-\frac{z_{1}}{l_{13}}} + \sigma_{5}^{(13)} e^{-\frac{z_{1}}{l_{13}}} (1 - \beta^{2})} \cos \theta.$$
(B.22)

Для удобства расчёта введены следующие переобозначения: $\sigma_4^{(2)} \equiv \sigma_4/l_2, \sigma_5^{(13)} \equiv \sigma_5/l_{13}, \sigma_5^{(12)} \equiv \sigma_5/l_{12}, \sigma_5^{(11)} \equiv \sigma_5/l_{11}.$

Рассмотрим второе уравнение системы Б.18 с учётом найденных ранее уравнений связи между коэффициентами (Б.13 и Б.15):

$$\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} (b_1 e^{-\frac{z_1}{l_{11}}} - b_2 e^{-\frac{z_1}{l_{12}}}) = \sigma_5^{(11)} b_1 e^{-\frac{z_1}{l_{11}}} + \sigma_5^{(12)} b_2 e^{-\frac{z_1}{l_{12}}}, \tag{B.23}$$

$$b_{2} = -b_{1} \frac{e^{-\frac{z_{1}}{l_{11}}} (\sigma_{4}^{(2)} \coth \frac{z_{1}}{l_{2}} + \sigma_{5}^{(11)})}{e^{-\frac{z_{1}}{l_{12}}} (\sigma_{4}^{(2)} \coth \frac{z_{1}}{l_{2}} + \sigma_{5}^{(12)})}.$$
 (B.24)

Подставляем найденную связь между коэффициентами b_1 и b_2 (Б.24) с учётом уравнений связи Б.13 и Б.15 в третье уравнение системы Б.18:

$$2u\sigma_{4}^{(2)}\cosh\frac{z_{1}}{l_{2}} + m_{0}^{x}\sigma_{4}^{(2)}e^{\frac{z_{1}}{l_{2}}}\sin\theta = ib_{1}\sigma_{5}^{(11)}e^{-\frac{z_{1}}{l_{11}}} + ib_{1}\sigma_{5}^{(12)}e^{-\frac{z_{1}}{l_{11}}}\frac{\sigma_{4}^{(2)}\coth\frac{z_{1}}{l_{2}} + \sigma_{5}^{(11)}}{\sigma_{4}^{(2)}\coth\frac{z_{1}}{l_{2}} + \sigma_{5}^{(12)}},$$
(B.25)

$$\begin{aligned} &\sigma_{4}^{(2)} \coth \frac{z_{1}}{l_{2}} \left(m_{0}^{x} \sin \theta e^{\frac{z_{1}}{l_{2}}} + ib_{1}e^{-\frac{z_{1}}{l_{11}}} + ib_{1}e^{-\frac{z_{1}}{l_{11}}} \frac{\sigma_{4}^{(2)} \coth \frac{z_{1}}{l_{2}}}{\sigma_{4}^{(2)} \coth \frac{z_{1}}{l_{2}}} + \sigma_{5}^{(11)}} \right) = \\ &= m_{0}^{x} \sigma_{4}^{(2)} e^{\frac{z_{1}}{l_{2}}} \sin \theta - ib_{1} \sigma_{5}^{(11)} e^{-\frac{z_{1}}{l_{11}}} - ib_{1} \sigma_{5}^{(12)} e^{-\frac{z_{1}}{l_{11}}} \frac{\sigma_{4}^{(2)} \coth \frac{z_{1}}{l_{2}}}{\sigma_{4}^{(2)} \coth \frac{z_{1}}{l_{2}}} + \sigma_{5}^{(11)}}, \end{aligned} \tag{B.26}$$

$$-2ib_1e^{-\frac{z_1}{l_{11}}}(\sigma_4^{(2)}\coth\frac{z_1}{l_2}+\sigma_5^{(11)}) = m_0^x\sigma_4^{(2)}e^{\frac{z_1}{l_2}}(\coth\frac{z_1}{l_2}-1),$$
(B.27)

$$b_1 = -\frac{m_0^x \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1)}{2ie^{-\frac{z_1}{l_{11}}} (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(11)})} \sin \theta,$$
(B.28)

$$b_2 = \frac{m_0^x \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1)}{2i e^{-\frac{z_1}{l_{12}}} (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(12)})} \sin \theta,$$
(B.29)

Таким образом, для компонент спиновой аккумуляции в системе координат (x', y, z') имеем выражения:

$$\begin{cases} m_{x'} = \frac{m_0^x \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1)}{(\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(13)} (1 - \beta^2)) e^{-\frac{z_1}{l_{13}}}} e^{-\frac{z}{l_{13}}} \cos \theta, \\ m_y = -\frac{m_0^x \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1)}{2i(\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(11)}) e^{-\frac{z_1}{l_{11}}}} e^{-\frac{z}{l_{11}}} \sin \theta + \frac{m_0^x \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1)}{2i(\sigma_4^{(2)} \cot \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(11)}) e^{-\frac{z_1}{l_{11}}}} e^{-\frac{z}{l_{11}}} \sin \theta, \\ m_{z'} = -\frac{m_0^x \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1)}{2(\sigma_4^{(2)} \cot \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(11)}) e^{-\frac{z_1}{l_{11}}}} e^{-\frac{z}{l_{11}}} \sin \theta - \frac{m_0^x \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1)}{2(\sigma_4^{(2)} \cot \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(11)}) e^{-\frac{z_1}{l_{12}}}} e^{-\frac{z}{l_{11}}} \sin \theta. \end{cases}$$
(B.30)

Найдём выражения для компонент спиновой аккумуляции в первоначальной системе координат (x, y, z). Через найденные компоненты спиновой аккумуляции в системе координат (x', y, z') и обратную матрицу перехода:

$$\begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{x'} \\ m_y \\ m_{z'} \end{pmatrix} = = \begin{pmatrix} m_{x'}\cos\theta - m_{z'}\sin\theta \\ m_y \\ m_{x'}\sin\theta + m_{z'}\cos\theta \end{pmatrix},$$
(5.31)

Найдём явное выражение для частной производной по координате z компоненты m_x спиновой аккумуляции на интерфейсе 4/5 ($z = z_1$):

$$\begin{split} \frac{\partial m_x}{\partial z} &= -\frac{m_0^x \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1)}{l_{13} (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(3)} (1 - \beta^2))} \cos^2 \theta + \\ &+ \frac{m_0^x \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1) [l_{12} (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(12)}) + l_{11} (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(11)})]}{2l_{11} l_{12} (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(11)}) (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(12)})} \sin^2 \theta = \\ &= \frac{m_0^x \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1) [l_{12} (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(12)}) + l_{11} (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(11)})]}{4l_{11} l_{12} (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(11)}) (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} - 1)} - \\ &- \frac{m_0^x \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1) [l_{12} (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(13)}) (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(12)})} - \\ &- \frac{m_0^x \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1) [l_{12} (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(13)}) (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(12)})]} - \\ &- \frac{m_0^x \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1) [l_{12} (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(13)}) + l_{11} (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(11)})]} \\ &- \frac{m_0^x \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1) [l_{12} (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(12)}) + l_{11} (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(11)})]} \\ &- \frac{m_0^x \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(11)}) (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(12)})} \\ &- \frac{m_0^x \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(11)}) (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(12)})} \\ &- \frac{m_0^x \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1)}{2l_{13} (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(11)}) (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(12)})} \\ &- \frac{m_0^x \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\cot \frac{z_1}{l_2} - 1)}{2l_{13} (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(11)}) (\sigma_4^{(2)} \cot \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(12)})} \\ &- \frac{m_0^x \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\cot \frac{z_1}{l_2} - 1)}{2l_{13} (\sigma_4^{(2)} \cot \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(11)}) (\sigma_4^{(2)} \cot \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(12)})} \\ &- \frac{m_0^x \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\cot \frac{z_1}{l_2} - 1)}{2l_{13} (\sigma_4^{(2)} \cot \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(11)}) (\sigma_4^{(2)} \cot \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^$$

С учётом того, что $\lambda \ll l$ и $e^x(\coth x - 1) \equiv 1/\sinh x$, то получим следующее выражение:

$$\frac{\partial m_x}{\partial z} = \frac{m_0^x}{2\sinh\frac{z_1}{l_2}} \frac{\sigma_4}{l_2\sigma_5} \frac{l_{13}\sigma_4 \coth\frac{z_1}{l_2} - l_2\sigma_5\beta^2}{l_{13}\sigma_4 \coth\frac{z_1}{l_2} + l_2\sigma_5(1-\beta^2)} - \frac{m_0^x}{2\sinh\frac{z_1}{l_2}} \frac{\sigma_4}{l_2\sigma_5} \left(1 + \frac{l_2\sigma_5}{l_{13}\sigma_4 \coth\frac{z_1}{l_2} + l_2\sigma_5(1-\beta^2)}\right) \cos 2\theta.$$
(B.33)

Из уравнений 3.1 и 3.3, а также из граничного условия, что электрический ток на гранях структуры должен быть равен 0 следует, что:

$$\Delta \varphi_H = \frac{\sigma_{SH}}{\sigma_4} \frac{L}{|e|\nu} \frac{\partial m_x}{\partial z}.$$
 (B.34)

Где $\Delta \varphi_H$ – холловская разность потеницалов на интерфейсе 4/5 ($z = z_1 = L_2$), возникающая за счёт ОСЭХ, в парамагнитном канале 4 вдоль оси y; L – толщина спинового канала 4 вдоль оси y. Подставляя, выражение для $\partial m_x/\partial z$, и учитывая, что $l_{13} \equiv l_5$ – спин-диффузионная длина в слое 5, а $l_2 \equiv l_4$ – спиндиффузионная длина в слое 4, а $\coth x = 1$ и $1/\sinh x = e^{-x}$ при больших х, то получаем:

$$\Delta \varphi_H = C_0 - C_1 \cos 2\theta, \tag{B.35}$$

$$C_{0} = \frac{|m_{0}^{x}|e^{-\frac{L_{2}}{l_{4}}}}{2|e|\nu} \frac{\sigma_{SH}}{\sigma_{5}} \frac{L}{l_{4}} \frac{\sigma_{4}l_{5} - \sigma_{5}l_{4}\beta^{2}}{\sigma_{4}l_{5} + \sigma_{5}l_{4}(1-\beta^{2})} > 0,$$
(B.36)

$$C_{1} = \frac{|m_{0}^{x}|e^{-\frac{L_{2}}{l_{4}}}}{2|e|\nu} \frac{\sigma_{SH}}{\sigma_{5}} \frac{L}{l_{4}} \left(1 + \frac{\sigma_{5}l_{4}}{\sigma_{4}l_{5} + \sigma_{5}l_{4}(1-\beta^{2})}\right) > 0,$$
(B.37)

Б.2 Случай, когда намагниченности направлены вдоль оси z.

Как и в предыдущем разделе рассмотрим уравнение Б.1, предполагая, что все неизвестные величины φ и компоненты \vec{m} зависят только от одной координаты z, но теперь намагниченности электродов 1 и 3 (Рис. 3.1) антипараллельны вдоль оси z. Для удобства расчётов точно также перйдём в систему координат (x', y, z'), связанную с намагниченностью электрода 5. С помощью матрицы перехода найдём начальное распределение спиновой аккумуляции:

$$\begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m_0^z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_0^z \sin\theta \\ 0 \\ m_0^z \cos\theta \end{pmatrix}, \quad (B.38)$$

Где m_0^z определяется аналогично выражению 3.18.

Так как намагниченность \vec{M} направлена вдоль оси z, то есть $\vec{M} = (0,0,1)$, то векторное произведение $(\vec{m} \times \vec{M})$ имеет вид:

$$(\vec{m} \times \vec{M}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ m_{x'} & m_y & m_{z'} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \vec{i}m_y - \vec{j}m'_x.$$
(B.39)

В итоге получается следующая система дифференциальных уравнений на компоненты спиновой аккумуляции $m_{x'}, m_y, m_{z'}$, зависящих от координаты z:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 m_{x'}}{\partial z^2} - \frac{m_{x'}}{l^2} - \frac{m_y}{\lambda^2} = 0, \\ \frac{\partial^2 m_y}{\partial z^2} - \frac{m_y}{l^2} + \frac{m_{x'}}{\lambda^2} = 0, \\ \frac{\partial^2 m_{z'}}{\partial z^2} - \frac{m_{z'}}{l^2} = 0. \end{cases}$$
(B.40)

Здесь и далее все обозначения имеют смысл как и в разделе Б.1. Будем искать компоненты спиновой аккумуляции в виде Б.5. Подставляем эти выражения в Б.40:

$$\begin{cases} \frac{a_1}{l_1^2} - \frac{a_1}{l^2} - \frac{b_1}{\lambda^2} = 0, \\ \frac{b_2}{l_1^2} - \frac{b_2}{l^2} + \frac{a_2}{\lambda^2} = 0, \\ \frac{c_3}{l_1^2} - \frac{c_3}{l^2} = 0. \end{cases}$$
(B.41)

Где a_1, a_2, b_1, b_2, c_3 – неизвестные коэффициенты, $c_1 = c_2 = a_3 = b_30$, l_1 – характеристическая длина. Для поиска l_1 необходимо приравнять определитель системы к нулю:

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{l_1^2} - \frac{1}{l^2} & -\frac{1}{\lambda^2} & 0\\ \frac{1}{\lambda^2} & \frac{1}{l_1^2} - \frac{1}{l^2} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{l_1^2} - \frac{1}{l^2} \end{vmatrix} = 0,$$
 (B.42)

$$\left(\frac{1}{l_1^2} - \frac{1}{l^2}\right)^3 + \left[\frac{1}{\lambda^4} \left(\frac{1}{l_1^2} - \frac{1}{l^2}\right)\right] = 0, \tag{B.43}$$

$$\begin{cases}
l_{11} = \frac{\lambda l}{\sqrt{\lambda^2 + il^2}}, \\
l_{12} = \frac{\lambda l}{\sqrt{\lambda^2 - il^2}}, \\
l_{13} = l.
\end{cases}$$
(B.44)

Ищем связь между коэффициентами поочерёдно подставляя l_{11}, l_{12}, l_{13} в соответствующие уравнения системы Б.41. В итоге имеем, что $b_{11} = ia_{11}$, $b_{22} = -ia_{22}, b_{33} = a_{33} = c_{11} = c_{22} = 0$, а c_{33} – линейно независимый коэффициент, i – мнимая единица. Таким образом, с учётом уравнений связи имеем систему уравнений для компонент спиновой аккумуляции в ферромагнетике (для удобства второй индекс у коэффициентов опустим):

$$\begin{cases} m_{x'}^F = a_1 e^{-\frac{z}{l_{11}}} + a_2 e^{-\frac{z}{l_{12}}}, \\ m_y^F = i a_1 e^{-\frac{z}{l_{11}}} - i a_2 e^{-\frac{z}{l_{12}}}, \\ m_{z'}^F = c_3 e^{-\frac{z}{l_{13}}}. \end{cases}$$
(B.45)

В парамагнетике выражения для компонент спиновой аккумуляции будут иметь вид **Б.11** с теми же обозначениями.

Из условия неразрывности спиновой аккумуляции на границе 2/4 (z=0)имеем:

$$\begin{cases} d+f = m_0^z \sin \theta, \\ g+k = 0, \\ u+v = m_0^z \cos \theta. \end{cases}$$

$$\begin{cases} f = m_0^z \sin \theta - d, \\ k = -g, \\ v = m_0^z \cos \theta - u. \end{cases}$$
(B.46)
(B.47)

Из условия неразрывности спиновой аккумуляции на границе 4/5 ($z = z_1$) имеем:

$$\begin{cases} de^{-\frac{z}{l_2}} + fe^{\frac{z}{l_2}} = a_1 e^{-\frac{z_1}{l_{11}}} + a_2 e^{-\frac{z_1}{l_{12}}}, \\ ge^{-\frac{z}{l_2}} + ke^{\frac{z}{l_2}} = ia_1 e^{-\frac{z_1}{l_{11}}} - ia_2 e^{-\frac{z_1}{l_{12}}}, \\ ue^{-\frac{z}{l_2}} + ve^{\frac{z}{l_2}} = c_3 e^{-\frac{z_1}{l_{13}}}. \end{cases}$$
(B.48)

Используя уравнения связи **Б**.47, найдём уравнения связи для коэффициентов в парамагнетике 4 и ферромагнетике 5:

$$\begin{cases} d = \frac{1}{2\sinh\frac{z_1}{l_2}} \left(m_0^z \sin \theta e^{\frac{z_1}{l_2}} - a_1 e^{-\frac{z_1}{l_{11}}} - a_2 e^{-\frac{z_1}{l_{12}}} \right), \\ g = \frac{1}{2\sinh\frac{z_1}{l_2}} \left(ia_2 e^{-\frac{z_1}{l_{12}}} - ia_1 e^{-\frac{z_1}{l_{11}}} \right), \\ u = \frac{1}{2\sinh\frac{z_1}{l_2}} \left(m_0^z \cos \theta e^{\frac{z_1}{l_2}} - c_3 e^{-\frac{z_1}{l_{13}}} \right). \end{cases}$$
(B.49)

Для полноты системы необходимо ещё записать уравнения неразрывности для токов на границе 4/5 ($z = z_1$). Для начала запишем к чему сведутся компоненты спинового тока с учётом, что M = (0, 0, 1) и div $J_e = 0$:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = -\frac{\beta}{\nu} \frac{\partial m_{z'}}{\partial z} \\ J_{m_{x'}}^z = -\frac{\sigma}{\nu} \frac{\partial m_{x'}}{\partial z}, \\ J_{m_y}^z = -\frac{\sigma}{\nu} \frac{\partial m_y}{\partial z}, \\ J_{m_{z'}}^z = -\frac{\sigma}{\nu} (1 - \beta^2) \frac{\partial m_{z'}}{\partial z}. \end{cases}$$
(B.50)

Теперь сшиваем токи на границе 4/5 ($z = z_1$):

$$\begin{cases} -\frac{\sigma_4}{\nu} \frac{\partial m_{x'}^P}{\partial z} = -\frac{\sigma_5}{\nu} \frac{\partial m_{x'}^F}{\partial z}, \\ -\frac{\sigma_4}{\nu} \frac{\partial m_y^P}{\partial z} = -\frac{\sigma_5}{\nu} \frac{\partial m_y^F}{\partial z}, \\ -\frac{\sigma_4}{\nu} \frac{\partial m_{z'}^P}{\partial z} = -\frac{\sigma_5}{\nu} (1 - \beta^2) \frac{\partial m_{z'}^F}{\partial z}. \end{cases}$$
(B.51)

Подставляем выражения для компонент спиновой аккумуляции в слоях 4 и 5 (Б.45 и Б.11) в Б.51 и получаем систему:

$$\begin{cases} \sigma_{4} \left[-\frac{1}{l_{2}} g e^{-\frac{z_{1}}{l_{2}}} + \frac{1}{l_{2}} k e^{\frac{z_{1}}{l_{2}}} \right] = \sigma_{5} \left[-\frac{1}{l_{11}} a_{1} e^{-\frac{z_{1}}{l_{11}}} - \frac{1}{l_{12}} a_{2} e^{-\frac{z_{1}}{l_{12}}} \right], \\ \sigma_{4} \left[-\frac{1}{l_{2}} u e^{-\frac{z_{1}}{l_{2}}} + \frac{1}{l_{2}} v e^{\frac{z_{1}}{l_{2}}} \right] = \sigma_{5} \left[-\frac{i}{l_{11}} a_{1} e^{-\frac{z_{1}}{l_{11}}} + \frac{i}{l_{12}} a_{2} e^{-\frac{z_{1}}{l_{12}}} \right], \\ \sigma_{4} \left[-\frac{1}{l_{2}} d e^{-\frac{z_{1}}{l_{2}}} + \frac{1}{l_{2}} f e^{\frac{z_{1}}{l_{2}}} \right] = \sigma_{5} \left[-\frac{1}{l_{13}} c_{3} e^{-\frac{z_{1}}{l_{13}}} \right] \left(1 - \beta^{2} \right). \end{cases}$$
(B.52)

Рассмотрим и преобразуем третье уравнение системы Б.52 с учётом найденных ранее уравнений связи между коэффициентами (Б.47 и Б.49):

$$\frac{\sigma_4}{l_2} \left[2u \cosh \frac{z_1}{l_2} - m_0^z \cos \theta e^{\frac{z_1}{l_2}} \right] = \frac{\sigma_5}{l_{13}} c_3 e^{-\frac{z_1}{l_{13}}} \left(1 - \beta^2 \right), \tag{B.53}$$

$$\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} \left(m_0^z \cos \theta e^{\frac{z_1}{l_2}} - c_3 e^{-\frac{z_1}{l_{13}}} \right) - \sigma_4^{(2)} m_0^z \cos \theta e^{\frac{z_1}{l_2}} = \sigma_5^{(13)} e^{-\frac{z_1}{l_{13}}} \left(1 - \beta^2 \right),$$
(B.54)

$$m_0^z \cos \theta \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1) = c_3 (\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} e^{-\frac{z_1}{l_{13}}} + \sigma_5^{(13)} e^{-\frac{z_1}{l_{13}}} (1 - \beta^2)), \quad (B.55)$$

$$c_{3} = \frac{m_{0}^{z} \sigma_{4}^{(2)} e^{\frac{z_{1}}{l_{2}}} (\coth \frac{z_{1}}{l_{2}} - 1)}{\sigma_{4}^{(2)} \coth \frac{z_{1}}{l_{2}} e^{-\frac{z_{1}}{l_{13}}} + \sigma_{5}^{(13)} e^{-\frac{z_{1}}{l_{13}}} (1 - \beta^{2})} \cos \theta.$$
(B.56)

Рассмотрим второе уравнение системы Б.52 с учётом найденных ранее уравнений связи между коэффициентами (Б.47 и Б.49):

$$-2g\sigma_4^{(2)}\cosh\frac{z_1}{l_2} = -ia_1\sigma_5^{(11)}e^{-\frac{z_1}{l_{11}}} + ia_2\sigma_5^{(12)}e^{-\frac{z_1}{l_{12}}},\tag{B.57}$$

$$\sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2} (ia_2 e^{-\frac{z_1}{l_{12}}} - ia_1 e^{-\frac{z_1}{l_{11}}}) = ia_1 \sigma_5^{(11)} e^{-\frac{z_1}{l_{11}}} - ia_2 \sigma_5^{(12)} e^{-\frac{z_1}{l_{12}}}, \tag{B.58}$$

$$a_{2} = \frac{a_{1}(\sigma_{4}^{(2)} \coth \frac{z_{1}}{l_{2}} + \sigma_{5}^{(11)})e^{-\frac{z_{1}}{l_{11}}}}{(\sigma_{4}^{(2)} \coth \frac{z_{1}}{l_{2}} + \sigma_{5}^{(12)})e^{-\frac{z_{1}}{l_{12}}}}.$$
(B.59)

Подставляем найденную связь между коэффициентами a_1 и a_2 (Б.59) с учётом уравнений связи Б.47 и Б.49 в первое уравнение системы Б.52:

$$-2d\sigma_4^{(2)}\cosh\frac{z_1}{l_2} + \sigma_4^{(2)}m_0^z e^{\frac{z_1}{l_2}}\sin\theta = -a_1\sigma_5^{(11)}e^{-\frac{z_1}{l_{11}}} - a_2\sigma_5^{(12)}e^{-\frac{z_1}{l_{12}}},\qquad(B.60)$$

$$m_0^z \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1) \sin \theta = a_1 e^{-\frac{z_1}{l_{11}}} (\sigma_5^{(11)} + \sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2}) + a_2 e^{-\frac{z_1}{l_{12}}} (\sigma_5^{(12)} + \sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2}),$$
(B.61)

$$a_{1} = \frac{m_{0}^{z} \sigma_{4}^{(2)} e^{\frac{z_{1}}{l_{2}}} (\coth \frac{z_{1}}{l_{2}} - 1)}{2e^{-\frac{z_{1}}{l_{11}}} (\sigma_{5}^{(11)} + \sigma_{4}^{(2)} \coth \frac{z_{1}}{l_{2}})} \sin \theta,$$
(B.62)

$$a_{2} = \frac{m_{0}^{z} \sigma_{4}^{(2)} e^{\frac{z_{1}}{l_{2}}} (\coth \frac{z_{1}}{l_{2}} - 1)}{2e^{-\frac{z_{1}}{l_{12}}} (\sigma_{5}^{(12)} + \sigma_{4}^{(2)} \coth \frac{z_{1}}{l_{2}})} \sin \theta,$$
(B.63)

Таким образом, для компонент спиновой аккумуляции в системе координат (x', y, z') имеем выражения:

$$\begin{cases} m_{x'} = \frac{m_0^z \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1)}{2e^{-\frac{z_1}{l_{11}}} (\sigma_5^{(11)} + \sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2})} e^{-\frac{z}{l_{11}}} \sin \theta + \frac{m_0^z \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1)}{2e^{-\frac{z_1}{l_{12}}} (\sigma_5^{(12)} + \sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2})} e^{-\frac{z}{l_{12}}} \sin \theta, \\ m_y = i \frac{m_0^z \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1)}{2e^{-\frac{z_1}{l_{11}}} (\sigma_5^{(11)} + \sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2})} e^{-\frac{z}{l_{11}}} \sin \theta - i \frac{m_0^z \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1)}{2e^{-\frac{z_1}{l_{12}}} (\sigma_5^{(12)} + \sigma_4^{(2)} \cot \frac{z_1}{l_2})} e^{-\frac{z}{l_{12}}} \sin \theta, \\ m_{z'} = \frac{m_0^z \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1)}{e^{-\frac{z_1}{l_{13}}} (\sigma_4^{(2)} \cot \frac{z_1}{l_2} + \sigma_5^{(13)} (1 - \beta^2))} e^{-\frac{z}{l_{13}}} \cos \theta. \end{cases}$$

$$(B.64)$$

Найдём выражения для компонент спиновой аккумуляции в первоначальной системе координат (x, y, z). Через найденные компоненты спиновой аккумуляции в системе координат (x', y, z') и обратную матрицу перехода:

$$\begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{x'} \\ m_y \\ m_{z'} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} m_{x'}\cos\theta - m_{z'}\sin\theta \\ m_y \\ m_{x'}\sin\theta + m_{z'}\cos\theta \end{pmatrix},$$
(B.65)

Найдём явное выражение для частной производной по координате z компоненты m_x спиновой аккумуляции на интерфейсе 4/5 ($z = z_1$):

$$\frac{\partial m_x}{\partial z} = -\frac{m_0^z \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1)}{2l_{11} (\sigma_5^{(11)} + \sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2})} \sin \theta \cos \theta - \frac{m_0^z \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1)}{2l_{12} (\sigma_5^{(12)} + \sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2})} \sin \theta \cos \theta + \frac{m_0^z \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1)}{l_{13} (\sigma_5^{(13)} (1 - \beta^2) + \sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2})} \sin \theta \cos \theta + \frac{m_0^z \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\coth \frac{z_1}{l_2} - 1)}{l_{13} (\sigma_5^{(13)} (1 - \beta^2) + \sigma_4^{(2)} \coth \frac{z_1}{l_2})} \sin \theta \cos \theta + \frac{m_0^z \sigma_4^{(2)} e^{\frac{z_1}{l_2}} (\cot \frac{z_1}{l_2} - 1)}{(B.66)}$$

С учётом, что $e^x(\coth x - 1) \equiv 1/\sinh x$, то получим следующее выражение для $\partial m_x/\partial z$:

$$\frac{\partial m_x}{\partial z} = -\frac{m_0^z}{2\sinh\frac{z_1}{l_2}} \frac{\sigma_4}{\sigma_5 l_2} \frac{\sigma_4 l_{13} \coth\frac{z_1}{l_2} - \sigma_5 l_2 \beta^2}{\sigma_4 l_{13} \coth\frac{z_1}{l_2} + \sigma_5 l_2 (1 - \beta^2)}$$
(B.67)

Подставляя **Б**.67 в выражение для холловской разности потенциалов **Б**.34, и учитывая, что $l_2 \equiv l_4$, $l_{13} \equiv l_5$, $\coth x = 1$ и $1/\sinh x = e^{-x}$ при больших x, то получим:

$$\Delta \varphi_H = C_2 \sin 2\theta, \tag{B.68}$$

$$C_{2} = \frac{|m_{0}^{z}|e^{-\frac{L_{2}}{l_{4}}}}{2|e|\nu} \frac{\sigma_{SH}}{\sigma_{5}} \frac{L}{l_{4}} \frac{\sigma_{4}l_{5} - \sigma_{5}l_{4}\beta^{2}}{\sigma_{4}l_{5} + \sigma_{5}l_{4}(1-\beta^{2})} > 0.$$
(B.69)

Благодарности

Автор выражает огромнейшую благодарность своему научному руководителю доктору физико-математических наук, заслуженному профессору МГУ Ведяеву Анатолию Владимировичу за предложенную тему диссертации и разностороннюю поддержку при её написании. Автор также выражает благодарность кандидату физико-математических наук Стрелкову Никите Викторовичу, доктору физико-математических наук Грановскому Александру Борисовичу и доктору Бернару Диени за ценные комментарии, обсуждения и поддержку работы. Автор благодарит коллектив кафедры магнетизма физического факультета МГУ за моральную поддержку, в особенности: заведующего кафедрой магнетизма доктора физико-математических наук Перова Николая Сергеевича, кандидата физико-математических наук Рыжанову Наталью Викторовну, кандидата физико-математических наук Котельникову Ольгу Анатольевну, кандидата физико-математических наук Радковскую Анну Александровну и кандидата физико-математических наук Харламову Анну Михайловну. Отдельная благодарность авторам шаблона *Russian-Phd-LaTeX-Dissertation-Template* за создание удобного инструмента для оформления диссертации.