УДК 528.9 DOI: 10.22389/0016-7126-2019-943-1-52-57

Математическая картография сегодня

© *Нырцов М. В.*, 2019

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
119991, Россия, г. Москва, Ленинские горы, д. 1
nyrtsovmaxim@geogr.msu.ru

Математическая картография вышла за земные пределы. Для большинства малых тел Солнечной системы Международный астрономический союз рекомендует использовать трёхосный эллипсоид. На сегодняшний день разработаны практически все основные классы картографических проекций трёхосного эллипсоида. Необходимо их систематизировать, классифицировать, провести дополнительные исследования, после чего можно будет говорить о формировании теории проекций трёхосного эллипсоида. Проекции, разработанные в нашей стране, отсутствуют в популярных ГИС-пакетах, но есть их описания в трудах отечественных учёных. Необходима реализация отечественных проекций в библиотеке PROJ.4, которую используют ГИС-пакеты. Современные мощности компьютеров позволяют вычислять искажения в каждой ячейке сети, покрывающей карту. Это может быть ячейка самой картографической сетки или любая другая произвольная фигура, например полигональная ячейка в виде шестиугольника. Если представить, что шар покрыт сетью правильных шестиугольников (гексагонов), то по их деформации на плоскости можно судить об искажениях в проекции.

Картографическая проекция, картография, математическая картография, системы координат, эллипсоид.

Для цитирования: *Нырцов М. В.* Математическая картография сегодня // Геодезия и картография. – 2019. – Т. 80. – № 1. – С. 52–57. DOI: 10.22389/0016-7126-2019-943-1-52-57

Введение

Математическая картография – раздел картографии, в котором разрабатываются теория и методы построения проекций и других элементов математической основы карт Земли и небесных тел, анализируется распределение искажений в проекциях, ведётся изыскание картографических сеток с заданными свойствами [1]. Это определение актуально и в настоящее время. Без базовых знаний математической картографии невозможно правильно выбрать и использовать проекцию для отображения территорий различного охвата, не говоря уже об учёте и распределении заданного характера искажений в пределах карты.

Математическая картография, как и сама картография, давно вышла за земные пределы, объектами её исследований являются Вселенная, звёздное небо, планеты, спутники, малые тела Солнечной системы и др. Карты этих объектов требуют вдумчивого подхода к выбору математической основы. В то же время наметились совершенно новые задачи, связанные с представлением пространственной информации и её обработкой в цифровом виде, ведь компьютер – это всего лишь инструмент в руках опытного картографа. Рассмотрим некоторые из актуальных проблем, стоящих перед современной математической картографией.

Поступила в редакцию 30.08.2018
Принята к публикации 01.11.2018

Received 30.08.2018
Accessed 01.11.2018

Теория проекций трёхосного эллипсоида

Если для аппроксимации фигуры Земли широко используют референц-поверхности шара и эллипсоида вращения, то для большинства малых тел Солнечной системы Международный астрономический союз рекомендует использовать трёхосный эллипсоид. На сегодняшний день разработаны почти все основные классы картографических проекций трёхосного эллипсоида: цилиндрические и азимутальные проекции, сохраняющие длины вдоль меридианов, пример их использования для картографирования астероида (433) Эрос приведён в работе [5]; цилиндрическая проекция, сохраняющая угол между меридианом и параллелью, а также длины на экваторе, пример её использования для картографирования астероида (433) Эрос представлен в работе [7]; равноугольная проекция Якоби, пример картографирования астероида (25 143) Итокава с её помощью описан в работе [12]; равновеликие цилиндрические проекции трёхосного эллипсоида, пример картографирования астероида (253) Матильда – в работе [11]; конические проекции трёхосного эллипсоида, различные по типам искажений [10], апробированы для карт регионов астероида (433) Эрос.

Для всех вышеперечисленных проекций необходимы систематизация, классификация и дополнительные исследования, после чего можно будет говорить о формировании теории проекций трёхосного эллипсоида. В дальнейшем необходимо реализовать эти проекции в модуле картографических проекций современных ГИС-пакетов для геоинформационного картографирования небесных тел.

Системы координат, используемые для картографирования небесных тел

При использовании шара в качестве референц-поверхности для аппроксимации фигуры небесного тела задаются координаты точки: планетоцентрическая широта (угол между радиус-вектором точки из центра шара и плоскостью экватора) и долгота (двухгранный угол между начальным и текущим меридианом). При использовании референц-поверхности эллипсоида вращения определение долготы остаётся таким же, как и для шара, а помимо планетоцентрической широты появляется геодезическая (её ещё называют планетографической). Она определяется как угол между нормалью к референц-поверхности и экваториальной плоскостью. На трёхосном эллипсоиде нормаль к референц-поверхности не лежит в плоскости меридианного сечения, отсюда появляется задание трёх видов широт: планетоцентрической, геодезической (планетографической) и условно-геодезической. Определение долготы аналогично таковому при использовании в качестве референц-поверхности шара и эллипсоида вращения. Планетоцентрическая широта – это угол между радиус-вектором из центра эллипсоида на данную точку поверхности эллипсоида и плоскостью экватора. Геодезическая широта задаётся углом между нормалью к поверхности трёхосного эллипсоида и экваториальной плоскостью. Условно-геодезическая широта – это угол между нормалью к эллипсу в плоскости меридианного сечения и линией пересечения этой плоскости с экваториальной плоскостью. Для эллипсоида вращения условно-геодезическая и геодезическая широты совпадают [5].

Проблема, которая возникает при картографировании небесных тел с использованием эллипсоида вращения и трёхосного эллипсоида, состоит в том, что большинство тематических данных находится в планетоцентрической системе координат. Задав в ГИС-пакете референц-поверхность эллипсоида вращения,

картографу предлагается использовать геодезическую широту, поэтому необходим предварительный пересчёт из планетоцентрической широты. Игнорирование этого факта приводит к ошибке в отображении данных, поэтому в некоторых случаях необходимо прибегать к помощи сторонних программ пересчёта.

Анализ проекций отечественных карт и их использование в ГИС

Поддержка проекций отечественных мелкомасштабных карт в ГИС – задача как никогда актуальная. В архивах накоплен огромный перечень бумажных карт времён СССР, которые составлены в проекциях, разработанных в нашей стране. Эти проекции отсутствуют в популярных ГИС-пакетах, в которых создают российские мелкомасштабные картографические произведения, в силу зарубежного происхождения программного обеспечения. Но есть их описания в трудах отечественных учёных. К таким проекциям можно отнести косую перспективно-цилиндрическую проекцию Соловьёва (карты СССР для начальной школы), видоизменённую поликоническую проекцию ЦНИИГАиК (настенные карты СССР), косую перспективно-цилиндрическую проекцию ЦНИИГАиК (на карте СССР в этой проекции отображены не только материковая часть, но и почти весь полярный бассейн с малыми искажениями) и др. [2]. В связи с возросшим интересом к исследованиям Арктической зоны России косая перспективно-цилиндрическая проекция ЦНИИГАиК представляется довольно актуальной для картографирования этих территорий.

Проекции различны по способу их получения. Одни вычислены по макету картографической сетки, другие – с использованием аппроксимирующих зависимостей. В связи с этим, прежде чем внедрить и использовать отечественные картографические проекции в ГИС, необходим их предварительный анализ не только по способу получения, но и на предмет распределения искажений. Известна произвольная проекция ЦНИИГАиК № 89 [3], в которой увеличено изображение Европейской части СССР при одновременном уменьшении изображения восточных районов страны. Соответственно сетка проекции не симметрична относительно прямолинейного среднего меридиана.

Так как привязка и трансформирование сканированных карт СССР с помощью аппроксимирующих зависимостей по множеству опорных точек в ГИС приводят к неудовлетворительным результатам, необходимо наличие файла описания проекции в реестре идентификаторов картографических проекций EPSG. С внедрением отечественных проекций в PROJ.4 и EPSG связана следующая проблематика.

Реализация отечественных проекций в PROJ.4

Для того, чтобы полноценно работать с проекциями мелкомасштабных отечественных карт в ГИС-пакетах зарубежного производства, используемых повсеместно в России, они должны содержаться в PROJ.4 – библиотеке для выполнения преобразований между картографическими проекциями, которую используют современные ГИС-пакеты. В основу создания этой библиотеки в начале 1980-х годов была положена работа Джеральда Эвендена из USGS (Геологической службы США). В 2018 г. реализована 5-я версия библиотеки, и теперь она называться PROJ [13].

До того, как картографическая проекция попадёт в библиотеку PROJ, она должна пройти несколько этапов. Во-первых,

для проекции должен быть осуществлён пересчёт из географических координат в прямоугольные и обратно. Во-вторых, нужно реализовать этот пересчёт на любом из компьютерных языков. В-третьих, необходимо получить код проекции в реестре идентификаторов картографических проекций EPSG. Эта аббревиатура хорошо знакома картографам, использующим ГИС как инструментарий по созданию карт. Но откуда она появилась и что означает?

Краткая история появления EPSG такова. В 2005 г. Международная ассоциация производителей нефти и газа (IOGP) включила в свою структуру Европейскую группу по разведке нефти (EPSG) – научную организацию, в которой работали специалисты в области прикладной геодезии, картографии и разведки нефти. Европейская группа по разведке нефти упорядочила и распространила набор геодезических параметров EPSG, которые включают элементы земных эллипсоидов, геодезические датумы, географические и плоские системы координат, единицы измерения и др. [9]. В настоящее время реестр идентификаторов картографических проекций EPSG является стандартом. И любая картографическая проекция, претендующая на включение в ГИС, должна получить соответствующий уникальный номер в реестре.

Способы отображения искажений на картах

Самыми известными и часто используемыми способами отображения искажений бесконечно малых величин (локальных) на карте служат эллипс искажений (индикатриса Тиссо) и изоколы искажений. В разные времена картографы отдавали предпочтение то одному, то другому способу, тем не менее оба способа не исключают друг друга, а скорее, дополняют.

Из-за того, что для рядового читателя карт эллипсы искажений – абстрактные фигуры , А. В. Гедымин, преподававший математическую картографию на географическом факультете МГУ имени М. В. Ломоносова, предложил использовать для отображения в различных проекциях силуэт головы, хорошо знакомый на подсознательном уровне каждому человеку [6]. Через несколько десятилетий подобный способ повторил Майк Фостер, используя силуэт крысы [15]. Для демонстрации искажений глобального (регионального) масштаба в своё время был предложен способ кругов, которые строят на шаре и на плоскости в проекции, а потом сравнивают. Эти круги могут быть сопоставимы по размерам с континентами, а их искажения зависят от свойств проекции [6].

Современные мощности компьютеров позволяют вычислять искажения в каждой ячейке сети, покрывающей карту. Это может быть как ячейка самой картографической сетки, так и любая другая произвольная фигура, например полигональная ячейка в виде шестиугольника. Если представить, что шар покрыт сетью правильных шестиугольников (гексагонов), то по их деформации на плоскости можно судить об искажениях в проекции [8].

Способ, подобный вычислению искажений в сети гексагонов, недавно был успешно апробирован автором в рамках курсовой работы бакалавра в области математической картографии в МГУ имени М. В. Ломоносова. Искажения вычисляли для морфографических проекций небесных тел нерегулярной формы на примере карт спутника Марса Фобоса. Если при традиционном вычислении искажений происходит сравнение бесконечно малых элементов на плоскости с бесконечно малыми элементами на референц-поверхности, то для морфографических проекций сравнивали тре-

угольники, полученные разбиением ячейки картографической сетки диагональю, в плоскости проекции с соответствующими им треугольниками на фобоиде – фигуре, состоящей из радиус-векторов точек на физической поверхности тела, идущих из центра масс. Не исключено появление новых способов отображения искажений в будущем.

Использование интерактивных онлайн калькуляторов

Традиционно в классических учебниках по математической картографии приводят параметры референц-эллипсоидов, значения радиусов кривизны меридианного сечения, сечения первого вертикала, радиусы параллелей, различные вспомогательные для вычисления проекций величины и прочие данные.

Сейчас, когда требуются высокие скорости вычислений, большинство картографов используют онлайн калькуляторы, представляющие собой программы по вычислению необходимых для математической картографии величин, в том числе вышеупомянутых. Программы, как правило, написаны на языке программирования JavaScript и требуют от пользователя лишь введения исходных данных для решаемой задачи.

Если шире посмотреть на задачу вычислений с помощью программ, размещённых в Интернете, то становится очевидна тенденция к открытости разработок. Это касается не только программного геоинформационного обеспечения, но и идей авторов в области математической картографии. Например, выкладывают исходные коды программ, позволяющих визуализировать картографические данные в различных проекциях [14], или размещают программы для вычисления узлов картографических сеток проекций, не входящих в модули проекций ГИС-программ [4].

Заключение

В статье рассмотрены лишь некоторые задачи, стоящие перед современной математической картографией. Можно уверенно сказать, что она будет успешно сосуществовать с новыми технологиями и, принимая их на вооружение, обогащаться и развиваться дальше.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Геодезия*, картография, геоинформатика, кадастр: Энциклопедия в 2 т. / Под общ. ред. А. В. Бородко, В. П. Савиных. Т. 1: А – М. – М.: Геодезкартиздат, 2008. – 496 с.

2. *Гинзбург Г. А., Салманова Т. Д.* Атлас для выбора картографических проекций // Тр. ЦНИИГАИК. – Вып. 110. – М.: Геодезиздат, 1957. – 239 с.

3. *Дополнение* к Атласу для выбора картографических проекций / Под ред. В. М. Богинского. – М.: ОНТИ ЦНИИГАиК, 1975. – 108 с.

4. *Картографические* проекции трёхосного эллипсоида. URL: http://geocnt.geonet.ru/ru/3_axial (дата обращения: 04.07.2018).

5. *Нырцов М. В., Флейс М. Э., Борисов М. М.* Картографирование астероида 433 Эрос в равнопромежуточных вдоль меридианов цилиндрической и азимутальной проекциях трёхосного эллипсоида // Изв. высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъёмка. – 2012. – № 1. – С. 54–61.

6. *Серапинас Б. Б.* Математическая картография: Учебник для вузов. – М.: Академия, 2005. – 336 с.

7. *Флейс М. Э., Нырцов М. В., Борисов М. М.* Исследование свойства равноугольности цилиндрических проекций трёхосного эллипсоида // Доклады Академии наук. – 2013. – Т. 451. – № 3. – С. 336–338.

8. *Battersby S., Strebe D., Finn M.* (2017) Shapes on a plane: evaluating the impact of projection distortion on spatial binning. Cartography and Geographic Information Science, 44, 5, pp. 410–421. DOI: 10.1080/15230406.2016.1180263.

9. *International* Association of Oil & Gas Producers. Wikipedia: The Free Encyclopedia. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/International_Association_of_Oil_%26_Gas_Producers#European_Petroleum_Survey_Group (дата обращения: 04.07.2018).

10. *Nyrtsov M. V., Fleis M. E., Borisov M. M., Stooke P. J.* (2017) Conic projections of the triaxial ellipsoid: the projections for regional mapping of celestial bodies. Cartographica, 52, 4, pp. 322–331. DOI: 10.5194/ica-proc-1-84-2017.

11. *Nyrtsov M. V., Fleis M. E., Borisov M. M., Stooke P. J.* (2015) Equal-area projections of the triaxial ellipsoid: First time derivation and implementation of cylindrical and azimuthal projections for small solar system bodies. Cartographic Journal, 52, 2, pp. 114–124.

12. *Nyrtsov M., Fleis M., Borisov M., Stooke P.* (2014) Jacobi Conformal Projection of the Triaxial Ellipsoid: New Projection for Mapping of Small Celestial Bodies. Cartography from Pole to Pole. Lecture Notes in Geoinformation and Cartography. Berlin: Springer-Verlag, pp. 235–246.

13. *PROJ.4.* Wikipedia: The Free Encyclopedia. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/PROJ.4 (дата обращения: 04.07.2018).

14. *Projection* face. URL: http://bl.ocks.org/awoodruff/9216081 (дата обращения: 04.07.2018).

15. *Projections* and Coordinate Systems for the modern mapper. Created by Mike Foster for Maptime Boston. URL: http://mjfoster83.github.io/projections/#/ (дата обращения: 04.07.2018).

Mathematical cartography today

Nyrtsov M. V.

Lomonosov Moscow State University
119991, Russia, Moscow, Leninskie Gory, 1
nyrtsovmaxim@geogr.msu.ru

For most small bodies of the Solar System shapes the International Astronomical Union recommends to use a triaxial ellipsoid. Today almost all major classes of cartographic projections for the triaxial ellipsoid have been developed. They require systematization, classification and additional research. The archives of libraries accumulated a significant list of paper maps of the Soviet times which are compiled in projections developed in our country. It is necessary to implement those projections in the PROJ.4 library used by GIS. Distortions in map projections can be defined as deformation of a cell. If we imagine that the sphere is covered with a net of regular hexagons then it is possible to estimate distortions in the projection by their deformation on the plane. Now the majority of cartographers use online calculators to define the values required for mathematical cartography. Programs are usually written in JavaScript and require the user to only enter the initial data. These are only some of the problems facing modern mathematical cartography.

Cartography, coordinate systems, ellipsoid, map projection, mathematical cartography.

***For citations*:** *Nyrtsov M. V.* (2019) Matematicheskaya kartografiya segodnya [Mathematical cartography today]. Geodesy and Cartography = Geodezija i kartografija, 80, 1, pp. 52–57 (In Russian). DOI: 10.22389/0016-7126-2019-943-1-52-57

REFERENCES

1. *Geodeziya*, kartografiya, geoinformatika, kadastr: Enciklopediya v 2 tomah. Pod obshchej redakciej A. V. Borodko, V. P. Savinyh. Tom 1: A – M. Moskva: Geodezkartizdat, 2008, 496 p. (In Russian).
2. *Ginzburg G. A*., *Salmanova T. D*. Atlas dlya vybora kartograficheskih proekcij. Trudy CNIIGAIK. Vypusk 110. Moskva: Geodezizdat, 1957, 239 p. (In Russian).
3. *Dopolnenie* k Atlasu dlya vybora kartograficheskih proekcij. Pod redakciej V. M. Boginskogo. Moskva: ONTI CNIIGAiK, 1975, 108 p. (In Russian).
4. *Kartograficheskie* proekcii tryohosnogo ellipsoida. URL: http://geocnt.geonet.ru/ru/3_axial (accessed 04.07.2018).
5. *Nyrcov M. V*., *Flejs M. E*., *Borisov M. M*. Kartografirovanie asteroida 433 Eros v ravnopromezhutochnyh vdol' meridianov cilindricheskoj i azimutal'noj proekciyah tryohosnogo ellipsoida. Izvestiya vuzov. Geodeziya i aerofotos"yomka, 2012, 1, pp. 54–61 (In Russian).
6. *Serapinas B. B*. Matematicheskaya kartografiya. Uchebnik dlya vuzov. Moskva: Akademiya, 2005, 336 p. (In Russian).
7. *Flejs M. E*., *Nyrcov M. V*., *Borisov M. M*. Issledovanie svojstva ravnougol'nosti cilindricheskih proekcij tryohosnogo ellipsoida. Doklady Akademii nauk, 2013, 451, 3, 336–338 (In Russian).
8. *Battersby S*., *Strebe D*., *Finn M*. (2017) Shapes on a plane: evaluating the impact of projection distortion on spatial binning. Cartography and Geographic Information Science, 44, 5, pp. 410–421. DOI: 10.1080/15230406.2016.1180263.
9. *International* Association of Oil & Gas Producers. Wikipedia: The Free Encyclopedia. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/International_Association_of_Oil_%26_Gas_Producers#European_Petroleum_Survey_Group (accessed 04.07.2018).
10. *Nyrtsov M. V*., *Fleis M. E*., *Borisov M. M*., *Stooke P. J*. (2017) Conic projections of the triaxial ellipsoid: the projections for regional mapping of celestial bodies. Cartographica, 52, 4, pp. 322–331. DOI: 10.5194/ica-proc-1-84-2017.
11. *Nyrtsov M. V*., *Fleis M. E*., *Borisov M. M*., *Stooke P. J*. (2015) Equal-area projections of the triaxial ellipsoid: First time derivation and implementation of cylindrical and azimuthal projections for small solar system bodies. Cartographic Journal, 52, 2, pp. 114–124.
12. *Nyrtsov M*., *Fleis M*., *Borisov M*., *Stooke P*. (2014) Jacobi Conformal Projection of the Triaxial Ellipsoid: New Projection for Mapping of Small Celestial Bodies. Cartography from Pole to Pole. Lecture Notes in Geoinformation and Cartography. Berlin: Springer-Verlag, pp. 235–246.
13. *PROJ.4*. Wikipedia: The Free Encyclopedia. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/PROJ.4 (accessed 04.07.2018).
14. *Projection* face. URL: http://bl.ocks.org/awoodruff/9216081 (accessed 04.07.2018).
15. *Projections* and Coordinate Systems for the modern mapper. Created by Mike Foster for Maptime Boston. URL: http://mjfoster83.github.io/projections/#/ (accessed 04.07.2018).