Math-Net.Ru
Общероссийский математический портал

А. П. Михайлов, А. П. Петров, Н. А. Маревцева, И. В. Третьякова, Развитие модели распространения информации в социуме, *Матем. моделирование*, 2014, том 26, номер 3, 65–74

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
http://www.mathnet.ru/rus/agreement

Параметры загрузки:
IP: 93.180.15.39
29 февраля 2016 г., 08:53:17

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ 2014 год, том 26, номер 3, стр. 65-74

# РАЗВИТИЕ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ В СОЦИУМЕ

© *2014 г.* ***А.П. Михайлов[1,2], А.П. Петров[1], Н.А. Маревцева[2], И.В. Третьякова[2]***

[1] Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН
[2] Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, социологический факультет

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 13-01-00392-а) и РГНФ (проект 12-03-00431-а).

Работа посвящена развитию системы моделей распространения информации в социуме. В качестве надстройки над базовой моделью предложены четыре новых механизма, влияющих на процесс распространения информации. Для модели со всеми четырьмя механизмами получены достаточные условия устойчивости так называемого безадептного состояния.

Ключевые слова: математическое моделирование, информационная безопасность, межличностная коммуникация.

**DEVELOPMENT OF A MODEL OF INFORMATION DISSEMINATION IN SOCIETY**

***A.P. Mikhailov[1,2], A.P. Petrov[1], N.A. Marevtseva[2], I.V. Tretiakova[2]***

[1] Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS
[2] Lomonosov Moscow State University

The aim of the paper is to develop an extended model of information dissemination in society. Four mechanisms influencing the process are embedded into the model. Sufficient conditions for the stability of so-called no-adherents solution have been found.

Key words: mathematical modeling, informational security, interpersonal communication.

## 1. Базовая модель

Рассмотрим процесс распространения информации в группе взаимодействующих индивидов, имеющей численность $N_0$. В рамках рассматриваемой модели предполагается, что неохваченный информацией индивид может получить ее либо от СМИ, либо путем межличностной коммуникации от информированного ранее индивида (адепта).

Исходная модель ([1], см. также [2-8]) предполагает однородность социума и имеет вид

$$\frac{dN}{dt} = (\alpha + \beta N)(N_0 - N), \qquad N(0) = 0. \tag{1}$$

Здесь $N(t)$ – количество адептов в момент времени $t$, $\alpha > 0$ называется интенсивностью

распространения информации через СМИ; $\beta N$ – интенсивностью распространения информации через слухи ($\beta > 0$). Решение задачи (1) имеет вид

$$N = N_0 \frac{\alpha \exp\left[\left(\alpha + \beta N_0\right)t\right] - \alpha}{\alpha \exp\left[\left(\alpha + \beta N_0\right)t\right] + \beta N_0}.$$

Далее будем называть этот вариант модели базовым.

Математическая модель вида (1) используется также при изучении распространения нововведений ([9], см. также обзор в [10]), в этом случае $N(t)$ имеет смысл количества индивидов, использующих новую технологию (мобильную связь, Интернет и т.д.).

Другие подходы к моделированию распространения информации в социуме представлены в работах [11-13].

Один из основных вопросов, решаемых с помощью моделей распространения информации, заключается в том, при каких условиях скорость роста количества адептов достигает максимума. Соответствующее явление называется максимальным ажиотажем.

В [8] показано, что максимум ажиотажа достигается при значении численности адептов, равном

$$N_g = \frac{1}{2}\left(N_0 - \frac{\alpha}{\beta}\right).$$

Если $N_0 \le \alpha / \beta$, то скорость роста количества адептов максимальна в начальный момент и убывает с течением времени.

Представляет интерес вопрос о том, как будет изменяться скорость роста количества адептов при интенсивности распространения информации через слухи, убывающей с ростом *N*. Рассмотрим более общую, чем (1) модель, в которой передача информации через слухи описывается степенным слагаемым:

$$\frac{dN}{dt} = \left(\alpha + \beta N^{\mu}\right)\left(N_0 - N\right), \quad N(0) = 0$$

(случаи $\mu = 2$, $\mu = 1/2$ рассмотрены в [20]). Чтобы определить наличие ажиотажа, вычислим $d^2N / dt^2$:

$$\frac{d^2N}{dt^2} = -\beta\mu \frac{dN}{dt}\left[N^{\mu-1}\left(\frac{\mu+1}{\mu}N - N_0\right) + \frac{\alpha}{\beta\mu}\right].$$

Очевидно, при $\mu < 0$ имеем $d^2N / dt^2 < 0$, т.е. скорость роста количества адептов $dN / dt$ убывает с течением времени.

В следующих разделах будут рассмотрены четыре надстройки над базовой моделью.

**2. Контингентное поведение**

В базовом варианте модели предполагается, что каждый индивид «заражается» информацией независимо от других членов группы. Численность адептов влияет на количество курсирующей в виде слухов информации, однако восприятие индивида, т.е. вероятность его перехода в адепты при получении информации, не зависит от $N(t)$.

Контингентное поведение [14] предполагает, что индивид осознает себя частью группы и его поведение находится в зависимости от значений макропеременных, характеризующих группу в целом. При этом конкретные параметры указанной зависимости могут принимать разные значения у различных членов группы. В частности, подражательное поведение (напр., [15-19]) является частным случаем контингентного. Другой пример – модель расовой сегрегации [14].

В нашем случае предполагается, что индивид может стать адептом и распространять информацию дальше лишь в том случае, если определенное количество членов группы (называемое пороговым значением или порогом данного индивида) уже являются адептами. Чтобы описать распределение порогов между членами группы, расположим вдоль абсциссы всех $N_0$ индивидов в порядке возрастания порога и сопоставим каждому значению аргумента $v \in [0, N_0]$ соответствующее пороговое значение $u \geq 0$. Тем самым определена функция $u = \varphi(v)$. Процесс распространения информации может начаться, если $\varphi(0) > 0$, иначе ни один из индивидов не решится стать первым адептом.

Обратная функция $v = \varphi^{-1}(u)$ определена при $0 \leq u \leq \varphi(N_0)$ и имеет смысл «количество людей *v*, которые готовы быть адептами (уже являются ими либо готовы присоединиться), ориентируясь на их нынешнее количество *u*». Тогда количество тех, кто готов присоединиться к адептам, равно

$$\varphi^{-1}(u) - u \quad \text{при} \quad 0 \leq u \leq \varphi(N_0),$$

$$N_0 - u \quad \text{при} \quad \varphi(N_0) \leq u \leq N_0.$$

Введем функцию $f(u) = \min\{\varphi^{-1}(u), N_0\}$ . Очевидно,

$$f(u) = \begin{cases} \varphi^{-1}(u), & 0 \leq u \leq \varphi(N_0), \\ N_0, & \varphi(N_0) \leq u \leq N_0. \end{cases}$$

Последние рассуждения позволяют выписать уравнение для численности адептов

$$\frac{dN}{dt} = \left[ f(N) - N \right](\alpha + \beta N). \tag{2}$$

Функция $\varphi(N)$ является, по построению, неубывающей. Если для какого-то $N_1$ имеет место равенство $N_1 = \varphi(N_1)$, причем $\frac{d}{dt}\left(N - \varphi(N)\right) < 0$ при $N = N_1$, то процесс распро-

странения информации в социуме остановится. Этот же вывод можно получить непосредственно из уравнения (2): процесс остановится, если $\varphi^{-1}(N) - N \le 0$, т.е. $N \le \varphi(N)$. Таким образом, вся группа может стать охваченной информацией, лишь если $\varphi(N) < N$ для всех $N > 0$, кроме, быть может, $N = N_0$.

**3. Неполный охват социума средствами массовой информации**

Рассмотрим другую надстройку над базовой моделью.

Пусть рассматриваемая группа состоит из двух однородных подгрупп. Члены первой подгруппы (численности $N_1$) могут получать информацию как от СМИ, так и через слухи. Вторая подгруппа (численности $N_2$) не охвачена СМИ, она получает информацию только через слухи. Предполагается, что переходы индивидов из одной подгруппы в другую отсутствуют и при передаче слухов они не различают, кто к какой подгруппе относится.

Обозначим количество адептов первой подгруппы в момент времени *t* через $X_1(t)$, из второй – через $X_2(t)$.

Неохваченный член первой подгруппы может получить информацию от СМИ, и от $X_1 + X_2$ адептов, поэтому для него вероятность стать адептом в течение временного интервала $(t, t+dt)$ равна $\left(\alpha + \beta\left[X_1(t) + X_2(t)\right]\right)dt$, откуда

$$\frac{dX_1}{dt} = \left[\alpha + \beta\left(X_1 + X_2\right)\right]\left(N_1 - X_1\right).$$

Неохваченные информацией члены второй подгруппы могут получать ее только через слухи, от $X_1 + X_2$ адептов, поэтому

$$\frac{dX_2}{dt} = \beta\left(X_1 + X_2\right)\left(N_2 - X_2\right).$$

**4. Двухшаговое усвоение информации**

Практика показывает, что информационное воздействие является результативным, если оно является не одноразовым, а проводится в виде кампании. В рамках настоящего варианта модели предполагается, что индивид присоединяется к числу адептов за два шага. Будучи охваченным в первый раз, он становится *предадептом*. Это, в частности, означает, что он еще не распространяет информацию далее. Предадепт получает и усваивает информацию по тем же правилам, что и неохваченный ей член группы.

Обозначим через $n(t)$ численность предадептов.

Адепты рекрутируются из предадептов, так что

$$\frac{dN}{dt} = n\left(\alpha + \beta N\right).$$

Поскольку адепты рекрутируются из неохваченных индивидов, численность которых в момент времени *t* составляет $N_0 - N(t) - n(t)$, имеем

$$\frac{dn}{dt} = \left(N_0 - N - n\right)\left(\alpha + \beta N\right) - n\left(\alpha + \beta N\right).$$

После преобразований получаем уравнение динамики численности предадептов.

$$\frac{dn}{dt} = \left(N_0 - N - 2n\right)\left(\alpha + \beta N\right).$$

**5. Забывание информации**

В базовой модели предполагалось, что адепты не забывают информацию, т.е. не могут вернуться в разряд неохваченных. Отказ от этого условия приводит к уравнению вида

$$\frac{dN}{dt} = \left(N_0 - N\right)\left(\alpha + \beta N\right) - \gamma N.$$

Здесь параметр $\gamma > 0$ характеризует интенсивность забывания информации индивидами.

**6. Модель, учитывающая все четыре механизма**

Настоящий раздел посвящен построению модели, содержащей все четыре указанных механизма.

Рассмотрим группу индивидов, состоящую из двух однородных подгрупп: первая подгруппа (численности $N_1$) может получать информацию как от СМИ, так и через слухи. Вторая подгруппа (численности $N_2$) не интересуется СМИ, она получает информацию только через слухи. Переходы индивидов из одной подгруппы в другую отсутствуют. Обозначим количество адептов и предадептов в первой подгруппе через $X_1(t)$ и $x_1(t)$, во второй группе – через $X_2(t)$ и $x_2(t)$. Переход из неохваченных в предадепты является неконтингентным (см. ниже), но лишь доля предадептов, определяемая пороговой функцией, является доступной для того, чтобы стать адептами. Подгруппы являются невидимыми в том смысле, что при передаче слуха индивид не имеет возможности распознать, является ли встречный индивид представителем первой или второй подгруппы. Это означает, в частности, что пороги ориентированы на общее количество адептов в большой группе. Другими словами, индивид готов стать доступным, если общее количество адептов во всей большой группе является достаточно большим.

Пороговые функции для первой и второй групп обозначим через $\varphi_1(v)$ и $\varphi_2(v)$. Тогда в момент времени $t$ количество доступных индивидов из первой подгруппы (как неохваченных, так и предадептов и адептов) равно $f_1\left(X_1 + X_2\right) = \min\left\{\varphi_1^{-1}\left(X_1 + X_2\right), N_1\right\}$. Из второй подгруппы, соответственно, $f_2\left(X_1 + X_2\right) = \min\left\{\varphi_2^{-1}\left(X_1 + X_2\right), N_2\right\}$.

В каждой из подгрупп переход из неохваченных в предадепты происходит неконтингентным образом: для каждого индивида вероятность данного перехода не зависит от того, в каком состоянии находятся и переходят ли другие индивиды. В частности, это означает, что если в некоторый момент времени $t_1$ выделить в неохваченной части $N_i - X_i(t_1) - x_i(t_1)$ одной из подгрупп некоторое множество, состоящее из $\lambda\left[N_i - X_i(t_1) - x_i(t_1)\right]$ индивидов, то для любого момента времени $t_2 > t_1$ среди неохва-

ченных $N_i - X_i(t_2) - x_i(t_2)$ индивидов будет $\lambda\left[N_i - X_i(t_2) - x_i(t_2)\right]$ членов этого множества. Другими словами, так как переходы из неохваченных в предадепты для разных индивидов являются независимыми и происходят с одинаковой вероятностью, то доля выделенного множества среди неохваченных сохраняется. Из этого следует, что если за некоторый интервал времени численность неохваченных членов подгруппы уменьшилась в некоторое количество раз, то и численность неохваченных членов данного множества также уменьшилась в то же количество раз.

Относительно забывания будем полагать, что предадепты забывают с интенсивностью $\delta$ и возвращаются в разряд неохваченных, адепты – с интенсивностью $\gamma$ и становятся предадептами. (Заметим, что возможен также другой подход, предполагающий, что забывшие адепты становятся неохваченными).

Для члена первой подгруппы переход из неохваченных в предадепты или (если он доступен) из предадептов в адепты в течение временного интервала $(t, t+dt)$ осуществляется с вероятностью $\left(\alpha + \beta\left[X_1(t) + X_2(t)\right]\right)dt$. Для члена второй подгруппы – с вероятностью $\beta\left[X_1(t) + X_2(t)\right]dt$. Следовательно,

$$\frac{dx_1}{dt} = \left[\alpha + \beta\left(X_1 + X_2\right)\right]\left(N_1 - X_1 - x_1\right) - \frac{dX_1}{dt} - \delta x_1,$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \left[\beta\left(X_1 + X_2\right)\right]\left(N_2 - X_2 - x_2\right) - \frac{dX_2}{dt} - \delta x_2.$$

Теперь выпишем выражение для $\frac{dX_1}{dt}$. Количество предадептов в первой подгруппе равно $n(t)$, однако не все они доступны. Всего в момент времени $t$ число доступных индивидов в первой подгруппе составляет $f_1\left(X_1 + X_2\right) = \min\left\{\varphi_1^{-1}\left(X_1 + X_2\right), N_1\right\}$. Вычислим количество доступных неохваченных. С начального (нулевого) момента времени численность неохваченных сократилась с $N_1$ до $N_1 - x_1(t) - X_1(t)$, т.е. изменилась в $\frac{N_1 - x_1(t) - X_1(t)}{N_1}$ раз. Следовательно, из (фиксированного при $t_0 = 0$) множества наиболее доступных $f_1\left(X_1(t) + X_2(t)\right)$ индивидов к моменту $t$ в числе неохваченных осталось $f_1\left(X_1(t) + X_2(t)\right)\frac{N_1 - x_1(t) - X_1(t)}{N_1}$. Кроме того, все адепты, очевидно, входят в число доступных. Таким образом, количество доступных предадептов в момент времени $t$ составляет

$$f_1\left(X_1(t) + X_2(t)\right)\frac{x_1(t) + X_1(t)}{N_1} - X_1(t).$$

Итак,

$$\frac{dX_1}{dt} = \left[f_1\left(X_1 + X_2\right)\frac{x_1 + X_1}{N_1} - X_1\right]\left(\alpha + \beta\left[X_1 + X_2\right]\right) - \gamma X_1.$$

Аналогично,

$$\frac{dX_2}{dt}=\left[f_2\left(X_1+X_2\right)\frac{x_2+X_2}{N_2}-X_2\right]\left(\beta\left[X_1+X_2\right]\right)-\gamma X_2 .$$

Таким образом, модель имеет вид

$$\frac{dX_1}{dt}=\left[f_1\left(X_1+X_2\right)\frac{x_1+X_1}{N_1}-X_1\right]\left(\alpha+\beta\left[X_1+X_2\right]\right)-\gamma X_1 , \tag{3}$$

$$\frac{dX_2}{dt}=\left[f_2\left(X_1+X_2\right)\frac{x_2+X_2}{N_2}-X_2\right]\beta\left[X_1+X_2\right]-\gamma X_2 , \tag{4}$$

$$\frac{dx_1}{dt}=\left(\alpha+\beta\left[X_1+X_2\right]\right)\left[N_1-x_1-f_1\left(X_1+X_2\right)\frac{x_1+X_1}{N_1}\right]-\delta x_1+\gamma X_1 , \tag{5}$$

$$\frac{dx_2}{dt}=\beta\left[X_1+X_2\right]\left[N_2-x_2-f_2\left(X_1+X_2\right)\frac{x_2+X_2}{N_2}\right]-\delta x_2+\gamma X_2 , \tag{6}$$

$$x_1(0)=x_2(0)=X_1(0)=X_2(0)=0 . \tag{7}$$

**7. Предварительный анализ модели**

В целях дальнейшего анализа уточним свойства функций $f_1(u)$ и $f_2(u)$. Будем полагать, что $\varphi_i(0)=0$ ($i=1,2$), $\varphi_i(v)$ имеют непрерывную производную на всей области определения и $\varphi_i'(0)>0$. Кроме того, так как $\varphi_i(v)<v$ в правой полуокрестности нуля, то $\varphi_i'(0)<1$. Тогда функции $f_1(u)$, $f_2(u)$ являются непрерывными и кусочно-гладкими, при этом $f_1(0)=0$, $f_2(0)=0$, $f_1'(0)\geq 1$, $f_2'(0)>1$.

Точки покоя могут быть найдены из системы уравнений

$$\left[f_1\left(X_1+X_2\right)\frac{x_1+X_1}{N_1}-X_1\right]\left(\alpha+\beta\left[X_1+X_2\right]\right)-\gamma X_1=0 , \tag{8}$$

$$\left[f_2\left(X_1+X_2\right)\frac{x_2+X_2}{N_2}-X_2\right]\left(\beta\left[X_1+X_2\right]\right)-\gamma X_2=0 , \tag{9}$$

$$\left(\alpha+\beta\left[X_1+X_2\right]\right)\left[N_1-x_1-f_1\left(X_1+X_2\right)\frac{x_1+X_1}{N_1}\right]-\delta x_1+\gamma X_1=0 , \tag{10}$$

$$\beta\left[X_1+X_2\right]\left[N_2-x_2-f_2\left(X_1+X_2\right)\frac{x_2+X_2}{N_2}\right]-\delta x_2+\gamma X_2=0 . \tag{11}$$

Нетрудно видеть, что она имеет, в частности, решение

$$X_1 = X_2 = 0, \quad x_1 = N_1 \frac{\alpha}{\alpha+\delta}, \quad x_2 = 0.$$

Соответствующее состояние системы назовем безадептным. Вычислив необходимые частные производные, получаем, что оно является асимптотически устойчивым, если все собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\alpha^2 f_1'(0)}{\alpha+\delta} - \alpha - \gamma & \frac{\alpha^2 f'(0)}{\alpha+\delta} & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma & 0 & 0 \\ -\frac{\alpha^2 f_1'(0)}{\alpha+\delta} + \frac{N_1\beta\delta}{\alpha+\delta} + \gamma & -\frac{\alpha^2 f_1'(0)}{\alpha+\delta} + \frac{N_1\beta\delta}{\alpha+\delta} & -\alpha-\delta & 0 \\ N_2\beta & N_2\beta + \gamma & 0 & -\delta \end{pmatrix}$$

имеют отрицательные действительные части, и неустойчивым, если хотя бы одно собственное значение имеет положительную действительную часть. Очевидно, все собственные значения матрицы $A$ равны соответствующим диагональным элементам. Три из них отрицательны, а знак собственного значения

$$\lambda_1 = \frac{\alpha^2 f_1'(0)}{\alpha+\delta} - \alpha - \gamma \tag{12}$$

зависит от значений параметров системы.

Если $\lambda_1 < 0$, то безадептное состояние является асимптотически устойчивым.

Как видно из (12), устойчивости способствуют высокие интенсивности забывания $\gamma$ и $\delta$, а также близость значения $f_1'(0)$ к минимально возможному значению – к единице. Заметим, что интенсивность распространений слухов $\beta$ не влияет на устойчивость, так как состояние является безадептным.

Асимптотически устойчивое безадептное состояние может быть охарактеризовано следующим образом. Ввиду отсутствия адептов, в нем отсутствует передача информации с помощью слухов. В определенном количестве члены первой подгруппы являются предадептами, но это количество не растет ввиду того, что пополнение класса предадептов компенсируется забыванием. В то же время барьер контингентности и «забывчивость» адептов не позволяют сформировать класс адептов. Во второй подгруппе не формируется даже класс предадептов, поскольку члены этой подгруппы получают информацию только через слухи, для появления которых необходимо наличие адептов.

Если же $f_1'(0) > (\alpha+\gamma)(\alpha+\delta)/\alpha^2$ или, что то же самое, $\varphi_1'(0) < (\alpha+\gamma)(\alpha+\delta)/\alpha^2$, то безадептное состояние неустойчиво, и система (3)-(6) имеет только стационарные состояния с положительным количеством адептов.

Таким образом, при фиксированных параметрах забывания и интенсивности СМИ, ключевое значение для исхода процесса распространения информации играет производная пороговой функции у наиболее открытых для информации членов первой подгруп-

пы. При достаточно малых значениях $\varphi_1'(0)$ информация распространяется по группе так, что это приводит к ненулевому количеству адептов, в противоположном случае реализуется безадептное стационарное состояние.

**8. Заключение**

На основе базовой модели распространения информации в социуме [1] предложена модель, учитывающая четыре новых механизма, влияющих на протекание процесса: контингентность поведения, неполный охват группы средствами массовой информации, двухшаговое усвоение и забывание информации.

Для построенной модели изучен вопрос об устойчивости стационарного состояния, характеризующегося отсутствием адептов – индивидов, охваченных информацией. Тем самым, получены достаточные условия того, что информация распространится по группе так, что это приводит к ненулевому количеству адептов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Самарский А.А., Михайлов А.П.* Математическое моделирование. – М.: Физматлит, 2006, 320 с.
2. *Михайлов А.П., Клюсов Н.В.*. О свойствах простейшей математической модели распространения информационной угрозы // Математическое моделирование социальных процессов, вып. 4. – М.: МАКС Пресс, 2002, с.115-123.
3. *Маревцева Н.А.* Простейшие математические модели информационного противоборства // Математическое моделирование социальных процессов, вып.11. – М.: МАКС Пресс, 2010, с.59-72.
4. *Маревцева Н.А.* Некоторые математические модели информационного нападения и информационного противоборства // Социология, 2011, №3, с.26-35.
5. *Михайлов А.П., Измоденова К.В.* Об оптимальном управлении процессом распространения информации. Математическое моделирование, 2005, т.17, №5, с.67–76.
6. *Михайлов А.П., Измоденова К.В.* Об оптимальном управлении в математической модели распространения информации / Труды семинара «Математическое моделирование социальных процессов», Сб., вып. 6. – М.: МАКС Пресс, 2004.
7. *Маревцева Н.А.* Простейшие математические модели информационного противоборства / Серия ”Математическое моделирование и современные информационные технологии”, выпуск 8. Сборник трудов Всероссийских научных молодежных школ. – Ростов-на-Дону: издательство Южного федерального университета, 2009, с.354-363.
8. *Михайлов А.П., Маревцева Н.А.* Модели информационной борьбы // Математическое моделирование, 2011, т.23, №10, с.19-32.
9. *Bass F.M.* A new product growth for model consumer durables // Management Science, 1969, v.15, p.215-227.
10. *Делицын Л.Л.* Количественные модели распространения нововведений в сфере информационных и телекоммуникационных технологий. – М.: МГУКИ, 2009, 106 с.
11. *Шведовский В.А.* Моделирование распространения информации в смежных социальных группах // Математические методы в социологическом исследовании. – М.: Наука, 1981, с.207-214.
12. *Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г.* Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. – М.: Физматлит, 2010, 228 с.
13. *Daley D.J., Kendall D.G.* Stochastic Rumors // Journal of the Institute of Mathematics and its Applications, 1964, v.1, p.42-55.
14. *Schelling T.* Micromotives and Macrobehavior. Norton, 1978.

15. *Михайлов А.П., Шведовский В.А., Маслов А.И., Ковалев В.Ф.* Обобщенная модель электорального поведения и ее применение к изучению этнополитических конфликтов // Матем. моделирование, 2003, т.15, №8, с.39-56.
16. *Шведовский В.А., Михайлова П.А.* Построение модели взаимодействия электоратов // Матем. моделирование, 2008, т.20, №7, с.107-118.
17. *Рашевский Н.* Две модели: подражательное поведение и распределение статуса // Математические методы в современной буржуазной социологии. Сборник статей. Под ред. Г.В. Осипова. – М.: Прогресс. 1966, с.175-197.
18. *Шведовский В.А., Шведовский О.В., Цаплин Н.А.* Математическая модель микродинамики личностных изменений // Математическое моделирование социальных процессов. Вып.11. – М.: Макс-пресс, 2010, с.98-131.
19. *Петров А.П., Цаплин Н.А.* Вычислительные эксперименты с моделью подражательного поведения // Математическое моделирование социальных процессов. Вып.14, 2012, с.81-91.
20. *Маревцева Н.А., Валиуллин А.Н.* Вычислительные эксперименты с моделями информационного противоборства // Математическое моделирование социальных процессов. Вып.14. – М.: Макс-пресс, 2012, с.62-80.

Поступила в редакцию 21.12.2012.