

ОТЗЫВ

официального оппонента

доктора физико-математических наук

Ананьевского Игоря Михайловича

о диссертации Вострикова Ивана Васильевича

“Эллипсоидальные методы в решении задач достижимости

и синтеза управлений для систем с запаздыванием”,

представленной на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы

и оптимальное управление

Диссертация И.В. Вострикова посвящена развитию методов эллипсоидального оценивания для линейных динамических управляемых систем с запаздыванием.

Проблема определения возможного фазового состояния системы представляет собой одну из фундаментальных задач современной теории управления динамическими системами. Множества возможных состояний системы в различные моменты времени, называемые множествами достижимости, играют важную роль в задачах управления и наблюдения. Точное или приближенное знание этих множеств позволяет оценить возможности управления, а иногда и найти нужный закон управления. Если в системе присутствует возмущение, то множество достижимости характеризует вызываемый им разброс траекторий.

Поскольку точное нахождение множества достижимости, особенно для систем большой размерности, крайне затруднительно, на помощь приходят различные способы их приближенного описания. Эффективным способом такой аппроксимации является метод эллипсоидального оценивания, который позволяет строить двусторонние оценки множеств достижимости. Этот метод хорошо развит применительно к системам обыкновенных дифференциальных уравнений. Одна из основных целей представленной диссертации – распространить его на системы с запаздыванием.

Динамические системы, правая часть которых зависит не только от состояния в текущий момент времени, но и от предыстории, служат математическими моделями многих процессов в механике, химии, биологии, медицине, экономике. Исследование задач управления такими системами, называемыми системами с запаздыванием, имеет большое практическое значение для этих и других областей деятельности человека. Поэтому актуальность темы, выбранной И.В. Востриковым для диссертации, не вызывает сомнений.

Развитие метода динамического программирования и метода эллипсоидального оценивания для систем с запаздыванием лежит в основе представленной диссертации и определяет новизну полученных в ней результатов.

Перейду к общей оценке диссертации и анализу ее содержания последовательно по главам.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, насчитывающего 63 наименования.

Во введении дается обоснование выбора темы исследований, характеризуется ее актуальность, перечисляются области, где возникают рассматриваемые в работе задачи управления системами с запаздыванием. Дается краткий экскурс в историю изучения систем дифференциальных уравнений с запаздыванием и приводится краткий обзор результатов в области теории таких систем. Формулируется цель работы, которая заключается в применении метода динамического программирования для задачи целевого управления и построении эллипсоидальных оценок множеств достижимости для систем с запаздыванием.

Автор формулирует основные понятия и определения, используемые в диссертации: текущей позиции, множества начальных состояний, целевого множества, множеств достижимости и разрешимости, функционала цены. Отмечается, что возможны как конечномерная постановка задачи попадания в целевое множество, так и функциональная постановка, обусловленная функциональной природой текущего фазового состояния системы. Затем в краткой форме приводится содержание работы по главам.

В первой главе развивается метод динамического программирования применительно к линейным системам дифференциальных уравнений с запаздыванием. В соответствии с функциональной природой таких систем в качестве текущего фазового состояния выступает пара, состоящая из вектора, равного значению решения в текущий момент времени, и функции, описывающей поведение решения на предшествующем интервале времени, равном величине запаздывания. В пространстве фазовых состояний естественным образом возникает гильбертова структура. Управляющие вектор-функции выбираются ограниченными со значениями, лежащими в компактных множествах, причем эти компакты изменяются непрерывно во времени по метрике Хаусдорфа.

Управления могут быть как программные, то есть, функции времени, так и в форме обратной связи, то есть зависящие от текущего фазового состояния.

Автор формулирует задачу целевого управления, которая состоит в том, чтобы с помощью допустимых управлений перевести систему из заданного множества начальных состояний в заданное целевое множество. При этом рассматривается две основные постановки задачи: функциональная, в которой целевое множество лежит в пространстве фазовых состояний, и конечномерная, целью которой является попадание вектора-решения системы в заданное подмножество n -мерного пространства.

Важную роль в исследовании играет понятие множества разрешимости – множества, из которого можно попасть в целевое множество с помощью допустимых управлений. Автор дает определение функционала цены и показывает, что множество разрешимости представимо в виде множества уровня функционала цены и удовлетворяет полугрупповому свойству. Выведено выражение в явной форме для функционала цены, получено

уравнение Гамильтона – Якоби – Беллмана (и для функциональной, и для конечномерной постановок) и на его основе предложена схема решения задачи синтеза оптимального управления.

В заключение первой главы рассматриваются задачи достижимости и разрешимости в течение заданного промежутка времени.

Вторая глава посвящена применению методов эллипсоидального оценивания к задачам управления системами с запаздыванием. В этой главе предполагается, что допустимыми управлениями являются вектор-функции со значениями, лежащими в заданном эллипсоиде, который эволюционирует во времени. Начальные вектор-функции также принимают значения из эллипсоида, изменяющегося во времени.

Сначала для конечномерного случая получено точное выражение для множества достижимости в заданный момент времени, а также выражение для его опорной функции. Тем самым установлено, что множество достижимости представляет собой выпуклый компакт, непрерывно изменяющийся во времени.

Для конечномерного случая показано, что множество достижимости представимо в виде объединения семейства эллипсоидов, которое может быть задано параметрически с помощью матричных ортогональных функций. При этом для любого фиксированного направления в фазовом пространстве с помощью выбора этих ортогональных матриц можно построить такой эллипсоид, лежащий внутри множества достижимости, что соответствующие опорные функции совпадут, то есть этот эллипсоид будет касаться границы области достижимости изнутри.

Затем автор рассматривает вопрос о внутренней аппроксимации множества достижимости в функциональной постановке. Установлено, что в этом случае множество достижимости также представляет собой выпуклый компакт, получены выражения для множества достижимости и для его опорной функции.

С целью аппроксимации множества достижимости изнутри введено понятие множества эллипсоидального типа как выпуклого замкнутого множества в гильбертовом пространстве, задаваемого опорной функцией специального вида. Показано, что сумма таких множеств представима в виде объединения множеств эллипсоидального типа.

Установлено, что множество достижимости в функциональном смысле представляет собой объединение некоторого семейства множеств эллипсоидального типа. Кроме того, для любого элемента пространства фазовых состояний найдется такое множество эллипсоидального типа, что опорные функции этих множеств в направлении выделенного элемента совпадут, то есть множество эллипсоидального типа будет касаться границы множества достижимости изнутри. В этом заключаются основные результаты, относящийся к внутренней аппроксимации множества достижимости в функциональном смысле.

Завершает вторую главу параграф, посвященный внешнему эллипсоидальному оцениванию множества достижимости в конечномерной постановке. Показано, что в этом случае множество достижимости представляет собой пересечение семейства эллипсои-

дов, параметризованного единичными векторами пространства R^n .

В главе 2 автор привел два численных примера, иллюстрирующих изложенную им методику внешнего и внутреннего эллипсоидального оценивания множества достижимости в заданный момент времени для линейной системы второго порядка с запаздыванием.

В главах 3 и 4 изложен подход к приближенному решению задачи синтеза управления системой с запаздыванием. Развиваемая автором идея состоит в том, чтобы аппроксимировать систему с запаздыванием системой обыкновенных дифференциальных уравнений большой размерности и применить расчетную схему, основанную на эллипсоидальном оценивании.

В третьей главе изложен метод аппроксимация системы с запаздыванием системой обыкновенных дифференциальных уравнений без запаздывания, дано обобщение известного ранее результата на случай системы с управлением. Глава носит вспомогательный характер, приведенный в ней материал используется в следующей главе.

В главе 4 изложен подход к приближенному решению задачи синтеза управления системой обыкновенных дифференциальных уравнений, аппроксимирующей систему с запаздыванием. Автор использует то обстоятельство, что внутренняя эллипсоидальная аппроксимация множества разрешимости является решением эволюционного уравнения и строит управление в форме обратной связи, приводящее систему без запаздывания в заданное состояние. При этом исходная система с запаздыванием приводится в малую окрестности целевого множества.

В заключении сформулированы основные положения диссертации, выносимые автором на защиту.

По моему мнению, диссертация И.В. Вострикова представляет собой завершенную работу, выполненную на высоком научном уровне. Ее отличает лаконичность изложения, математическая строгость, последовательная логика изложения материала.

Проведенное исследование вносит вклад в развитие теории управления динамическими системами, имеет как теоретическое, так и прикладное значение. Полученные результаты могут найти применение всюду, где возникают задачи управления системами с запаздыванием: в механике, химии, биологии, медицине, экономике и других областях деятельности человека.

Достоверность вынесенных на защиту результатов обусловлена математической строгостью постановок задач, сформулированных утверждений и представленных доказательств. В работе приведены численные примеры, подтверждающие эффективность разработанных методов решения задач управления системами с запаздыванием.

Полученные автором результаты являются новыми. Они опубликованы в журналах списка ВАК, а также неоднократно докладывались на научных конференциях. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

По работе имеются следующие замечания.

1. Приведенный в диссертации список литературы, посвященной методам эллипсои-

2. Двойственная природа систем с запаздыванием (функциональная и конечномерная) накладывает дополнительные трудности при выборе обозначений, и автор не в полной мере их преодолел. Иногда приходится догадываться до смысла обозначений, руководствуясь лишь логикой изложения материала. Использование символа объединения множеств в ряде случаев можно назвать нетрадиционным.

4. На мой взгляд, некоторая часть материала, изложенного в диссертации, может быть опущена без ущерба для содержания. Например, параграфы 12 и 13 главы 1, в которых даются постановки задач поиска множеств достижимости и разрешимости в течение заданного промежутка времени, не содержат значимых результатов и в дальнейшем не используются.

Считаю, что диссертация “Эллипсоидальные методы в решении задач достижимости и синтеза управлений для систем с запаздыванием” удовлетворяет требованиям Положения ВАК России о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Востриков Иван Васильевич, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

10/10/19

Подпись И. М. Ананьевского заверяю.
Ученый секретарь ИПМех РАН
к.ф.-м.н. Е.Я. Сысоева



5