

УДК 537.312.62

А. А. ЗУБКОВ, М. Ю. КУПРИЯНОВ, В. К. СЕМЕНОВ

СТАЦИОНАРНЫЕ СВОЙСТВА ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ КОНТАКТОВ С НЕПОСРЕДСТВЕННОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ

Введен новый критерий для определения кинетической индуктивности джозефсоновских контактов. В рамках уравнений Узаделя проведен анализ влияния температуры T , критических температур сверхпроводящих электродов T_{c1} , T_{c2} и длины слабой связи на величину кинетической индуктивности «грязных» контактов с непосредственной проводимостью. Путем численных расчетов показано, что варьированием параметров контактов нельзя одновременно получить большое характерное напряжение и близкую к гармонической зависимость тока от разности фаз волновых функций сверхпроводящих электродов.

1. К настоящему времени свойства джозефсоновских контактов с непосредственной проводимостью поняты достаточно хорошо [1]. Такие контакты, в отличие от туннельных, имеют негармоническую зависимость сверхпроводящего тока I_S от разности фаз φ [2], а их характерное напряжение V_c определяется не только параметрами берегов, но и размерами слабой связи [3].

Подробно свойства таких контактов исследованы только для одинаковых материалов двух сверхпроводящих электродов [3]. Однако для экспериментальной реализации контактов с непосредственной проводимостью часто более удобным оказывается использование в качестве верхнего и нижнего электродов двух разных материалов с различными критическими температурами T_{c1} и T_{c2} [4].

Целью настоящей работы является изучение стационарных свойств джозефсоновских контактов SNS' типа, которые состоят из двух электродов, выполненных из разных сверхпроводящих материалов, соединенных прослойкой из нормального металла с критической температурой $T_{cN} = 0$.

Стационарные свойства таких контактов полностью описываются зависимостью сверхтока I_S от разности фаз φ . Эта зависимость характеризуется двумя параметрами: максимальным (критическим) током I_c и степенью отклонения зависимости $I_S(\varphi)$ от гармонической.

2. Степень негармоничности $I_S(\varphi)$ удобно характеризовать эквивалентной индуктивностью контакта m [3]. При этом реальная зависимость $I_S(\varphi)$ аппроксимируется зависимостью $I_m(\varphi)$ для последовательно включенных джозефсоновского контакта с гармонической зависимостью тока от фазы и индуктивности m (рис. 1, а).

Используя в настоящее время определение индуктивности [3]

$$m = 1 + I_c (dI_S/d\varphi)_{\varphi=\pi}^{-1} \quad (1)$$

позволяет лишь ответить на вопрос, каким образом происходит проникновение магнитного поля в широкие слабые связи: в форме абрикосовских ($m > 1$) или же джозефсоновских ($m < 1$) вихрей [4]. Однако такое определение оказывается неудовлетворительным для количественного анализа работы устройств, состоящих из нескольких джозефсоновских контактов, например двухконтактных интерферометров.

Основной статической характеристикой двухконтактного интерферометра является глубина модуляции критического тока $\mu = (I_c)_{\max}/(I_c)_{\min}$ внешним магнитным полем [5]. Для симметричного интерферометра

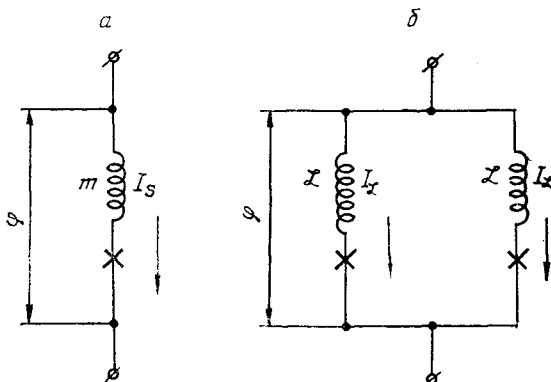


Рис. 1. Эквивалентные схемы джозефсоновского контакта с непосредственной проводимостью (а) и симметричного двухконтактного интерферометра (б); m — кинетическая индуктивность джозефсоновского контакта, L — геометрическая индуктивность плеча интерферометра. Крестами обозначены контакты с гармонической зависимостью сверхтока от существующей на нем разности фаз параметров порядка электродов.

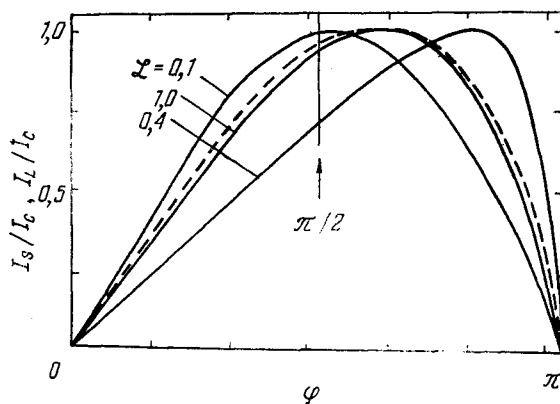


Рис. 2. Зависимость сверхпроводящего тока $I_s(\varphi)$ для короткого «грязного» контакта при $T = 0$ [2] (пунктир) и семейство зависимостей тока I_L , протекающего через плечо симметричного интерферометра, от разности фаз на нем при различных значениях геометрической индуктивности L (сплошные линии).

рис. 2 видно, что зависимость $I_L(\varphi)$ при $L = 0,4$ хорошо аппроксимирует $I_s(\varphi)$ во всем диапазоне изменения φ . Определение же по формуле (1) для этой зависимости $I_s(\varphi)$ дает значение $m = 1$, а по формулам (2), (4) — значение $m = 0,44$. Видно, что $I_L(\varphi)$ с новым значением $L = m = 0,44$ значительно лучше аппроксимирует $I_s(\varphi)$. Таким образом, новое определение эффективной кинетической индуктивности контакта m позволяет

$$\mu = \frac{1}{2I_c} \max_{\varphi} [I_L(\varphi) - I_L(\pi - \varphi)], \quad (2)$$

где $I_L(\varphi)$ — зависимость протекающего через плечо интерферометра сверхтока от разности фаз на этом плече (рис. 1, б). Для последовательно включенных индуктивности L и джозефсоновского контакта с гармонической зависимостью тока от разности фаз на нем

$$I_L(\varphi) = I_c \sin(\varphi - L I_L(\varphi)). \quad (3)$$

Если зависимость сверхтока от разности фаз не гармонична, то μ будет отличаться от нуля даже в отсутствие геометрической индуктивности L . При этом роль этой индуктивности выполняет эквивалентная индуктивность контакта m , которая определяется нами из условия равенства величин μ , определенных по формуле (2) и из выражения

$$\mu = \frac{1}{2I_c} \max_{\varphi} [I_s(\varphi) - I_s(\pi - \varphi)]. \quad (4)$$

Для сравнения двух определений m рассмотрим конкретный пример. На рис. 2 пунктиром показана зависимость $I_s(\varphi)$ для короткого «грязного» контакта при температуре $T = 0$ [2], а сплошными линиями — семейство зависимостей $I_L(\varphi)$ (3) для различных значений L . На

проводить количественный анализ процессов в системах с большим количеством джозефсоновских контактов.

3. Переходя к изучению зависимостей индуктивности m от температуры и параметров джозефсоновского контакта, будем считать, что рассматриваемая SNS' структура квазиодномерна, причем как для нормального, так и для сверхпроводящих металлов справедливы условия «грязного» предела. Совместим начало координат с серединой N слоя и выберем калибровку, в которой векторный потенциал тождественно равен нулю. Учитывая, что $T_{cN} = 0$, записываем уравнение Узаделя [3] в N металле в виде

$$\frac{D_N}{2\omega} \frac{d}{dx} \left\{ G^2 \frac{d}{dx} \Phi \right\} = \Phi G; \quad (5)$$

$$I_S = \frac{2\pi\sigma_N}{e} \sum_{\omega} \omega^{-1} G \operatorname{Im} (\Phi^* \Phi'). \quad (6)$$

Здесь $\omega = \pi T(2n + 1)$ — мацубаровские частоты; σ_N — проводимость нормального металла; D_N — коэффициент диффузии, а функции Φ и G связаны с функциями Узаделя F соотношениями

$$F = \Phi(\omega^2 + \Phi\Phi^*)^{-1/2}; \quad G = \omega(\omega^2 + \Phi\Phi^*)^{-1/2}. \quad (7)$$

Систему уравнений (5) необходимо дополнить граничными условиями на поверхности раздела N и S металлов (при $x = \pm L/2$), которые состоят в равенстве функций Φ своим равновесным значениям в электродах:

$$\Phi(-L/2) = \Delta_1 \exp(-i\varphi/2); \quad \Phi(L/2) = \Delta_2 \exp(i\varphi/2). \quad (8)$$

Граничные условия (8) справедливы как для джозефсоновских структур типа мостика переменной толщины, так и для структур типа сэндвича [6], если материал N прослойки достаточно высокоомен, а ее толщина L не слишком мала:

$$(\sigma_N \xi_{1,2}) / (\sigma_{1,2} \xi_N) \ll \min(1, L/\xi_N). \quad (9)$$

Здесь $\sigma_{1,2}$ — проводимость сверхпроводящих электродов в нормальном состоянии; $\xi_{N,1,2} = (D_{N,1,2}/2\pi T_{c1})^{1/2}$ — характерные длины N и S_1, S_2 материалов.

4. Граничная задача (5), (8) допускает аналитическое решение в пределах малых размеров N области ($L \ll \xi_N$). В этом случае зависимость протекающего через переход сверхтока от разности фаз φ имеет вид

$$I_S R_N = \frac{\pi T}{e} b \sum_{\omega} \frac{1}{p} \left\{ \operatorname{arctg} \frac{\Delta_1 d - ab}{p} + \operatorname{arctg} \frac{\Delta_2 d + ab}{p} \right\}, \quad (10)$$

где

$$a = \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{\Delta_2 + \Delta_1} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}; \quad b = \frac{2\Delta_1 \Delta_2}{\Delta_2 + \Delta_1} \cos \frac{\varphi}{2};$$

$$p = (b^2 + (a^2 + 1)\omega^2)^{1/2}; \quad d = (a^2 + 1) \sin \frac{\varphi}{2}.$$

При $\Delta_1 = \Delta_2$ соотношение $I_S(\varphi)$ (10) переходит в полученное ранее в работе [2].

Интересно отметить, что чем существеннее различие между параметрами порядка Δ_1 и Δ_2 , тем ближе зависимость $I_S(\varphi)$ к синусоидальной и меньше значение m^* . Так, например, переходя при $T = 0$ в (10) от суммирования к интегрированию по ω , получаем

$$I_S R_N = \frac{\pi}{e} \frac{\Delta_1 \Delta_2}{\Delta_1 + \Delta_2} \frac{\cos(\varphi/2)}{(a^2 + 1)^{1/2}} \ln A, \quad (11)$$

* Это утверждение справедливо также для «чистых» джозефсоновских переходов типа $S-c-S$ [7] и SNS [8].

где

$$A = b^{-2} (\Delta_1 d - ab + [(\Delta_1 d - ab)^2 + b^2]^{1/2}) (\Delta_2 d + ab + [(\Delta_2 d + ab)^2 + b^2]^{1/2}). \quad (12)$$

Из формулы (11) следует, что при $\Delta_2 \gg \Delta_1$ зависимость сверхтока от разности фаз φ имеет вид

$$I_S R_N = \frac{\Delta_1}{e} \left[\ln \frac{2\Delta_2}{\Delta_1 (1 + \cos \varphi)} \right] \sin \varphi, \quad (13)$$

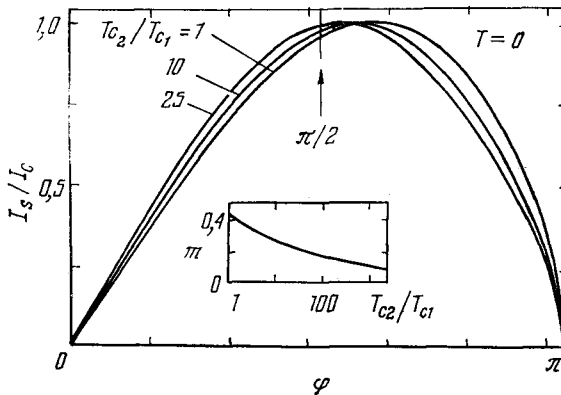


Рис. 3. Зависимость $I_S(\varphi)$ в случае короткой слабой связи ($L \ll \xi_N$) при $T = 0$ для различных отношений критических температур сверхпроводящих электродов. На вставке в полулогарифмическом масштабе показана зависимость кинетической индуктивности m от T_{c2}/T_{c1} .

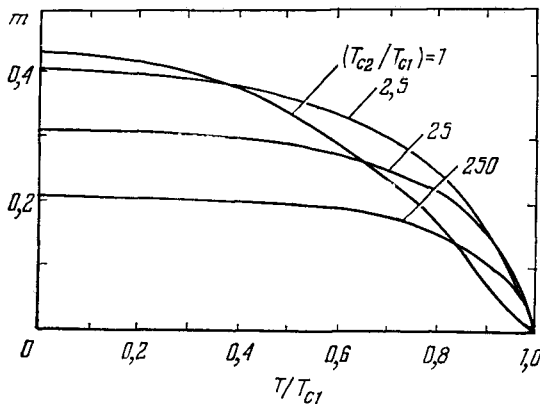


Рис. 4. Зависимость кинетической индуктивности короткого контакта от температуры при различных значениях T_{c2}/T_{c1} .

ставленные в виде зависимостей характерного напряжения $V_c = I_c R_N$ от температуры при отношениях критических температур электродов $T_{c2}/T_{c1} = 1; 1,25; 2,5$. Тонкими линиями показаны кривые равных кинетических индуктивностей, найденные указанным выше способом. Эти графики дают возможность при заданных длине и температуре оценить одновременно характерное напряжение V_c и кинетическую индуктивность m .

Для практических приложений важно иметь контакты с большим значением V_c и малым значением m . Из рис. 5 видно, что при фиксированном значении m по мере уменьшения температуры параметр V_c монотонно падает при $T_{c2}/T_{c1} = 1$ (рис. 5, а) и имеет локальный экстремум

т.е. практически синусоидальна. Однако конкретные расчеты, проведенные по формулам (11), (12) для различных значений T_{c1} и T_{c2} , показывают (см. рис. 3), что зависимость $I_S(\varphi)$ при температуре $T = 0$ становится близкой к гармонической только при $T_{c2}/T_{c1} \geq 10^2$, а кинетическая индуктивность m фактически определяется логарифмом T_{c2}/T_{c1} и поэтому очень медленно убывает с увеличением отношения критических температур.

На рис. 4 показана зависимость кинетической индуктивности m коротких ($L \ll \xi_N$) слабых связей от температуры. Из рис. 4 видно, что кинетическая индуктивность практически не изменяется, пока $T < \frac{1}{2}T_{c1}$, а при T , близком к T_{c1} , так же, как и в рассмотренном ранее случае одинаковых критических температур [3], стремится к нулю.

5. Для случая конечных длин уравнения (6) решались численно. На рис. 5 приведены результаты расчетов, пред-

при $T_{c2}/T_{c1} > 1$ (рис. 5, б, в). Этот локальный экстремум становится более выраженным с увеличением отношения критических температур.

Как видно из рис. 4 и 5, при низких температурах $T \leq 0,5T$ величина кинетической индуктивности при фиксированной длине контакта $l = L/\xi_N$ уменьшается с увеличением отношения T_{c2}/T_{c1} , а при высоких температурах — возрастает.

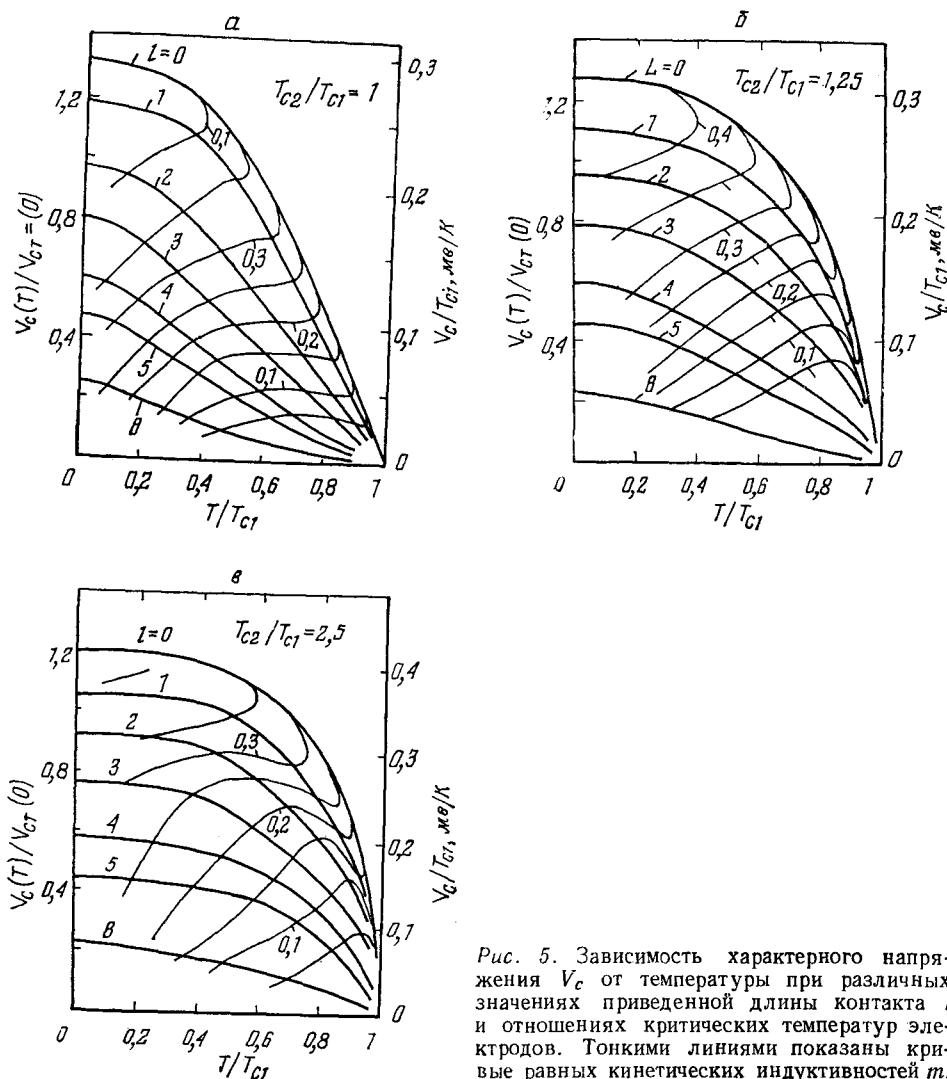


Рис. 5. Зависимость характерного напряжения V_c от температуры при различных значениях приведенной длины контакта l и отношениях критических температур электродов. Тонкими линиями показаны кривые равных кинетических индуктивностей m .

В случае использования в качестве электродов Nb и Pb или NbN и Nb ($T_{c2}/T_{c1} = 1,25$) при разумном значении длины контакта $l = 2$ и $T = 4,2$ К получаем для m значения 0,25 и 0,32 соответственно. В случае одинаковых материалов электродов при тех же значениях длины контакта и температуры получаем значения $m = 0,22$ для Pb и $m = 0,28$ для Nb.

Таким образом, в настоящей работе показано, что стационарные свойства джозефсоновских контактов с непосредственной проводимостью можно описывать как свойства последовательно включенных идеального джозефсоновского контакта с гармонической зависимостью тока от фазы и линей-

ной кинетической индуктивности. Предложен способ вычисления этой индуктивности. Приведены результаты расчетов температурной зависимости характерного напряжения и кинетической индуктивности для различных критических температур сверхпроводящих электродов в широком интервале длин слабой связи. Показано, что при высоких характерных напряжениях (~ 1 мВ) кинетическая индуктивность джозефсоновских переходов с непосредственной проводимостью не может быть уменьшена за счет выбора критических температур сверхпроводящих электродов до величины, меньшей 0,2. Поэтому такая индуктивность должна обязательно учитываться при создании устройств на джозефсоновских элементах с непосредственной проводимостью.

В заключение авторы выражают благодарность К. К. Лихареву за ряд ценных замечаний и В. И. Махову — за постоянное внимание к работе.

A. A. ZUBKOV, M. Yu. KUPRIYANOV, and V. K. SEMYONOV

STEADY-STATE PROPERTIES OF JOSEPHSON JUNCTION WITH DIRECT CONDUCTION

A new criterion is suggested for determining the kinetic inductance of Josephson junctions. Within the framework of Usadel's equations, effects of the temperature, the critical temperatures of the electrodes and the weak-link length on the kinetic inductance of «dirty» direct-conduction junctions are considered. From numerical calculations it follows that by varying the junction's parameters one is unable to obtain simultaneously a large characteristic voltage and a nearly harmonic dependence of the current on the phase difference of the superconducting electrodes.

LIST OF SYMBOLS

T , temperature; T_{c1} , T_{c2} , superconducting electrodes critical temperatures; T_{cN} , normal layer critical temperature; Φ , G , Usadel's functions; ω , Matsubara's frequency; R_N , normal metal layer resistance; φ , order parameter phase difference; Δ_1 , Δ_2 , order parameters of the superconducting electrodes; I_N , supercurrent; I_c , critical current; V_c , characteristic voltage; D_N , diffusion coefficient; ξ_N , ξ_S , superconductor and normal metal coherence lengths; L , inductance; m , Josephson contact inductance; μ , percentage modulation.

FIGURE CAPTIONS

Fig. 1. Equivalent diagrams of (a) direct-conduction Josephson junction and (b) symmetric two-contact interferometer; m is the kinetic inductance of the Josephson junction, L is the geometric inductance of the interferometer shoulder. The crosses indicate the contacts with a harmonic dependence of the supercurrent on the order-parameter phase difference.

Fig. 2. The supercurrent $I_s(\varphi)$ for a short «dirty» junction at $T = 0$ [°] (dash) and a family of curves for the current $I_{\mathcal{L}}$ through the interferometer shoulder as a function of the phase difference for several values of the geometric inductance $\mathcal{L}$ (the solid curves).

Fig. 3. Relationship $I_s(\varphi)$ for short weak link ($L \ll \xi_N$) at zero temperature for several ratios of the electrode critical temperatures. The inset represents (in a semilog plot) the kinetic inductance as a function of T_{c2}/T_{c1} for this case.

Fig. 4. Temperature variations of the inductance of a short junction for several values of T_{c2}/T_{c1} .

Fig. 5. Temperature dependence of the characteristic voltage V_c for various reduced junction length l and critical temperature ratios. The thin lines designate curves of equal kinetic inductances (m).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лихарев К. К. Сверхпроводящие слабые связи: стационарные процессы.— УФН, 1979, 127, вып. 2, с. 185—220.
2. Кулик И. О., Омелянчук А. Н. К микроскопической теории эффекта Джозефсона в сверхпроводящих мостиках.— Письма в ЖЭТФ, 1975, 21, вып. 4, с. 215—219.
3. Лихарев К. К. Соотношение $I_S(\varphi)$ для SNS мостиков переменной толщины.— Письма в ЖТФ, 1976, 2, вып. 1, с. 29—34.
4. Kobayashi S., Sato M., Sasak W. Supercurrent through SNS sandwich.— In: Proc. 12th Intern. Conf. Low Temp. Phys. (Kyoto 1970). Tokyo, 1971, p. 441—442.
5. Кларк Дж. Сверхпроводящие квантовые интерференционные приборы для низкочастотных измерений.— В кн.: Слабая сверхпроводимость. Квантовые интерферометры и их применение. М.: Мир, 1980, с. 7—65.
6. Граничные условия для уравнений Эйленберга и Узаделя и свойства «грязных» SNS сэндвичей / Иванов З. Г., Куприянов М. Ю., Лихарев К. К., Мериакри С. В., Снигирев О. В.— ФНТ, 1981, 7, № 5, с. 560—574.
7. Кулик И. О., Омелянчук А. Н. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих микромостиках: микроскопическая теория.— ФНТ, 1978, 4, № 3, с. 296—311.
8. Куприянов М. Ю. Стационарные свойства чистых SNS сэндвичей.— ФНТ, 1981, 7, № 6, с. 700—707.

Поступила в редакцию
7 апреля 1981 г.