

ОТЗЫВ

научного руководителя

О диссертации Мокроусова Ильи Сергеевича

«О свойствах решений смешанных задач для волнового и телеграфного уравнений с нелокальными краевыми условиями»,

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

В диссертационной работе И.С. Мокроусова изучаются вопросы существования и управления решением задачи для волнового и телеграфного уравнений с различными граничными условиями. Решения исследуемых задач выписываются в явном аналитическом виде. В рамках работы рассмотрены три основных вопроса: построение решений в явном виде в случае нелокальных граничных условий, установление критерия принадлежности решения к различным функциональным классам и разрешимость задачи телеграфного уравнения в классе интегрируемых функций.

Важнейшую роль при решении задач оптимального управления играет аналитический вид решения рассматриваемой задачи. Начиная с 1999г. в цикле работ, опубликованном В.А. Ильиным, Е.И. Моисеевым и их учениками решались различные вариации начально-краевых задач для гиперболических уравнений, а также исследовались их свойства. Решения для частного вида нелокальных задач построены в работах А.А. Кулешова, где рассматривалась одноточечная нелокальность с вещественным весовым коэффициентом, а также в работах А.А. Холмогоровой, где нелокальным рассматривается управление процессом. В работах И.Н. Смирнова для телеграфных уравнений решения ищались в пространствах функций, имеющих обобщенные производные. При этом вопрос о существовании обобщенных решений в пространстве лишь интегрируемых функций оставался открытым.

В диссертации при исследовании волнового уравнения с нелокальными граничными условиями используется метод учета бегущих волн, адаптированный под выполнение нелокальных граничных условий. Для получения критерия принадлежности классу Соболева решений волнового уравнения используется метод изолирования граничной функции на финальных по времени участках и далее применяются тонкие интегральные оценки. Методом предельного перехода исследуются решения задачи для телеграфного уравнения в классе лишь интегрируемых функций.

Перечислим основные результаты диссертации.

1. Для любых комбинаций граничных условий первого и второго рода на левом конце и модельных нелокальных граничных условий первого и второго рода на правом конце доказывается существование единственного решения задачи для волнового уравнения на замкнутом прямоугольнике. При этом решение задачи выписывается в явном аналитическом виде.
2. Доказано, что на произвольном прямоугольнике решение задачи для волнового уравнения с нулевыми начальными условиями и управлением на левом конце принадлежит классу Соболева n раз дифференцируемых функций тогда и только тогда, когда функция управления на левом конце принадлежит этому классу Соболева всюду кроме финального момента времени, и в его окрестности имеет полюс не более, чем фиксированного порядка.

3. Для произвольного прямоугольника существует единственное обобщенное решение из класса Лебега для телеграфного уравнения.

Отметим, что хотя результаты пункта 1, разбитые на отдельные параграфы, имеют практически одинаковый вид (общий вид решения), доказательства, используемые в процессе построения решений, существенно различаются в технических преобразованиях.

Все результаты, полученные в работе, являются новыми, носят теоретический характер, вносят существенный вклад в качественную теорию дифференциальных уравнений с частными производными и доказаны автором самостоятельно. При работе над диссертацией автор проявил высокую математическую квалификацию и творческое мышление.

Результаты диссертации опубликованы в 5 статьях, из них 3 – в журналах, индексируемых в системах Scopus, WoS, RSCI, 2 переводные статьи на английском языке.

Работа прошла многократную апробацию. Результаты работы обсуждались и докладывались на международных и всероссийских научных конференциях и на научных семинарах. Опубликовано 4 тезисов докладов на конференциях.

На основании сказанного считаю, что рассматриваемая работа отвечает всем требованиям к диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» и ее автор достоин присвоения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Научный руководитель,
доктор физико-математических наук (01.01.02)
профессор кафедры общей математики
факультета вычислительной математики и кибернетики
МГУ имени М.В. Ломоносова

26 октября 2020 года

119991, Москва, Ленинские горы, д.1

Телефон: +7 915 246 66 28, email: lomov@cs.msu.ru

И.С. Ломов

18.09.2020



Подпись удостоверяю
Начальник отдела кадров

В.Ю. Решетов