А.Б. КИСЕЛЕВ
доктор физ.-мат. наук, профессор
Д.П. ЛОГИНОВ
аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕОБРАТИМОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И ФРАГМЕНТАЦИИ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ СТАЛЬНОЙ КАМЕРЫ ПРИ ВЗРЫВЕ ЗАРЯДА В ЕЁ ПОЛОСТИ

Представлены расчёты необратимого динамического деформирования и фрагментации цилиндрической стальной камеры при действии интенсивной кратковременной нагрузки, обусловленной взрывом заряда конденсированного ВВ в её полости. Расчеты проведены при использовании разработанной численной методики, основанной на применении интегрального критерия, начала макроразрушения предельной удельной диссипации, а также на вероятностной теории типа Вейбулла. Задача имеет непосредственное отношение к проблеме хранения и транспортировки опасных веществ, а также защиты от взрывного воздействия обнаруженных неизвестных объектов в местах скопления людей.

Ключевые слова: *динамическое нагружение, фрагментация, оболочка, численное моделирование, критерий макроразрушения, теория Вейбулла.*

A.B. KISELEV
Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor
D.P. LOGINOV
postgraduate student
Lomonosov Moscow State University

NUMERICAL MODELING OF IRREVERSIBLE DEFORMING AND FRAGMENTATION OF AXYSIMMETRICAL STEEL CHAMBER UNDER BLAST OF EXPLOSIVE CHANGE IN ITS CAVITY

Calculations of dynamic deformation and fragmentation of a cylindrical chamber under the action of an intense short-term load caused by the explosion of an explosive charge in its cavity are presented. The calculations were performed using the developed numerical method based on the application of the integral criterion of the limit specific dissipation, and on the conclusions of the Weibull theory. The task is directly related to the problem of storing and transporting hazardous substances, as well as protection against the explosive detected objects in crowded places.

Keywords: *dynamic loading, fragmentation, shell, numerical simulation, macrocritical fracture criterion, Weibull theory.*

DOI: 10.25791/pfim.03.2020.1159

1. Постановка задачи

Рассмотрим задачу численного моделирования динамического поведения стальной камеры при взрыве заряда конденсированного взрывчатого вещества (ВВ) в её полости. Камера выполнена в виде цилиндра, закрытого с торцов плоскими массивными днищами. Внутри и снаружи камеры – воздух при

нормальных условиях. Схема задачи приведена на рисунке 1.

2. Определяющие уравнения для материала камеры

Уравнения движения имеют следующий вид:

$$\rho\dot{v} = \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{zr}}{r},$$

$$\rho\dot{w} = \frac{\partial\sigma_{zr}}{\partial z} + \frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr}-\sigma_{\theta\theta}}{r},$$

где ρ − плотность; v, w − компоненты вектора скорости вдоль осей z, r цилиндрической системы координат соответственно (эйлеровы координаты); σ_{zz}, σ_{zr}, σ_{rr}, $\sigma_{\theta\theta}$ − компоненты тензора напряжений, которые раскладываются на шаровую и девиаторные части:

$$\sigma_{zz} = \sigma + S_{zz},\ \sigma_{rr} = \sigma + S_{rr},\ \sigma_{\theta\theta} = \sigma + S_{\theta\theta},$$

$$\sigma_{zr} = S_{zr}\ \ (S_{zz} + S_{rr} + S_{\theta\theta} = 0).$$

Здесь и далее точка над символом означает материальную производную по времени.

Уравнение неразрывности запишется в следующем виде:

$$\dot{\rho} + \rho\left(\dot{\varepsilon}_{zz} + \dot{\varepsilon}_{rr} + \dot{\varepsilon}_{\theta\theta}\right) = 0,$$

где $\dot{\varepsilon}_{zz} = \frac{\partial v}{\partial z}$, $\dot{\varepsilon}_{rr} = \frac{\partial w}{\partial z}$, $\dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = \frac{w}{r}$, $\dot{\varepsilon}_{zr} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)$ – компоненты тензора скоростей деформаций. Скорости деформаций раскладываются на упругие и пластические: $\dot{\varepsilon}_{zz} = \dot{\varepsilon}^e_{zz} + \dot{\varepsilon}^p_{zz}$, $\dot{\varepsilon}_{rr} = \dot{\varepsilon}^e_{rr} + \dot{\varepsilon}^p_{rr}$, $\dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = \dot{\varepsilon}^e_{\theta\theta} + \dot{\varepsilon}^p_{\theta\theta}$, $\dot{\varepsilon}_{zr} = \dot{\varepsilon}^e_{zr} + \dot{\varepsilon}^p_{zr}$ ($\dot{\varepsilon}^p_{zz} + \dot{\varepsilon}^p_{rr} + \dot{\varepsilon}^p_{\theta\theta} = 0$ – пластическое течение несжимаемо).

Поведение материала описывается уравнениями модели упругопластического течения типа Прандтля-Рейса [1]:

$$S^{\nabla}_{zz} + \lambda S_{zz} = \frac{2}{3}\mu(2\dot{\varepsilon}_{zz} - \dot{\varepsilon}_{rr} - \dot{\varepsilon}_{\theta\theta}),$$

$$S^{\nabla}_{rr} + \lambda S_{rr} = \frac{2}{3}\mu(2\dot{\varepsilon}_{rr} - \dot{\varepsilon}_{zz} - \dot{\varepsilon}_{\theta\theta}), \qquad (2.1)$$

$$(S'_{\theta\theta})^{\nabla} + \lambda S'_{\theta\theta} = \frac{2}{3}\mu(2\dot{\varepsilon}_{\theta\theta} - \dot{\varepsilon}_{rr} - \dot{\varepsilon}_{zz}),$$

$$S^{\nabla}_{zr} + \lambda S_{zr} = 2\mu\dot{\varepsilon}_{zr},$$

$$(S'_{zz})^2 + (S'_{rr})^2 + (S'_{\theta\theta})^2 + 2(S'_{zr})^2 \le \frac{2}{3}Y^2.$$

Последнее условие – критерий пластичности Мизеса; μ – модуль сдвига; Y – предел пластичности при простом растяжении. Параметр λ определяется из условия пластичности. При численном интегрировании определяющих уравнений используется так называемая «процедура приведения на поверхность текучести», впервые предложенная Уилкинсом М.Л. ещё в 1964 году (см. [1]). Подробное её математическое обоснование дано в [2].

Значком ∇ обозначена Яуманновская производная по времени:

$$S^{\nabla}_{zz} = \dot{S}_{zz} - S_{zr}\left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial w}{\partial z}\right),$$

$$S^{\nabla}_{rr} = \dot{S}_{rr} + S_{zr}\left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial w}{\partial z}\right),$$

$$S^{\nabla}_{\theta\theta} = \dot{S}_{\theta\theta},$$

$$S^{\nabla}_{zr} = \dot{S}_{zr} + \frac{S_{zz} - S_{rr}}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial w}{\partial z}\right).$$

Уравнение для шаровой составляющей тензора напряжений имеем следующий вид:

$$\sigma = K(\varepsilon_{zz} + \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} - \alpha_V(T - T_0)).$$

Здесь K – объёмный модуль материала, T –температура, T_0 – начальная температура, α_V – теплоемкость при постоянном объёме.

Кроме того, запишем уравнение внутренней энергии

$$\dot{U} = \frac{1}{\rho}(\sigma_{zz}\dot{\varepsilon}_{zz} + \sigma_{rr}\dot{\varepsilon}_{rr} + \sigma_{\theta\theta}\dot{\varepsilon}_{\theta\theta} + 2\sigma_{zr}\dot{\varepsilon}_{zr}),$$

где $U = c_V(T - T_0)$ – плотность внутренней энергии на единицу массы. Внутренняя энергия складывается из упругой энергии (обратимая часть внутренней энергии) E и диссипации D (необратимая часть внутренней энергии). Число фрагментов непосредственно рассчитывается исходя из величины упругой энергии.

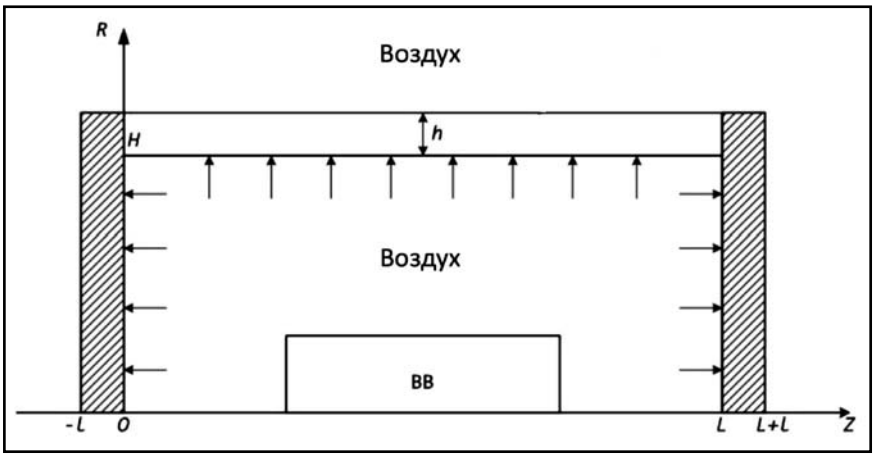

Рис. 1.

2.1. Критерий начала макроразрушения

В качестве критерия начала макроразрушения (появления трещин в материале – новых свободных поверхностей) используется энтропийный критерий предельной удельной диссипации [3]. Применительно

к рассматриваемой модели в адиабатическом приближении, когда термическая диссипация и диссипация континуального разрушения отсутствуют $(d_T = 0,\ d_F = 0)$, критерий предельной удельной диссипации примет следующий вид:

$$D = \int_0^{t_*} \frac{d_м}{\rho} dt \le D_*, \qquad (2.2)$$

где $d_M = S_{zz}\dot{\varepsilon}^p_{zz} + S_{rr}\dot{\varepsilon}^p_{rr} + S_{\theta\theta}\dot{\varepsilon}^p_{\theta\theta} + 2S_{zr}\dot{\varepsilon}^p_{zr}$ – механическая диссипация; t_* – время начала разрушения; D_* – константа материала (предельная удельная диссипация). При достижении диссипации D предельной величины D_* начинается макроразрушение материала. Константа D_* определяется из экспериментов по откольному разрушению при плоском соударении тонких пластин путем сопоставления результатов таких экспериментов с результатами численного моделирования (см., например, [3…5]).

2.2. Расчет фрагментации конструкции

После выполнения критерия разрушения (2.2) оболочка массой M распадается на отдельные фрагменты, число которых и их распределение по массам определяется по теории типа Вейбулла [6], модифицированной в работах, приведенных в обзоре [7].

Ниже представлена методика расчета числа фрагментов конструкции и распределения их по массам.

Число фрагментов, на которое распадается оболочка, находится из уравнения баланса упругой энергии, которая расходуется на разрушение и работу по отрыву или сдвигу материала. Для описания распределения фрагментов по массе воспользуемся распределением Вейбулла [6], которое является частным случаем общих вероятностных представлений и часто используется для описания процессов в инженерном деле и целом ряде других направлений науки. Применительно к задаче фрагментации оно записывается следующим образом:

$$N(<m) = N_0\left[1 - \exp(-(\frac{m}{m_*})^\Lambda)\right],$$

где $N(<m)$ – число фрагментов с массой, меньше m; N_0 – полное число фрагментов; m_* – характеристическая масса распределения; $\Lambda > 0$ – показатель качества дробления (при увеличении спектр осколков становится более однородным).

Предположим, что из всего спектра фрагментов конструкции с массами m, где $0< m <M$, можно выделить K ансамблей фрагментов с массами $m_1, m_2,\ldots, m_K$: $m_{\min}<m_1<m_2<\ldots<m_K< m_{\max}$, где $m_{\min}$ и $m_{\max}$ – некоторые предельные минимальная и максимальная массы осколков. И пусть в ансамбль фрагментов с массой m_j попали все фрагменты с массами $\sqrt{m_{j-1}m_j} \le m_j \le \sqrt{m_j m_{j+1}}$ [7].

Тогда число фрагментов ансамбля m_j (j=1, 2,…,K) составляет:

$$N_j = N_0(\beta_j - \beta_{j+1}),$$
$$\beta_j = \exp\left[-(\frac{\sqrt{m_{j-1}m_j} - m_{min}}{m_*})^\Lambda\right]. \qquad (2.3)$$

Необходимо отметить, что:

$$\sum_{j=1}^{K} m_j N_j = M, \qquad (2.4)$$

$$\Sigma_{j=1}^{K} \gamma \frac{s_j}{2} N_j = E_f,\ E_f = e_f M, \qquad (2.5)$$

где γ – удельная энергия, необходимая для создания единицы поверхности разрушения (ударная вязкость материала); S_j – площадь возникающей поверхности разрушения для фрагмента m_j (рис. 2); e_f –удельная энергия, затрачиваемая на разрушение конструкции.

Уравнение (2.4) означает, что суммарная масса осколков равна её начальной массе M, а уравнение (2.5) означает, что k-ая ($0<k\le1$) часть упругой энергии $E_f = kE$, накопленной на момент времени разрушения $t = t_*$ в конструкции, расходуется на создание поверхностей разрушения. Как правило, считается, что k = 0,5 [7]. Это предположение имеет обоснование в механике сплошной среды.

Теперь из уравнений (2.3)…(2.5) получаем окончательно следующее решение:

$$N_0 = \frac{M}{\sum_{i=1}^{K} m_i(\beta_i - \beta_{i+1})},\ N_j = N_0(\beta_j - \beta_{j+1}),$$
$$\beta_j = \exp\left[-(\frac{\sqrt{m_{j-1}m_j} - m_{min}}{m_*})^\Lambda\right],\ j = 1,\ 2,\ldots,K. \qquad (2.6)$$

2.3. Выбор минимально возможной массы фрагмента

Исходя из уравнений (2.4) и (2.5) получаем:

$$\gamma \frac{s_j}{2} = m_j e_f,\ j=1, 2,\ldots,K. \qquad (2.7)$$

Уравнение (2.7) связывает между собой массу m_j образовавшегося фрагмента и площадь поверхности

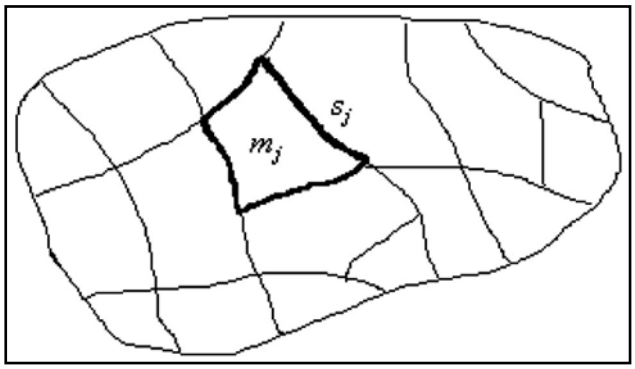

Рис. 2.

разрушения s_j. Так как $m_j = \rho V_j$, где – объем j-го фрагмента, то (2.7) связывает объем с поверхностью разрушения. А поскольку массы ансамблей фрагментов выбираются нашим решением, может оказаться, что уравнение (2.7) для каких-то m_j не может быть в принципе выполнено при полученной упругой энергии E_f, расходуемой на разрушение, и удельной энергии γ, необходимой для создания единицы поверхности разрушения.

Рассмотрим, какие ограничения необходимо наложить на величины m_j [7].

Введем безразмерный коэффициент формы фрагмента, характеризующий его компактность: $k_ф = \dfrac{V}{S^{3/2}}$. Очевидно, что $k_ф$ изменяется в следующих пределах: $0 < k_Ф \le \dfrac{1}{6\sqrt{\pi}}$. Максимальное значение $k_Ф = \dfrac{1}{6\sqrt{\pi}}$ достигается для сферического элемента как наиболее компактного, имеющего наименьшую поверхность при фиксированном объеме (или наибольший объем при фиксированной поверхности).

Из определения коэффициента формы $k_ф$ и уравнения (2.7) следует, что $k_Ф \sim \dfrac{1}{\sqrt{m_j}}$, т.е. фрагменты большей массы менее компактны, что подтверждается экспериментально [7, 8].

Зная диапазон изменения коэффициента формы фрагмента $k_ф$, из (2.7) получаем следующие ограничения на минимально допустимую массу фрагмента:

$$m_{\min} \ge \frac{9\pi}{2\rho^2}\left(\frac{\gamma}{ke_f}\right)^3.$$

3. Численное моделирование

В настоящей работе в качестве вычислительного средства использовался программный комплекс ABAQUS [9], дополненный специально разработанными для решения рассматриваемого типа задач расчетными модулями.

3.1. Описание расчетной модели

В расчетах использовались следующие геометрические параметры конструкции камеры (см. рис.1): H=20 мм, h=5 мм, L=160 мм, l=20 мм, при этом полагалось, что цилиндрическая часть камеры выполнена из Ст. 20, плоские днища – из Ст. 45.

В местах соединения цилиндра и днищ задавался контакт типа «склейка». Если в результате деформирования конструкции в местах соединения прочность достигала критического значения, считалось, что контакт отсутствует. Использовался следующий критерий для прочности сочленения:

$$\int_H^{H+h} \sqrt{\sigma_{zz}^2 + \sigma_{zr}^2}\, RdR \le h(H + 0,5h)\Sigma_*,$$

где Σ_* – прочность соединения на комбинированное воздействие отрывом и сдвигом (величина, которая должна быть определена экспериментально). В расчётах принято, что Σ_* = 200 МПа.

Цилиндрическая часть камеры разбивалась на отдельные блоки тороидальной формы, в начальном недеформированном состоянии представляющие собой кольца (рис. 3).

Заряд рассматривался в виде сплошного цилиндра, размещенного в геометрическом центре камеры. Масса заряда задавалась равной m = 0,006 кг. Инициирование заряда осуществлялось в момент времени t = 0.

Конструкция камеры моделировалась с помощью лагранжевой расчетной сетки, а газовая среда (воздух, продукты взрыва) – эйлеровой расчетной сеткой (рис. 4).

Газовая среда описывается с помощью стандартных модулей среды ABAQUS [9]. А именно, воздух моделируется уравнением состояния идеального газа:

$$p - p_0 = \rho R\left(T - T_0\right),$$

где ρ – плотность воздуха, p_0 – начальное давление, R – газовая постоянная, T – текущая температура, T_0 – начальная температура.

Для моделирования продуктов детонации применялось уравнение состояния Джонса-Уилкинса-Ли (JWL):

$$p = A\left(1 - \frac{\omega\rho_e}{R_1\rho_0}\right)\exp\left(-R_1\frac{\rho_0}{\rho_e}\right) +$$

$$+B\left(1 - \frac{\omega\rho_e}{R_2\rho_0}\right)\exp\left(-R_2\frac{\rho_0}{\rho_e}\right) + \omega\rho_e E_m,$$

где ρ_e – плотность ВВ, ρ_0 – плотность продуктов взрыва, E_m – удельная внутренняя энергия, A, B, R_1, R_2, ω – константы взрывчатого вещества [10].

При описании модели материала камеры использовалась билинейная упруго-пластическая модель с линейным кинематическим упрочнением. В таком случае вектор смещение поверхности текучести определяется как: $\alpha_{ij} = \dfrac{2}{3}H\varepsilon_{ij}^p$, где H – пластический модуль, который вычисляется следующим

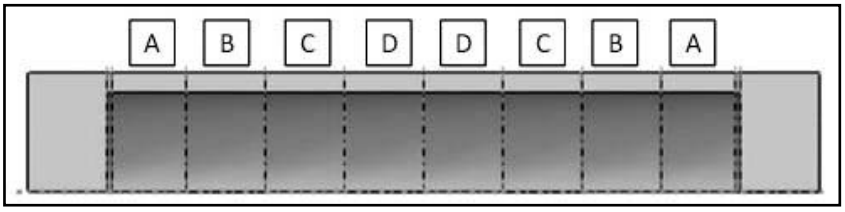

Рис. 3.

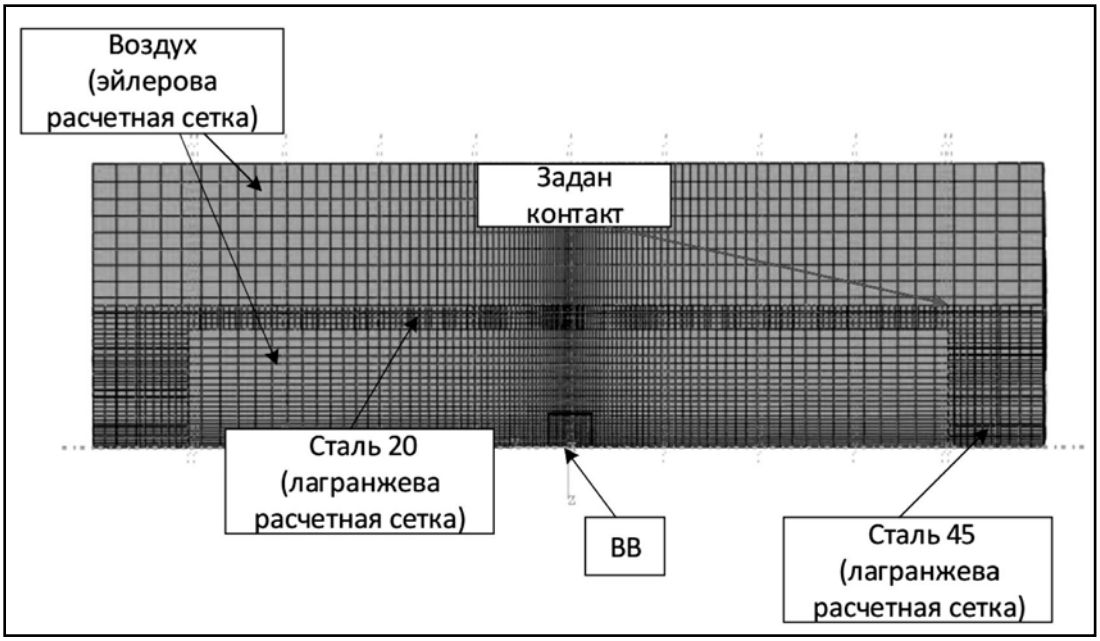

Рис. 4.

образом [9]: $H = \dfrac{E_T}{1 - E_T/E}$, где E – модуль упругости, а E_T – тангенциальный модуль второго участка кривой одноосного деформирования. Таким образом, рассчитанные по уравнениям (2.1) компоненты девиатора тензора напряжений S_{ij} заменяются на $(S_{ij} + \alpha_{ij})$.

Принятые свойства модели (исходные данные):

- Сталь 20: ρ = 7800 кг/м^3, E = 210 000 Мпа, ν = 0,3, Y = 200 Мпа, H = 340 Мпа;
- Сталь 45: ρ = 7826 кг/м^3, E=220 000 Мпа, ν = 0,3, Y = 245 Мпа, H = 450 Мпа;
- Воздух: ρ = 1,2 кг/м^3, c_v = 0,717 кДж/кг*K, R = 287 Дж/кг*K;
- ВВ (тротил): ρ_e = 1680 кг/м^3, Q = 4,2 кДж/гр, V = 6500 м/с, m = 6·10^{-3} кг, A = 371,2 ГПа; B=3,231 Гпа; R_1 = 4,15; R_2 = 0,92; ω = 0,3,

где E – модуль упругости Юнга; ν – коэффициент Пуассона; Y – предел текучести; H – пластический модуль; c_v – средняя удельная теплоёмкость при постоянном объёме; R – удельная газовая постоянная; Q – теплота взрыва; V – скорость детонации; m – масса в тротиловом эквиваленте.

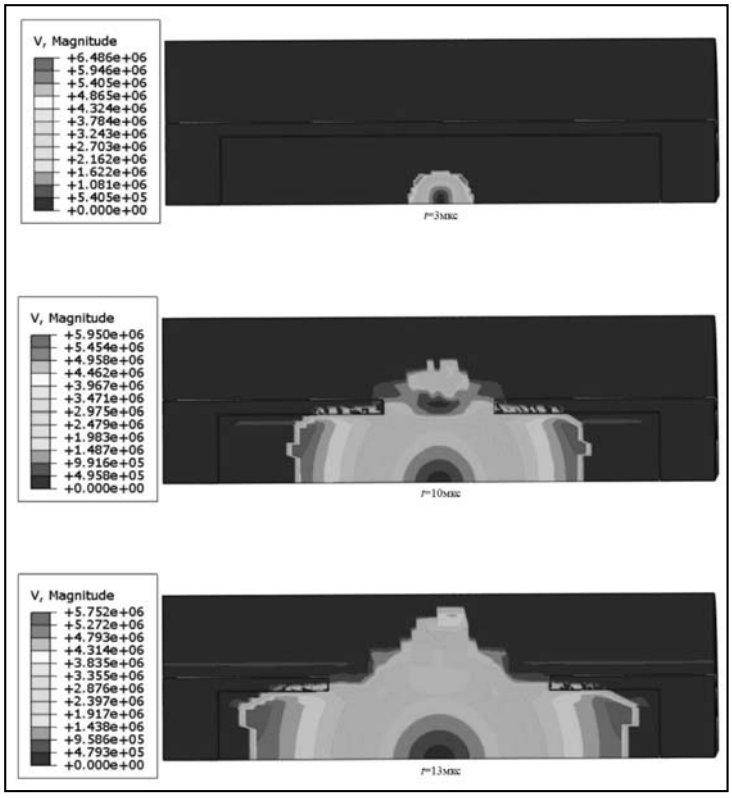

Рис. 5.

3.2. Результаты расчетов

Для иллюстрации динамической картины развития взрыва и деформирования камеры на рисунке 5 представлены поля скоростей (10^{-3} м/с) в различные моменты времени.

На рисунке 6 представлены результаты расчета фрагментации блоков D (слева) и C (справа). Необходимо отметить, что расчет проводился при следующих параметрах: Λ = 0,6; $k_ф = \dfrac{1}{6\sqrt{\pi}}$; $\gamma = 100\dfrac{кДж}{м^2}$; $m_* = \dfrac{\rho h^2 (H+h)}{F}$, где F – безразмерный параметр фрагментации, равный в данном случае 85.

Отметим также, что с увеличением накопленной упругой энергии к моменту разрушения качество дробления возрастает, образуются более мелкие осколки, чего и следовало ожидать.

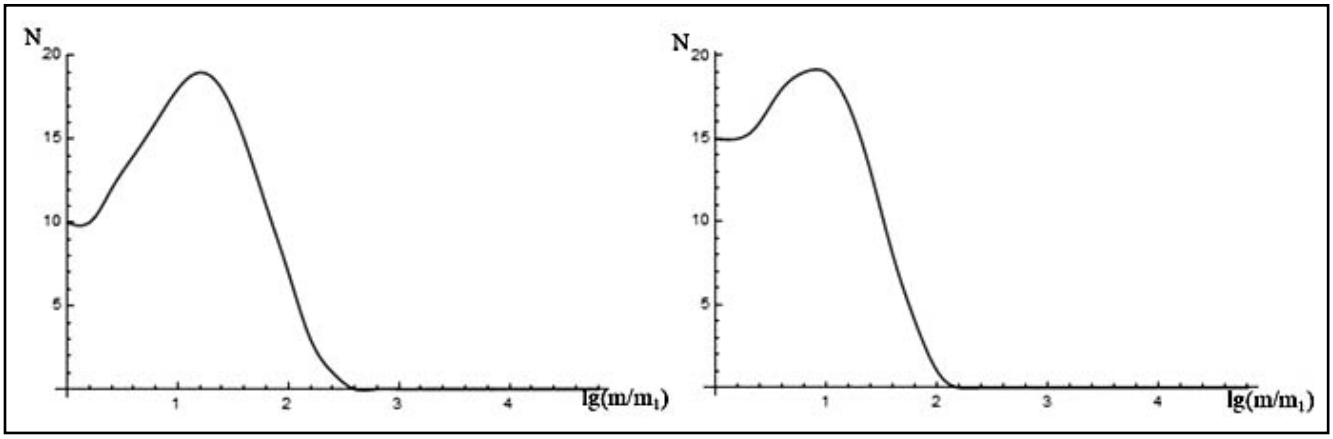

Рис. 6.

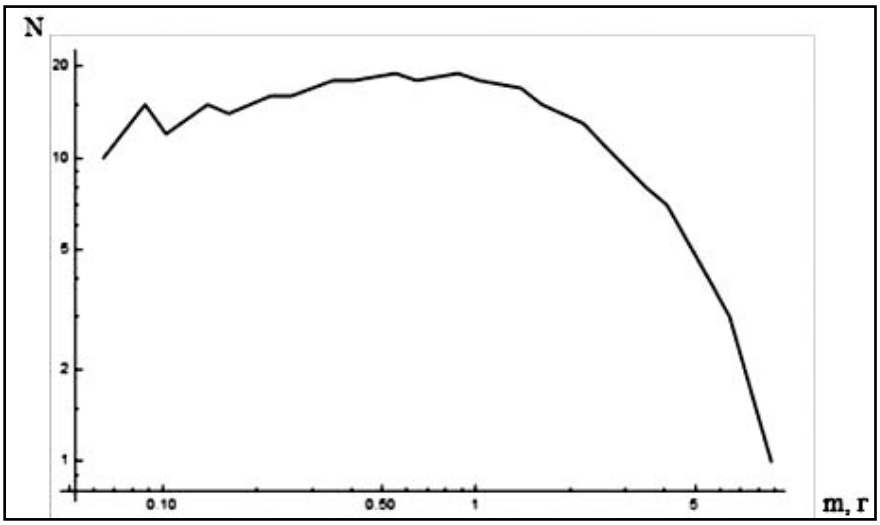

Рис. 7.

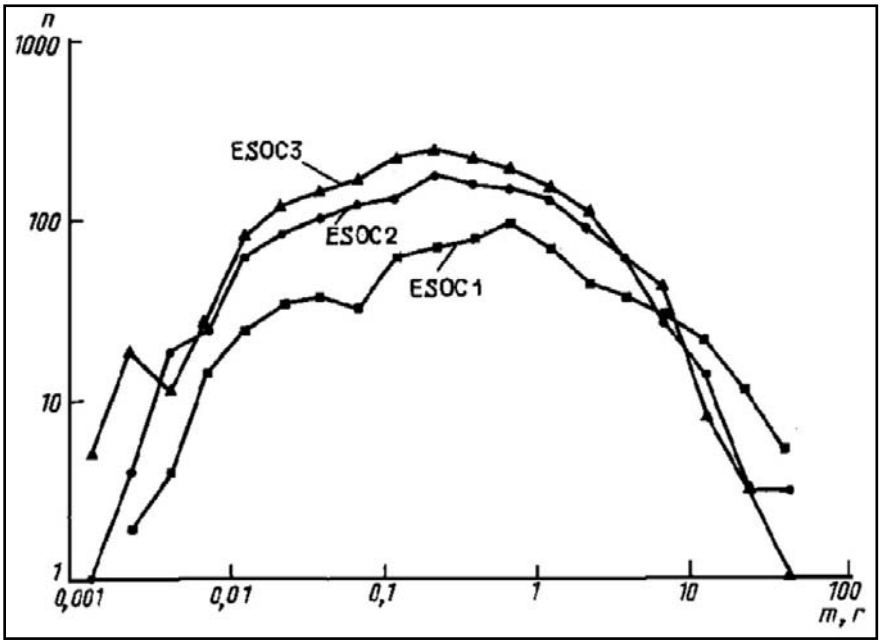

Рис. 8.

На рисунке 7 представлена общая зависимость числа фрагментов от их массы.

Полученное из расчета распределение фрагментов по массе и числу фрагментов согласуются с немногими известными наземными экспериментами по фрагментации топливных баков космических ракет при взрыве газов из заполняющих [8], представленными на рис. 8, вполне удовлетворительно.

4. Заключение

Разработана и реализована в рамках программного комплекса ABAQUS методика расчета фрагментации оболочек под действием динамической нагрузки взрывного типа. В указанной методике для определения начала макроразрушения используется критерий предельной удельной диссипации, число фрагментов и их распределение по массе устанавливается по теории типа Вейбулла.

Проведено численное моделирование динамики необратимого деформирования и фрагментации стальной камеры при взрыве заряда ВВ в её внутренней полости. Адекватность численных результатов подтверждается результатами известных экспериментов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-01-00151а).

Список литературы

1. Wilkins M.L. Computer simulation of dynamic phenomena. Berlin: Heidelberg; New York: Springer–Verlag, 1999. 246 p.
2. Киселев А.Б. О численном интегрировании уравнений течения упрочняющейся упругопластической среды // Вестник МГУ. Сер. 1. Матем. Механ. 1995. № 4. С. 71…74.
3. Киселев А.Б., Юмашев М.В. О критериях динамического разрушения термоупругопластической среды // Вестник МГУ. Сер. 1. Матем. Механ. 1990. № 4. С. 38…44.
4. Канель Г.И., Разоренов С.В., Уткин А.В., Фортов В.Е. Ударно-волновые явления в конденсированных средах. М.: «Янус-К», 1996. 408 с.
5. Kiselev A.B., Lukyanov A.A. Mathematical modelling of dynamic processes of irreversible deforming, micro- and macrofracture of solids and structures // Int. Journal of Forming Processes. - 2002. Vol. 5. № 2-3-4. Pp. 351…362.
6. Вейбулл В. Усталостные испытания и анализ их результатов. М.: Машиностроение, 1964. 273 с.
7. Киселев А.Б. Математическое моделирование фрагментации тонкостенных конструкций и компактных элементов при взрывном нагружении и ударном взаимодействии // Математическое моделирование. 2012. Т. 24. № 2. С. 33…66.
8. Fucke W. Fragmentation experiments for the evolution of the small size debris population // Proc. of the First European Conf. on Space Debris (Darmstadt. Germany. 5-7 April. 1993). Darmstadt: ESA. 1993. Pp. 275…280.
9. SIMULIA Abaqus Analysis User's Guide, Chapter 25.2.1 Equation of State.
10. Орленко Л.П. Физика взрыва. М.: «Наука», 2004. Т. 1. 772 с.

References

1. Wilkins M.L. Computer simulation of dynamic phenomena. Berlin: Heidelberg; New York: Springer–Verlag, 1999. 246 p.
2. Kiselev A.B. O chislennom integrirovanii uravneniy techeniya uprochnyayushcheysya uprugoplasticheskoy sredy [On the numerical integration of the flow equations of a hardening elastoplastic medium]. Vestnik MGU. Ser. 1. Matem. Mekhan [Bulletin of Moscow State University. Ser. 1. Math. Mechan.]. 1995. № 4. Pp. 71…74.
3. Kiselev A.B., Yumashev M.V. O kriteriyakh dinamicheskogo razrusheniya termouprugoplasticheskoy sredy [On the criteria for the dynamic destruction of a thermoelastic plastic medium]. Vestnik MGU. Ser. 1. Matem. Mekhan [Bulletin of Moscow State University. Ser. 1. Math. Mechan.]. 1990. № 4. Pp. 38…44.
4. Kanel G.I., Razorenov S.V., Utkin A.V., Fortov V.Ye. Udarno-volnovye yavleniya v kondensirovannykh sredakh [Shock waves in condensed matter]. Moscow: Publishing House «Janus-K», 1996. 408 p.
5. Kiselev A.B., Lukyanov A.A. Mathematical modelling of dynamic processes of irreversible deforming, micro- and macrofracture of solids and structures // Int. Journal of Forming Processes. - 2002. Vol. 5. № 2-3-4. Pp. 351…362.
6. Veybull V. Ustalostnye ispytaniya i analiz ikh rezultatov [Fatigue tests and analysis of their results]. M.: Mashinostroenie [Moscow: Publishing House «Engineering»]. 1964. 273 p.
7. Kiselev A.B. Matematicheskoe modelirovanie fragmentatsii tonkostennykh konstruktsiy i kompaktnykh elementov pri vzryvnom nagruzhenii i udarnom vzaimodeystvii [Mathematical modeling of fragmentation of thin-walled structures and compact elements during explosive loading and impact interaction]. Matematicheskoe modelirovanie [Mathematical modeling]. 2012. Vol. 24. № 2. Pp. 33…66.
8. Fucke W. Fragmentation experiments for the evolution of the small size debris population // Proc. of the First European Conf. on Space Debris (Darmstadt. Germany. 5-7 April. 1993). Darmstadt: ESA. 1993. Pp. 275…280.
9. SIMULIA Abaqus Analysis User's Guide, Chapter 25.2.1 Equation of State.
10. Orlenko L.P. Fizika vzryva [Explosion physics]. M.: Nauka [Moscow: Publishing House «Science»]. Vol. 1. 772 p.

Сведения об авторах

Киселев Алексей Борисович, доктор физ.-мат. наук, профессор
Логинов Даниил Павлович, аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
119992, Российская Федерация, Москва, Ленинские горы, 1

Information about authors

Kiselev Aleksey Borisovich, Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor
Loginov Daniil Pavlovich, postgraduate student
Lomonosov Moscow State University
119992, Russian Federation, Moscow, Leninskie gory, 1