

К ПРОБЛЕМЕ КЛАССИФИКАЦИИ ШАРОВЫХ СКОПЛЕНИЙ. РАСЧЕТ СТЕПЕНИ КОНЦЕНТРАЦИИ ЗВЕЗД ДЛЯ 26 СКОПЛЕНИЙ

© 2021 г. С. Н. Нуритдинов^{1*}, И. У. Таджибаев^{1,2}, А. С. Расторгуев³

¹Национальный университет Узбекистана им. Мирзо Улугбека, Ташкент, Узбекистан

²Чирчикский государственный педагогический институт Ташкентской области, Чирчик, Узбекистан

³Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

Поступила в редакцию 01.11.2020 г.

После доработки 26.12.2020 г.; принята к публикации 29.12.2020 г.

В связи с отсутствием удовлетворительного решения проблемы классификации шаровых скоплений нами выполнен поиск физического параметра, допускающего классификацию шаровых скоплений и нахождение эмпирических зависимостей с наблюдаемыми физическими характеристиками. С этой целью рассмотрена модель видимой плотности в шаровых скоплениях с тремя свободными параметрами. Используя широко известный симплексный метод минимизации квадрата разности наблюдаемой и теоретической плотностей, найдены соответствующие значения свободных параметров для 26 шаровых скоплений. В качестве наблюдательного материала нами взяты в основном профили плотности, построенные в работе Миокчи и др. (2013) на основе комбинации космических и наземных данных. Один из свободных параметров нашей модели характеризует степень концентрации звезд к центру шаровых скоплений. Найден ряд эмпирических зависимостей этого параметра от основных физических характеристик шаровых скоплений. Полученные эмпирические формулы могут быть использованы в определении этих характеристик для других шаровых скоплений через степень концентрации и наоборот.

Ключевые слова: шаровые скопления, классификация, степень концентрации, профиль видимой плотности.

DOI: 10.31857/S0320010821030050

ВВЕДЕНИЕ

Первая статья по данной теме, причем почти с таким же названием — “Классификация шаровых скоплений”, была опубликована Шепли и Соьер (1927). Прошло более 90 лет, но до сих пор в астрофизике отсутствует удовлетворительное решение этой проблемы, хотя за это время был выполнен ряд интересных исследований разными авторами (см., например, Хартвик, 1968; Кукаркин, 1971; Миронов и др., 1976; Страйжис, 1982; Эйгенсон, Яцык, 1989, 1995; Пейков, Русев, 1988, 1990, 1999; Шарина и др., 2006; Таджибаев, Нуритдинов, 2019; и ссылки в них), а также составлен весьма полезный каталог Харриса (2010). Следует подчеркнуть, что необходимость исследования шаровых скоплений (ШС) связана с потребностями не только астрофизики, но и космологии ранней Вселенной (см., например, Пиблс, Дикке, 1968; Зельдович, Новиков, 1975; Чернин, 2008; и ссылки там).

В следующем разделе нашей статьи мы более подробно обсуждаем сегодняшнее состояние данной научной проблемы, основную ее сложность и соответствующие главные результаты некоторых авторов. Здесь важно отметить, что классификация ШС должна быть прежде всего легко применимой на практике и отражать хотя бы одно или два явно наблюдаемых свойств, например, степень концентрации звезд к центру скопления, их форму, размеры, особенности структуры и др., и в то же время эта классификация обязана коррелировать с основными физическими характеристиками этих скоплений, полученными из наблюдений. Если никак невозможно разработать такую классификацию, которая удовлетворяет этим требованиям, то это означает необходимость включения в проблему дополнительного вспомогательного параметра. До нас некоторые авторы предлагали ввести вспомогательный второй параметр. Например, в работе Кинга (1962) был введен параметр концентрации “с”, причем некоторые каталоги ШС до сих пор включают в себя значения этого параметра. Одна-

*Электронный адрес: nur200848@mail.ru

ко сейчас мы знаем, что параметр “с” абсолютно никак не коррелирует ни с одной из физических характеристик ШС. Поэтому мы решили выполнить поиск такого второго параметра другими различными путями. Ниже мы вводим один из таких параметров методом моделирования наблюдаемой видимой плотности в ШС на основе комбинации (Миокчи и др., 2013) космических и наземных данных наблюдений и находим эмпирические зависимости этого параметра от основных физических характеристик скоплений.

СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ КЛАССИФИКАЦИИ ШС В НАСТОЯЩИЙ МОМЕНТ

Непосредственно о проблеме классификации ШС опубликовано достаточно много статей, причем еще ряд статей посвящены не только определению конкретных их физических характеристик, но также затрагивают эту проблему. Здесь невозможно упомянуть все эти публикации, и поэтому мы приводим только самые важные, на наш взгляд, результаты.

Как мы уже отметили выше, впервые вопросы классификации ШС рассмотрены в работе Шепли и Сойер (1927). Авторы предложили классификацию ШС по степени концентрации звезд к центру скопления. Для этой цели они составили в какой-то мере однородную серию фотографических снимков из 95 ШС и весь этот материал смогли разделить на 12 классов по степени видимой концентрации звезд к центру скопления. Так, к классу I ими были включены ШС, имеющие наибольшую концентрацию к центру, а класс XII содержит скопления с наименьшей концентрацией. Сейчас нам нетрудно убедиться в том, что данная классификация, состоящая из 12 групп видимых концентраций, носит явно субъективный характер. К тому же эти авторы не приводят какой-либо вспомогательный параметр, значение которого характеризовало бы наблюдаемую авторами степень концентрации.

Различные попытки улучшить классификацию Шепли—Сойер (например, путем уменьшения количества классов концентрации до семи, Моубрей, 1946) не дали ничего принципиально нового. К началу 70-х годов прошлого века стало вполне ясно, что указанные выше классы концентрации не коррелируют ни с какими физическими параметрами и характеристиками ШС, кроме их абсолютной звездной величиной.

Более объективно подошел к этой проблеме Хартвик (1968), который попытался создать двумерную классификацию, используя наклон ветви гигантов и величину индекса содержания гелия, который якобы является ответственным за форму

горизонтальной ветви скопления. По нашим данным, к сожалению, зависимость формы горизонтальной ветви от индекса содержания гелия имеет слабую корреляцию. Таким образом, задуманная Хартвиком (1968) двумерная классификация не достигает своей цели.

Мы обязаны отметить исследование Кукаркина (1971), который ввел вспомогательный параметр IR, названный им “индексом богатства” ШС. Автор нашел четкие зависимости IR от абсолютных величин M_B , M_V и массы скоплений. К сожалению, параметр IR не имеет корреляции с другими физическими параметрами ШС. Следовательно, введение индекса богатства также не решает проблему, и к тому же до сих пор никто из исследователей ШСЗ не использовал этот вспомогательный параметр.

С точки зрения проблемы классификации ШС представляют интерес также результаты Миронова (1973) и Миронова и Самуся (1974). Эти авторы обнаружили две группы голубизны горизонтальной ветви ШС, определяя значения их морфологических параметров. Обнаруженные ими свойства скоплений двух групп укладываются в гипотетическую схему эволюции, согласно которой скопления одной группы появились одновременно с Галактикой, а скопления другой группы — позже, причем между образованием таких двух поколений ШС прошло время, достаточное для того, чтобы первые массивные звезды Галактики обогатили межзвездную среду тяжелыми элементами и гелием.

К проблеме классификации ШС можно подойти также строго математически, применяя кластерный анализ. Так, Эйгенсон и Язык (1989, 1995) предложили несколько вариантов классификации ШС в пространстве различных известных физических характеристик ШС. При этом число физических параметров изменялось от 4 до 14, а число скоплений — от 52 до 97. В частности, этими авторами рассмотрены распределения 100 ШС нашей Галактики и 167 скоплений M31 в трехмерном пространстве с осями координат M_V , $(B - V)_0$ и $(U - B)_0$. Однако все это находится весьма далеко от практических применений, и корреляции этих кластеров с другими наблюдаемыми физическими параметрами в виде эмпирических соотношений не обсуждались.

Таким образом, на сегодняшний день проблема классификации ШС является нерешенной. Создается впечатление, что специалисты успели отнести этот вопрос к категории трудно разрешимых проблем, и в этой области астрофизики уже давно царит явно пассивное отношение к данной проблеме.

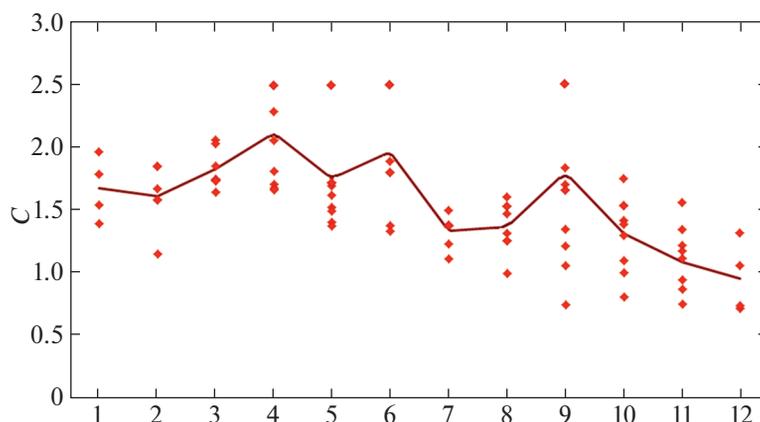


Рис. 1. Зависимость параметра Кинга от класса Шепли–Сойер.

СТЕПЕНЬ КОНЦЕНТРАЦИИ ЗВЕЗД К ЦЕНТРУ ШС

Среди основных свойств ШС, которые должны быть использованы в решении проблемы их классификации, на первое место претендует все-таки именно свойство концентрации звезд к центру скопления. В этом заключении нетрудно убедиться, если сравнить, например, следующие ШС: NGC 362, NGC 4147, NGC 5024, NGC 5824, NGC 5897, NGC 6229. Так что Шепли и Сойер совершенно правильно выбрали это свойство ШС для разработки своей классификации. Однако выполненное ими разделение на 12 классов не является полностью однозначным и, к сожалению, носит несколько субъективный характер. Это следует, например, из сравнения распределения классов концентрации Шепли–Сойера с соответствующими значениями параметра концентрации Кинга (1962)

$$c = \lg(r_t/r_c), \quad r_t = R \left(\frac{M}{2M_g} \right)^{1/3}, \quad (1)$$

где r_t — приливный радиус скопления, r_c — радиус его ядра, R — расстояние от центра Галактики до ШС, M и M_g — массы скопления и Галактики соответственно. Как видно, определение точного значения параметра “с” из наблюдений не является простой задачей, так как результаты зависят от точности четырех величин. Несмотря на это, такая работа по определению значений параметра Кинга проделана рядом авторов, в частности, значения величины “с” уточнены и приведены в каталоге Харриса (2010).

Из рис. 1 следует, что значения параметра “с” являются совершенно неоднозначными, так как эти значения свободно “гуляют” в интервале (0.65, 2.50) для каждого класса и вдоль последовательности классов Шепли–Сойера, т.е. почти не зависят

от их классификации, причем коэффициент корреляции равен 0.49. Если усреднить значения “с” внутри каждого класса, то корреляцию можно поднять до 0.69. Кроме того, мы выполнили расчет статистической зависимости “с” от металличности, абсолютной величины M_V эллиптичности ШС и галактоцентрического расстояния. Расчеты показывают, что ни одна из этих физических характеристик ШС не имеет корреляции с параметром “с”. Наибольшее значение этой корреляции равно 0.34 (в случае M_V), а все остальные значения коэффициента корреляции меньше чем 0.12.

Выполненные расчеты указывают на то, что вместо параметра “с” следует искать другую вспомогательную величину, которая также характеризует степень концентрации звезд к центру ШС. С этой целью мы выполнили взаимные сравнения видимых поверхностных плотностей распределения звезд в ШС, приведенных Миокчи и др. (2013) с учетом модели Кинга (1962), где $\sigma \sim \left(1 + \frac{r^2}{r_c^2}\right)^{-1}$. В результате нами найдено, что основная часть кривой, кроме периферийной области, может быть описана следующей функцией:

$$\sigma(r, \gamma, r^*, \sigma_0) = \sigma_0 \left[1 + \left(\frac{r}{r^*} \right)^2 \right]^{-\gamma}. \quad (2)$$

Здесь γ , r^* и σ_0 являются свободными параметрами, причем γ характеризует степень концентрации звезд к центру ШС, r^* — величина, которая связана с радиусом ядра скопления r_c , и σ_0 — видимая плотность в центре.

Отметим, что точность нахождения значений свободных параметров модели (2), особенно, степени концентрации (γ) звезд к центру, для конкретных ШС в сильной мере зависит от точности определения наблюдаемой плотности в них. Последнюю можно определить, как хорошо известно, путем подсчета количества звезд в кольцах вокруг

центра скопления. Очевидно, чем больше количество колец, тем увереннее и точнее мы находим поведение наблюдаемой плотности по расстоянию от центра до периферии скопления. Однако из-за сравнительно высокой плотности в центральной области ШС трудно определить соответствующие значения видимой плотности наземными методами. Вот почему в работе Миокчи и др. (2013) для значений видимой плотности в кольцах в центральной области ШС использованы результаты ПЗС-наблюдений с космического телескопа Хаббла, а для остальной части этих скоплений ими взяты данные наблюдений, полученные наземными телескопами. Таким образом, этим авторам удалось выполнить важную работу путем комбинирования космических и наземных данных наблюдений для 26 ШС. Далее на основе их результатов мы вычислили значения свободных параметров модели (2).

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ДЛЯ 26 ШС

С целью определения значений указанных трех свободных параметров в (2) для конкретных ШС требуется минимизировать функцию

$$F(\gamma, r^*, \sigma_0) = \sum_k \left[\sigma(r_k, \gamma, r^*, \sigma_0) - \sigma_{obs}^{(k)} \right]^2, \quad (3)$$

которая описывает поведение суммы квадратов разности между теоретическими (σ) и наблюдаемыми значениями ($\sigma_{obs}^{(k)}$) плотности в кольцах вокруг центра скопления. Минимизацию функции в (3) достаточно выполнить симплектическим методом, который уже давно хорошо апробирован во многих задачах астрофизики (см., например, Ашуров, Нуритдинов, 2001).

Результаты минимизации функции в (3) по трем параметрам для каждого ШС, выполненной на основе комбинированных данных наблюдений Миокчи и др. (2013), приведены нами в табл. 1.

Как видно, значения степени концентрации γ лежат в интервале (0.65; 2.15). Гистограмма для параметра γ показывает, что 26 ШС можно разделить по степени концентрации на 4 класса (табл. 2).

Таким образом, данная классификация ШС более проста, чем 12 классов по Шепли и Соьер (1927). В дальнейшем можно будет уточнить значения этих интервалов по γ .

Однако с точки зрения классификации ШС более важно наличие корреляции степени концентрации γ с отдельными физическими характеристиками этих скоплений. Мы выполнили также поиск эмпирических зависимостей параметра γ с основными физическими характеристиками ШС, а именно с массой, индексом богатства Кукаркина, галактическим расстоянием, абсолютной величиной

Таблица 1. Результаты расчета свободных параметров модели (2)

№	Название ШС	γ	r^*	σ_0
1	NGC 5904	0.67	14.86	3.85
2	NGC 6626	0.69	7.02	2.11
3	NGC 104	0.72	18.57	7.41
4	NGC 5824	0.73	2.65	7.36
5	NGC 6121	0.79	48.29	0.22
6	NGC 5272	0.80	17.18	2.94
7	NGC 6809	0.84	70.94	0.17
8	NGC 6266	0.86	12.49	10.06
9	NGC 1904	0.89	7.51	5.14
10	NGC 7089	0.89	12.95	2.82
11	NGC 1851	0.97	4.95	5.13
12	Palomar 14	0.99	40.68	0.23
13	NGC 5024	1.00	22.43	2.84
14	NGC 6229	1.02	8.41	5.02
15	NGC 6341	1.02	15.28	2.15
16	NGC 6205	1.03	48.44	3.51
17	NGC 6254	1.03	48.44	3.51
18	NGC 2419	1.17	20.27	3.46
19	NGC 6864	1.17	5.85	15.86
20	Terzan 5	1.31	10.74	6.76
21	NGC 288	1.33	102.38	0.13
22	NGC 5466	1.44	105.9	0.10
23	Eridanus	1.52	20.70	0.81
24	AM 1	1.73	16.33	0.34
25	Palomar 4	2.10	39.58	0.03
26	Palomar 3	2.13	50.17	0.04

Таблица 2. Предварительная классификация ШС по параметру γ

Классы	Название	Интервал по γ
a	Наиболее плотные	$\gamma \leq 0.90$
b	Умеренно плотные	(0.90; 1.15]
c	Умеренно разреженные	(1.15; 1.40]
d	Разреженные	$\gamma > 1.40$

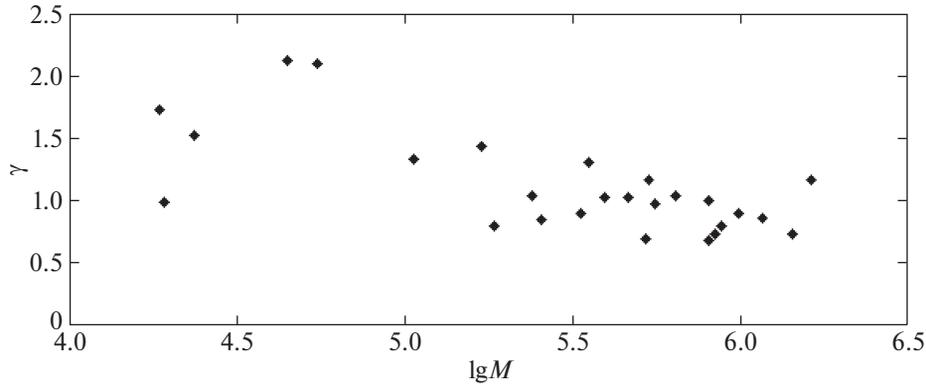


Рис. 2. Зависимость между γ и массой ШС.

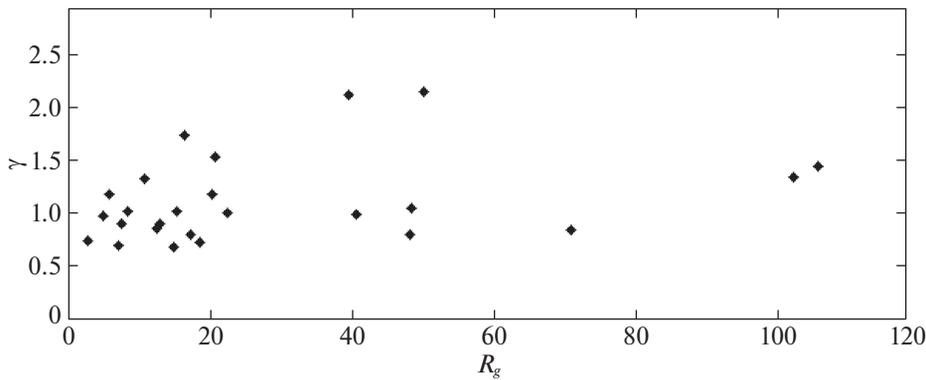


Рис. 3. Зависимость между γ и галактоцентрическим расстоянием R_G .

и параметром Кинга, причем значения последних трех величин брались нами из каталога Харриса (2010). Значения массы ШС мы взяли из работы Борковой и Марсакова (2000), а значения же индекса богатства — из работы Кукаркина (1971).

Зависимость между γ и массой ШС. Анализ показывает наличие эмпирической зависимости

$$\gamma = -0.46(\pm 0.10) \lg \frac{M}{M_{\odot}} + 3.65(\pm 0.56), \quad (4)$$

или наоборот

$$\lg \frac{M}{M_{\odot}} = -0.998(\pm 0.219) \gamma + 6.573(\pm 0.258). \quad (5)$$

Следовательно, чем больше масса ШС, тем меньше γ , т.е. тем плотнее ШС (рис. 2). При этом коэффициент корреляции $\text{cc} = -0.68$.

Зависимость между γ и галактоцентрическим расстоянием R_G . Нами обнаружены хорошая корреляция ($\text{cc} = 0.76$) и следующая статистическая формула:

$$\gamma = 0.087(\pm 0.007) R_G + 0.008(\pm 0.001), \quad (6)$$

и наоборот

$$R_G = 73.80(\pm 13.02) \gamma - 50.48(\pm 15.29). \quad (7)$$

Как видно, с удалением от центра Галактики в среднем происходит постепенный рост γ (рис. 3), т.е. уменьшение концентрации ШС.

Зависимость между γ и абсолютной величиной M_V . Коэффициент корреляции между этими величинами равен 0.76. Соответствующая эмпирическая формула имеет вид

$$\gamma = 0.19(\pm 0.03) M_V + 2.50(\pm 0.25), \quad (8)$$

и наоборот

$$M_V = 3.16(\pm 0.55) \gamma - 11.07(\pm 0.64). \quad (9)$$

Следовательно, чем больше концентрация к центру скопления, тем ШС является более ярким (рис. 4). Это явление, по-видимому, связано с тем, что с ростом степени концентрации, согласно нашим расчетам, характерный размер системы в среднем явно уменьшается.

Зависимость степени концентрации γ от параметра Кинга “с”. Коэффициент корреляции между этими величинами, к сожалению, является сравнительно низким (-0.63). Несмотря на это (рис. 5), можно привести соответствующую статистическую зависимость:

$$\gamma = -0.69(\pm 0.17) c + 2.13(\pm 0.26). \quad (10)$$

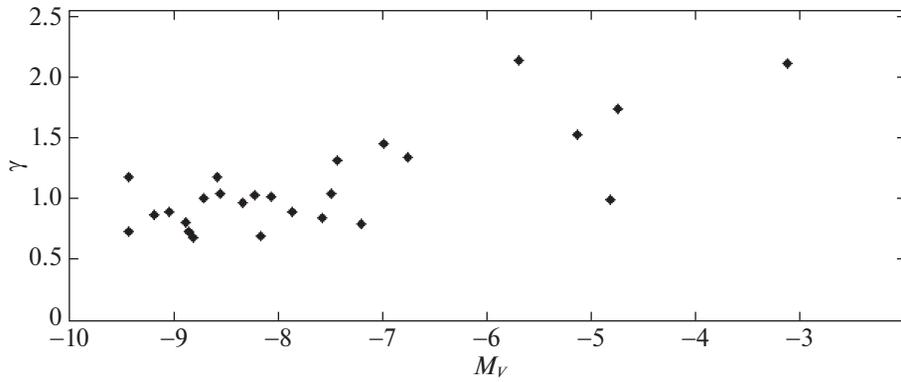


Рис. 4. Зависимость между γ и абсолютной величиной M_V .

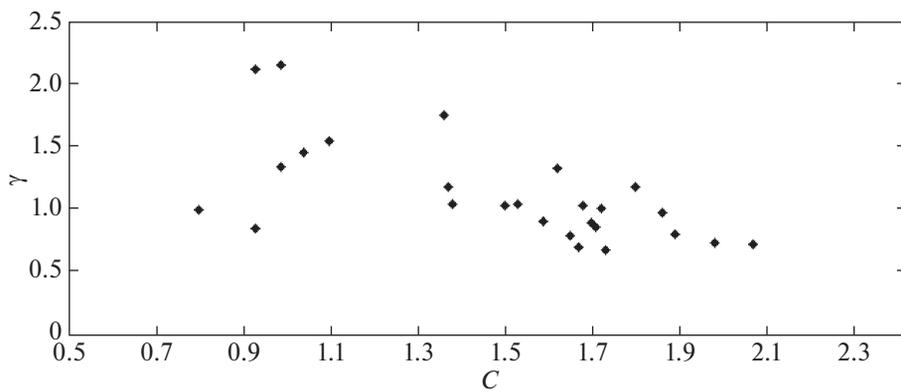


Рис. 5. Зависимость между γ и параметром Кинга.

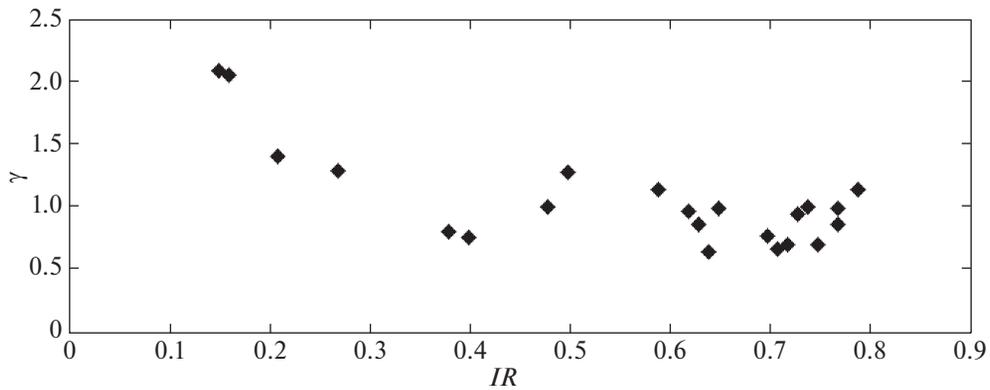


Рис. 6. Зависимость между γ и “индексом богатства” IR .

Если известно значение γ для ШС, то параметр Кинга можно вычислить по формуле

$$c = -0.58 (\pm 0.14) \gamma + 2.12 (\pm 0.17). \quad (11)$$

Например, согласно данным табл. 1, для наиболее плотного ШС (NGC 5904) значение $c = 1.73$, а для наиболее разреженного ШС (Palomar 3) эта величина $c = 0.88$.

Зависимость параметра γ от “индекса богатства” Кукаркина. Здесь коэффициент корреляции достаточно хороший и равен -0.73 (рис. 6). Расчеты показывают, что

$$\gamma = -1.38 (\pm 0.28) IR + 1.86 (\pm 0.17). \quad (12)$$

Обратная зависимость имеет вид

$$IR = -0.39 (\pm 0.08) \gamma + 0.99 (\pm 0.09). \quad (13)$$

Следует отметить наличие весьма слабой зависимости γ от возраста ШС. При этом коэффициент корреляции равен -0.43 . Расчеты показывают, что с ростом возраста скопление становится плотнее.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Прежде всего хотелось бы отметить, что с помощью вышеуказанного метода мы планировали обработку также данных наблюдений поверхностной плотности, приведенные в работе Кинга и др. (1968). К сожалению, в этом случае не имеет смысла вычислять значения γ по двум причинам. Во-первых, у Кинга и др. (1968) отсутствуют наблюдения для центральных областей ШС, а во-вторых, данные в их работе покрывают в основном периферийную часть ШС, что сильно влияет на значения степени концентрации γ и r^* . В этом также легко убедиться, сравнивая кривые видимой плотности Кинга и др. (1968) и Миокчи и др. (2013) для конкретных ШС.

Интересно, что корреляция между степенью концентрации γ и металличностью ШС отсутствует вообще, так как в этом случае коэффициент корреляции равен почти нулю, а точнее -0.06 . Очевидно, этот факт не связан с данными наблюдений и в реальности, вероятно, связан с природой ШС.

Итак, в данной работе путем теоретического моделирования видимой поверхностной плотности ШС в виде (2) с тремя свободными параметрами и минимизации суммы квадратов разности этой теоретической функции и наблюдаемой функции плотности, для 26 ШС вычислены значения параметра γ . Полученные значения γ находятся в интервале (067; 213). Нами найдены эмпирические зависимости γ от основных известных характеристик ШС (массы скоплений; галактоцентрического расстояния; абсолютной величины; параметра Кинга; индекса богатства). Обнаружен факт полного отсутствия зависимости γ от металличности. Заметим также, что значения эффективного радиуса r^* имеют сильную корреляцию (091) со значениями радиуса ядра скопления, найденными Миокчи и др. (2013), что физически очевидно.

Наконец, отметим, что мы выполнили также тщательный литературный поиск наблюдаемой видимой поверхностной плотности, содержащей хотя бы несколько данных для центральной области ШС. К сожалению, такие данные нами не были найдены. В ходе этой работы мы нашли большую и интересную работу де Бойер и др. (2019). В этой работе приведены радиальные профили видимой плотности и некоторые физические свойства для 81 ШС в рамках программы Gaia DR2. В работе этих авторов, к сожалению, отсутствуют данные для центральных областей изученных ШС. Ими же

приведены сравнения для некоторых ШС с наблюдательными данными Миокчи и др. (2013). Это различие явно показано на рис. 5 работы де Бойер и др. (2019). Этот факт и имеющиеся некоторые другие особенности требуют теперь небольшой поправки в нашей модели (2), если мы хотим вычислить степень концентрации для 81 ШС этих авторов. Соответствующие результаты мы планируем опубликовать отдельно в следующей работе.

Авторы благодарят Ж. Перез (Jerome Perez) и А.В. Моисеева за полезные обсуждения результатов работы. Мы также выражаем благодарность рецензенту статьи за полезные замечания.

Работа выполнена в рамках гранта ОТ-Ф2-13 Министерства инновационного развития Республики Узбекистан. А.С. Расторгуев выражает благодарность гранту РФФИ 19-02-00611 за частичную поддержку работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ашуров, Нуриддинов (A.E. Ashurov and S.N. Nuritdinov), *Astron. Soc. Pacific Conf. Series* **228**, 371 (2001).
2. Боркова Т.В., Марсаков В.А., *Астрон. журн.* **77**, 750 (2000) [T.V. Borkova, V.A. Marsakov, *Astron. Rep.* **44**, 665 (2000)].
3. де Бойер и др. (T.J.L. de Boer, M. Gieles, E. Balbinot, V. Henault-Brunet, A. Solima, L.L. Watkins, and I. Claydon), *MNRAS* **485**, 4906 (2019).
4. Зельдович Я.Б., Новиков И.Д., *Строение и эволюция Вселенной* (М.: Наука, 1975), с. 736.
5. Кинг (I.R. King), *Astron. J.* **67**, 471 (1962).
6. Кинг и др. (I.R. King, E.J. Hedemann, S.M. Hodge, and R.E. White), *Astron. J.* **73**, 456 (1968).
7. Кукаркин В.Г., *Астрон. журн.* **48**, 113 (1971) [V.V. Kukarkin, *Sov Astron.* **15**, 89 (1971)].
8. Миокчи и др. (P. Miocchi, B. Lanzoni, F.R. Ferraro, E. Dalessandro, E. Vesperini, M. Pasquato, G. Beccari, C. Pallanca, and N. Sanna), *Astrophys. J.* **774**, 151 (2013); <http://www.cosmic-lab.eu/catalog/index.php>
9. Миронов А.В. *Астрон. журн.* **50**, 27 (1973) [A.V. Mironov, *Sov Astron.* **17**, 16 (1973)].
10. Миронов А.В., Самусь Н.Н., *Переменные звезды* **19**, 337 (1974).
11. Миронов А.В., Расторгуев А.С., Самусь Н.Н., *Астрон. журн.* **53**, 1164 (1976) [A.V. Mironov, A.S. Rastorguev, N.N. Samus, *Sov Astron.* **20**, 656 (1976)].
12. Моубрей (A.G. Mowbray), *Astrophys. J.* **104**, 47 (1946).
13. Пейков З.И., Русев Р.М., *Астрон. журн.* **65**, 317 (1988) [Z.I. Peykov, R.M. Rusev, *Sov Astron.* **32**, 161 (1988)].
14. Пейков З.И., Русев Р.М., *Астрон. журн.* **67**, 694 (1990) [Z.I. Peykov, R.M. Rusev, *Sov Astron.* **34**, 349 (1990)].

15. Пейков З.И., Русев Р.М., Астрон. журн. **76**, 514 (1999)[Z.I. Peikov, R.M. Rusev, Astron. Rep. **43**, 445 (1999)].
16. Пиблс, Дикке (P.J.E. Peebles and R.H. Dicke), *Astrophys. J.* **154**, 891 (1968).
17. Страйжис (V. Straizys), *Astrophys. Space Sci.* **81**, 179 (1982).
18. Таджибаев, Нуритдинов (I.U. Tadjibaev and S.N. Nuritdinov), *Ukr. J. Phys.* **64**, 271 (2019).
19. Харрис (W.E. Harris), arXiv1012.3224H (2010).
20. Хартвик (F.D. Hartwick), *Astrophys. J.* **154**, 475 (1968).
21. Чернин А.Д. Успехи физ. наук **178**, 267 (2008).
22. Шарина (M.E. Sharina, V.L. Afanasiev, and T.H. Pusia), *MNRAS* **372**, 1259 (2006).
23. Шепли, Сойер (H. Shapley and H.B. Sawyer), *Harvard Observ. Bull.* **849**, 11 (1927).
24. Эйгенсон А.М., Яцык О.С., Астрон. журн. **66**, 548 (1989)[A.M. Eigenson, O.S. Yatsyk, *Sov Astron* **33**, 280 (1989)].
25. Эйгенсон А.М., Яцык О.С., Астрон. журн. **72**, 641 (1995)[A.M. Eigenson, O.S. Yatsyk, *Astron Rep* **39**, 569 (1995)].