

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

*На правах рукописи*



**Тюренкова Вероника Валерьевна**

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ДИФФУЗИОННОГО  
ГОРЕНИЯ КОНДЕНСИРОВАННЫХ МАТЕРИАЛОВ**

Специальность 01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2021

Работа выполнена на кафедре газовой и волновой динамики механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Научный руководитель:

**Смирнов Николай Николаевич**, доктор физико-математических наук, профессор.

Официальные оппоненты:

**Туник Юрий Владимирович**, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, ведущий научный сотрудник лаборатории 109 кинетических процессов в газах НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова.

**Терехов Виктор Иванович**, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник лаборатории термогазодинамики Института теплофизики имени С.С. Кутателадзе Сибирского отделения Российской академии наук.

**Ассовский Игорь Георгиевич**, доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией физики горения твердых топлив Института химической физики имени Н.Н. Семенова Российской академии наук.

Защита состоится 8 октября 2021 г. в 15 часов 00 минут на заседании диссертационного совета МГУ.01.03 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119192, Москва, Мичуринский проспект, д. 1, НИИ Механики МГУ, кинозал.

Email: pelevina.daria@gmail.com

Диссертация находится на хранении в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27). Со сведениями о регистрации участия в защите в удаленном интерактивном режиме и с диссертацией в электронном виде также можно ознакомиться на сайте ИАС "ИСТИНА": <https://istina.msu.ru/dissertations/370876933/>.

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета МГУ.01.03,  
кандидат физико-математических наук

Д.А. Пелевина

## **ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ**

### **Актуальность**

Диссертация посвящена решению задач диффузионного горения конденсированных материалов. В диссертации представлены аналитические решения для задачи о горении одиночной капли и для задачи о горении поверхности термохимически разрушающегося материала, а также произведено численное моделирование распространения пламени по поверхности горючего материала и процессов горения в камере сгорания гибридного ракетного двигателя.

Актуальность темы диссертации обусловлена необходимостью создания новых схем и типов двигателей. Данная проблема имеет большое практическое значение при моделировании и разработке дизельных, ракетных и газотурбинных двигателей, а также других устройств, работающих на жидком топливе (например, котлов и топок).

Результаты проведенных исследований по данной теме будут полезны при конструировании камеры сгорания гибридного ракетного двигателя и решении вопроса расположения твердого топлива в этой камере.

### **Степень разработанности темы исследования**

Изучению распространения пламени посвящено большое количество работ [Я.Б. Зельдович, 1938, 1940, 1944; D. Spalding, 1950, 1953; Д.А. Франк-Каменецкий, 1987; F. Williams, 1971] и др. Большой вклад в развитие теории диффузионного горения внесли работы [В.А. Шваб, 1948; Я.Б. Зельдович, 1949; F. Williams, 1971; D. Spalding, 1966; Б.Ф. Бояршинов, 1981, 1988; Э.П. Волчков, 1982; В.И. Терехов, 1992] и др. Численное моделирование процессов горения в гибридных двигателях описывается в [G. Gariani, 2011; D. Bianchi, 2013, 2014, 2015; S. May, 2015, 2016] и др.

Изучению горения и испарения одиночной капли посвящены работы [Г.А. Варшавский, 1945; D. Spalding, 1953; G. Godsave, 1953; M. Goldsmith, 1954; H. Wise, 1955; F. Williams, 1971; Н.Н. Смирнов, 1997; С.М. Фролов, 2004, 2005; В.Я. Басевич, 2002; V. Nayagam, 2018] и др. Горение капли с так называемым «холодным» пламенем, которое возникает после радиационного затухания горячего видимого пламени, описывается в работах [D. Dietrich, 2005, 2014; T. Farouk, 2011, 2014; V. Nayagam, 2012, 2017; С.М. Фролов, 2016, 2017, 2018].

### **Цели и задачи работы**

Целью диссертационной работы является исследование процессов диффузионного горения конденсированных материалов.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Найти и проанализировать аналитические решения для квазистационарной задачи горения одиночной сферически-симметричной капли жидкого горючего в атмосфере газообразного окислителя с учетом неравновесных фазовых переходов. Оценить время горения капли для равновесного и неравновесного случаев.
2. Провести обобщение метода Шваба-Зельдовича на случай нескольких реакций. Оценить время полного выгорания капли при наличии одной и двух реакций для задачи горения капли н-гептана. Изучить высоко- и низкотемпературные режимы горения капли н-гептана.
3. Получить решения задач о диффузионном горении поверхности горючего материала в потоке окислителя, выраженные аналитическими формулами, а также аналитические формулы для определения скорости выгорания поверхности твердого горючего при ламинарном и турбулентном режимах течения с целью использования их для верификации вычислительной модели.
4. Определить скорости распространения пламени на основе концепции термически тонкого слоя.
5. Получить интегральные соотношения для задачи горения в замкнутом канале из термохимически разрушающегося материала, позволяющие определить потоки массы и тепла у стенок.
6. Провести численное трехмерное моделирование процессов, происходящих в камере сгорания гибридного ракетного двигателя. Провести сравнение скоростей выгорания, полученных из эксперимента и численного моделирования.

### **Научная новизна**

В диссертационной работе впервые получены следующие результаты:

1. Построено аналитическое решение для квазистационарной задачи горения одиночной сферически-симметричной капли жидкого горючего в атмосфере газообразного окислителя с учетом неравновесных фазовых переходов. Показано, что наличие неравновесных эффектов существенно замедляет процесс горения капли, и использование равновесной модели для малых капель дает существенную ошибку.
2. Произведено обобщение метода Шваба-Зельдовича на случай нескольких реакций. Показано, что при наличии двух поверхностей пламени время полного выгорания капли больше, чем в случае, когда учитывается только одна брутто-реакция. Возможно возникновение более медленного и низкотемпературного

режима горения при радиационном потухании пламени на одной из поверхностей.

3. Получены аналитические формулы для определения скорости выгорания поверхности твердого горючего при ламинарном и турбулентном режимах течения для случая горения в замкнутом канале из термохимически разрушающегося материала, позволяющие определить потоки массы и тепла у стенок.
4. Построено аналитическое решение для скорости распространения пламени против потока на основе концепции термически тонкого слоя.
5. Получены новые результаты трехмерного вычислительного моделирования зажигания и распространения пламени по поверхности горючего материала в спутном потоке окислителя, демонстрирующие сильную неустойчивость процесса в начальный период зажигания, формирование языков пламени, которые с течением времени сливаются и выходят на квазистационарный режим, близкий по характеристикам к режиму диффузионного горения.

### **Теоретическая и практическая значимость работы**

Результаты, полученные в данной диссертации, имеют практическую значимость при создании новых схем и типов двигателей. Выводы, сделанные о времени жизни капли, имеют принципиальное значение при создании камер сгорания, использующих в своей работе распыленное жидкое топливо. Также, исследование распространения пламени по поверхности термохимически разрушающегося материала играет важную роль при конструировании камеры сгорания гибридного ракетного двигателя и расположении твердого топлива в этой камере. Полученные результаты позволят повысить эффективность работы существующих двигателей и будут способствовать развитию новых.

Полученные аналитические решения могут быть использованы при постановке экспериментов, когда необходимо определить условия и диапазоны, в которых этот эксперимент будет проходить, а также для верификации численного кода или для внедрения в него с целью уменьшения времени, повышения точности и качества расчетов.

### **Методология и методы исследования**

В диссертационной работе используются аналитические и численные методы исследования.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Квазистационарная задача горения одиночной сферически-симметричной капли жидкого горючего в атмосфере газообразного окислителя с учетом

неравновесных фазовых переходов в предположении о диффузионном режиме горения допускает аналитическое решение. Наличие неравновесных эффектов существенно замедляет процесс горения капли, и использование равновесной модели для малых капель дает существенную ошибку.

2. Аналитические решения, основанные на обобщенном методе Шваба-Зельдовича, свидетельствуют о возможности существования двух и более поверхностей пламени. Наличие двух поверхностей пламени приводит к увеличению времени полного выгорания капли в сравнении с равновесным случаем и случаем, когда учитывается только одна брутто-реакция. Аналитические исследования допускают возможность существования более медленного и низкотемпературного режима горения капли н-гептана при радиационном потухании пламени на одной из поверхностей, что подтверждается сравнением с экспериментальными данными по горению одиночных капель в невесомости.
3. Аналитическое решение, основанное на концепции термически тонкого слоя, для определения скорости распространения пламени против потока по поверхности, показывает увеличение скорости распространения пламени при увеличении тепловыделения в диффузионном пламени, концентрации окислителя в набегающем потоке, теплопроводности в конденсированной фазе. Повышение теплоты испарения вызывает уменьшение скорости распространения пламени. Достоверность результатов подтверждается сравнением их с экспериментальными данными по горению поверхностей в условиях микрогравитации.
4. При численном трехмерном моделировании процессов, происходящих в камере сгорания гибридного двигателя, симметричное решение неустойчиво, несмотря на симметрию камеры сгорания. Демонстрируя сильную неустойчивость в начальный период зажигания, с течением времени горение выходит на квазистационарный режим, близкий по характеристикам к режиму диффузионного горения. Достоверность результатов подтверждается сравнением их с экспериментальными данными по установлению режимов горения в модельных гибридных двигателях.

#### **Достоверность результатов**

Обоснованность полученных результатов следует из корректности постановки задачи, использования основных уравнений для многокомпонентной смеси, основных законов сохранения (массы, количества движения и энергии), граничных

условий и точности полученных аналитических решений, а также применения апробированных численных методов.

Достоверность результатов подтверждается результатами верификационных расчетов, которые хорошо согласуются с полученными аналитическими и численными решениями, а также валидацией путем сравнения теоретических результатов с экспериментальными данными.

### **Апробация работы**

Основные результаты докладывались на следующих международных и всероссийских конференциях и семинарах:

Санкт-Петербургский научный форум "Наука и общество. Новые технологии для новой экономики России", г. Санкт-Петербург, Россия, 2013; Ломоносовские чтения – 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019 МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия; Международная конференция «Математика и информационные технологии в нефтегазовом комплексе», г. Сургут, Россия, 2014, 2016; IAA Symposium "Space Flight Safety", г. Санкт-Петербург, Россия, 2014, 2015, 2018; Всероссийская научно-практическая конференция "Проблемы обеспечения взрывобезопасности и противодействия терроризму", г. Санкт-Петербург, Россия, 2014, 2016; X Международная научно-практическая конференция "Технические средства противодействия террористическим и криминальным взрывам" г. Санкт-Петербург, Россия, 2014; IV Минский международный коллоквиум по физике ударных волн, горения и детонации, г. Минск, Беларусь, 2015; Международная конференция "Супервычисления и математическое моделирование", г. Саров, Россия, 2016, 2018; International Astronautical Congress г. Аделаида, Австралия, 2017, г. Бремен, Германия, 2018; «Информационные технологии на службе оборонно-промышленного комплекса», г. Ялта, Россия, 2018; International Conference on Combustion Physics and Chemistry, г. Самара, Россия, 2018; 27th International Colloquium on the Dynamics of Explosions and Reactive Systems (ICDERS), г. Пекин, Китай, 2019; XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, г. Уфа, Россия, 2019; Научно-исследовательский семинар по детонации и горению имени И.Н. Зверева, МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия, 2020; Научно-исследовательский семинар кафедры газовой и волновой динамики, МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия, 2021; Научно-исследовательский семинар кафедры аэромеханики и газовой динамики, МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия, 2021; Семинар по механике сплошных сред под руководством А.Г. Куликовского, В.П. Карликова, О.Э. Мельника и А.Н. Осипцова, МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия, 2021.

## **Публикации по теме диссертации**

Основные результаты, представленные в диссертации, изложены в 17 работах, из них 10 опубликованы в изданиях, индексируемых в базах Web of Science и/или Scopus.

## **Личный вклад автора**

Результаты, изложенные в диссертационной работе, получены автором лично или в соавторстве при его непосредственном участии. Автором было получено решение всех поставленных задач и проведен анализ полученных решений. Автором была проведена работа по подготовке статей для публикаций в научных журналах и докладов для представления на российских и международных конференциях. Основные идеи и положения работы изложены в 17 научных работах автора общим объемом 13,59 п.л. Личный вклад автора составляет 8,41 п.л.

## **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из введения, обзора литературы, трех глав, заключения, приложения и списка литературы. Полный объем диссертации составляет 220 страниц с 49 рисунками и 4 таблицами. Список литературы содержит 275 наименований.

## **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

Во **введении** рассматривается актуальность, степень разработанности, цели, задачи, научная новизна, теоретическая и практическая значимость представленного в диссертации исследования, а также положения, выносимые на защиту и оценка достоверности полученных результатов.

В **обзоре литературы** представлена соответствующая теме диссертации литература и дана оценка проработанности данной темы.

**Глава 1** посвящена точным решениям задачи горения и испарения капли горючего в атмосфере газообразного окислителя с учетом неравновесных фазовых переходов. Рассмотрены случаи наличия как одной, так и нескольких независимых брутто-реакций, описывающих химическое взаимодействие окислителя с горючим. Показано, что неравновесность фазового перехода оказывает наиболее существенное влияние на скорость горения капель малого диаметра, при этом скорость выгорания существенно замедляется и остается всегда дозвуковой даже при стремлении диаметра капли к нулю.

Изучено горение капли горючего в высоко- и низкотемпературных режимах с использованием аналитического подхода. Отдельно рассмотрено горение с «холодным» пламенем. Показано, что после радиационного погасания «горячего» пламени процесс горения может продолжаться без наличия видимой поверхности

пламени и с существенно меньшей скоростью. Достоверность полученных результатов подтверждается сравнением их с экспериментальными данными FLEX по горению одиночных капель в невесомости.

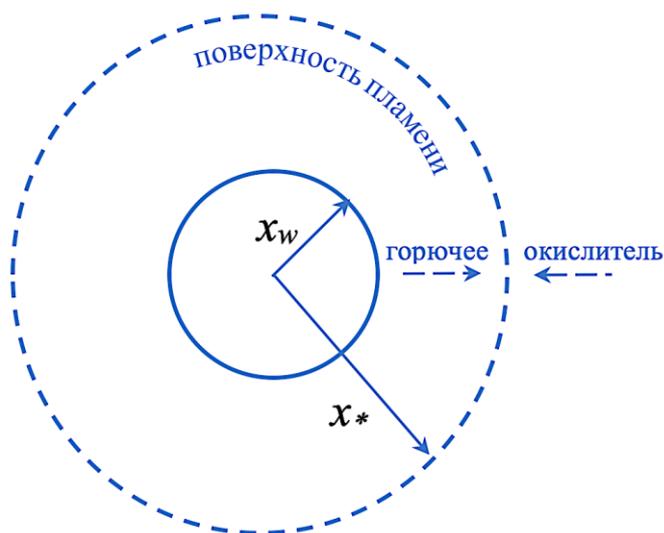


Рис. 1. Схематическое изображение постановки задачи.

**Раздел 1.1** посвящен диффузионному горению капли горючего при протекании одноступенчатой химической реакции с учетом неравновесных эффектов. В данном разделе рассматривается сферически-симметричная задача горения одиночной равномерно прогретой капли постоянного радиуса в атмосфере окислителя (Рис. 1).

**Раздел 1.1.1** включает в себя основные предположения задачи, систему определяющих уравнений, граничные условия, а также описание хода решения и полученные аналитические формулы.

Задача решается в гомобарическом приближении, эффекты, связанные с объемной вязкостью, относительным изменением давления, термодиффузией и с

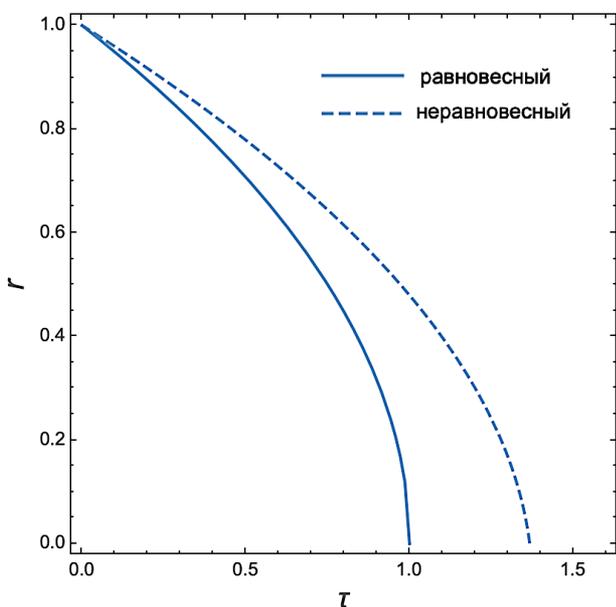


Рис. 2. Зависимость безразмерного радиуса капли от времени для равновесного (сплошная кривая) и неравновесного (пунктирная кривая) случаев в задаче горения капли н-гептана.

влиянием массовых сил, не учитываются. Предполагается, что процесс горения капли протекает в квазистационарном режиме, а все химические реакции происходят на поверхности пламени ( $x = x_*$ ), устанавливающейся в потоке (т.е. процесс горения диффузионный). Для описания неравновесного испарения на поверхности фазового перехода используется уравнение Герца-Кнудсена.

Если также положить числа Льюиса всех химических компонент равными единице, то можно применить линейное преобразование Шваба-Зельдовича, исключая функции скоростей химических реакций. В этом случае уравнения движения, энергии и диффузии

становятся подобными, что существенно упрощает решение задачи. А предположение о диффузионном режиме горения, т.е. о том, что вне поверхности пламени отсутствует горючее, а внутри поверхности – окислитель, позволяет понизить порядок решаемой системы. Последующее введение автомодельных переменных дает возможность получить для поставленной задачи аналитическое решение и построить графики распределения температуры и концентраций. Также, для определения различия скорости выгорания при расчетах по равновесной и неравновесной моделям был введен безразмерный параметр  $I_N = (\lambda / (\rho c_p \delta_N x_w)) \sqrt{2\pi / R_e T_e}$ , характеризующий отклонение системы от равновесия, и изучена зависимость числа  $Pe = \dot{m} x_w / \rho D$  от данного параметра в неравновесном и равновесном случаях, где  $x_w$  - радиус капли,  $\delta_N$  - коэффициент аккомодации,  $\dot{m}$  - массовая скорость испарения,  $D$  - коэффициент диффузии.

В качестве примера в **разделе 1.1.2** было рассмотрено горение капли н-гептана ( $C_7H_{16}$ ) в воздухе при внешних давлении  $p_e = 1 \text{ атм}$  и температуре  $T_e = 300 \text{ К}$ . Соответствующая рассматриваемому процессу химическая брутто-реакция имеет следующий вид:  $C_7H_{16} + 11O_2 = 7CO_2 + 8H_2O$ .

В **разделе 1.1.3** исследована зависимость безразмерного радиуса капли  $r = x_w / x_{wo}$  от безразмерного времени  $\tau = t / t_o$  для равновесного и неравновесного случаев (Рис. 2), где  $x_{wo}$  - начальный радиус,  $t_o = \rho_{liquid} x_{wo}^2 / 2\rho_{gas} DPe_{eq}$  - характерное

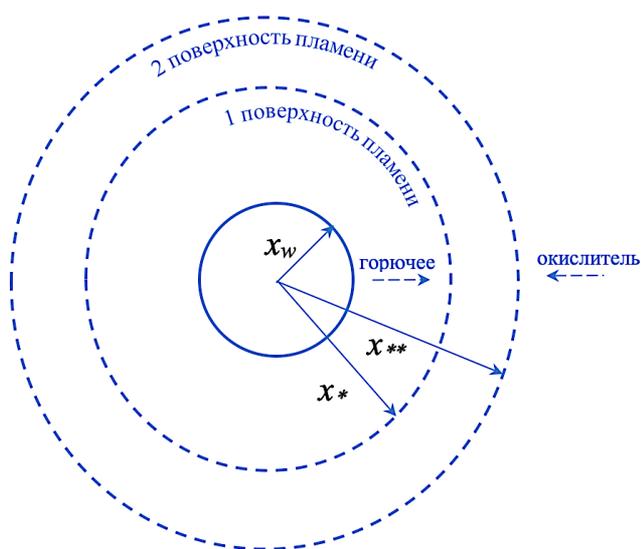


Рис. 3. Схематическое изображение постановки задачи.

эффективной скорости реакции, что соответствует протеканию одной брутто-реакции. В **разделе 1.2** рассмотрен случай, когда протекание химических реакций может быть описано с помощью нескольких реакций (Рис. 3).

время сгорания капли при равновесном режиме испарения. Для рассматриваемого примера учет неравновесных эффектов существенно замедляет процесс горения капли, так что время полного выгорания значительно возрастает.

При исследовании задач диффузионного горения в разделе 1.1 делалось предположение о том, что химические реакции можно описать с помощью одной переменной величины –

В **разделе 1.2.1**, как и в разделе 1.1.1, представлены определяющие уравнения и граничные условия. Предположения использовались такие же, как и в разделе 1.1.1. Введение автомодельных переменных позволяет получить в данном случае аналитическое решение и построить графики распределения температуры и концентраций. Если концентрации всех независимых компонент у поверхности раздела фаз равны нулю, то полученные формулы совпадают с соответствующими формулами для одной реакции, описанными в разделе 1.1.1.

В качестве примера в **разделе 1.2.2** рассмотрено горение капли н-гептана ( $C_7H_{16}$ ) в воздухе. Предполагается наличие двух поверхностей пламени, на которых локализованы химические превращения, связанные следующими брутто-соотношениями: на первой поверхности пламени ( $x = x_*$ ) –  $2C_7H_{16} + 15O_2 = 14CO + 16H_2O$ , на второй поверхности пламени ( $x = x_{**}$ ) –  $2CO + O_2 = 2CO_2$ . При решении задачи использовались следующие предположения для концентраций (обобщение метода Шваба-Зельдовича):  $Y_{C_7H_{16}} = 0$  при  $x \geq x_*$ ;  $Y_{O_2} = 0$  при  $x \leq x_*$ ;  $Y_{CO} = 0$  при  $x \geq x_{**}$ .

В **разделе 1.2.3** приведен расчет горения капли н-гептана в воздухе при

протекании двух независимых реакций при следующих значениях параметров:  $p_e = 1$  атм и  $T_e = 300$  К.

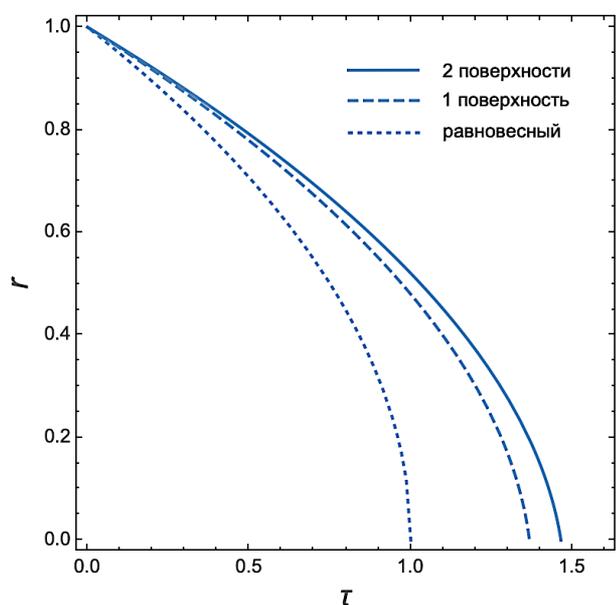


Рис. 4. Зависимость безразмерного радиуса капли от времени для задачи горения капли н-гептана в неравновесном случае при протекании одной (пунктирная линия) и двух (сплошная линия) реакций и в равновесном случае.

В **разделе 1.2.4** исследована зависимость безразмерного радиуса капли  $r = x_w/x_{wo}$  от безразмерного времени  $\tau = t/t_o$ , где  $x_{wo}$  – начальный радиус,  $t_o = \rho_{liquid}x_{wo}^2/2\rho_{gas}DPe_{eq}$  – характерное время сгорания капли при равновесном режиме испарения (Рис. 4). Для рассматриваемого примера учет неравновесных эффектов существенно замедляет процесс горения капли. Также, при наличии двух поверхностей пламени время полного выгорания капли больше, чем в случае, когда протекает только одна

брутто-реакция.

В ходе экспериментов FLEX было обнаружено, что капля н-гептана ведет себя необычным образом: после радиационного затухания горячего видимого пламени, радиус капли продолжает уменьшаться, т.е. капля продолжает гореть. Такое горение капли называют горением с «холодным» пламенем или «холодным» горением. «Холодное» пламя не фиксируется приборами наблюдения, использованными в экспериментах FLEX.

В **разделе 1.3** проведено исследование «холодного» горения капли н-гептана с

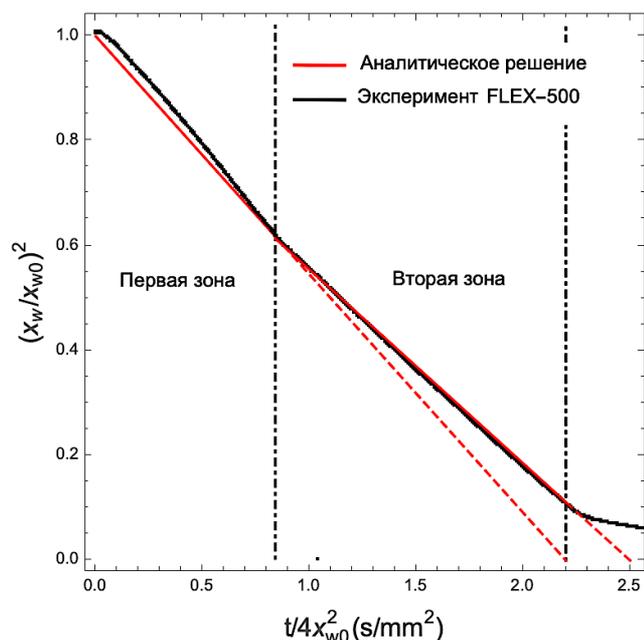


Рис. 5. Сравнение аналитического решения для изменения радиуса капли н-гептана начального диаметра 3.6 мм с данными эксперимента FLEX-500.

использованием аналитического подхода. Основные уравнения, граничные условия, а также методы решения, описанные в разделе 1.2.1, повторяются в **разделе 1.3.1** с той лишь разницей, что решение ищется для равновесного случая и учитывается прогрев капли.

В **разделе 1.3.2** рассматривается горение капли н-гептана ( $C_7H_{16}$ ) в воздухе. Предполагается, что существуют две поверхности пламени. Данный случай соответствует высокотемпературному режиму горения и качественно согласуется с численными

расчетами других авторов. Низкотемпературный режим имеет сильно нестационарную структуру, и распределение концентраций и температуры не может быть описано с помощью стационарного решения.

Но, несмотря на это, эволюции диаметра (Рис. 5) и пламени капли могут быть получены из квазистационарного решения, описанного в **разделе 1.3.3**. В высокотемпературной стадии горения (первая зона) существуют две поверхности пламени, но первая поверхность пламени видима, а вторая поверхность пламени невидима. В низкотемпературной стадии горения (вторая зона) присутствует одна химическая брутто-реакция и соответствующая ей невидимая поверхность пламени.

В **разделе 1.4** представлены выводы к Главе 1.

В **Главе 2** рассматривается горение поверхности твердого топлива с неподвижной зоной химической реакции, стабилизированной в потоке окислителя над слоем горючего. Для данной задачи получены аналитические формулы для

определения скорости выгорания твердого топлива в случае ламинарного и турбулентного режимов течения. В задаче о горении поверхности горючего материала получены зависимости скорости распространения пламени против потока

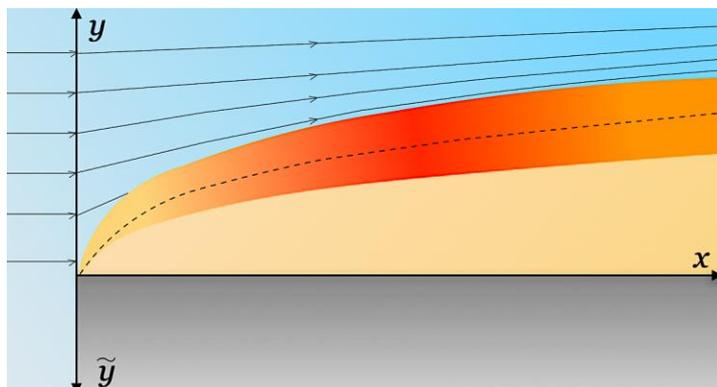


Рис. 6. Схематичное изображение постановки задачи о горении поверхности топлива в потоке окислителя.

от определяющих параметров задачи.

Исследовано горение термохимически разрушающихся стенок замкнутого канала при обдувании потоком окислителя, и выведены интегральные соотношения для определения потоков массы и тепла. Показано, что увеличение тепловыделения в диффузионном пламени, концентрации окислителя в

набегающем потоке, теплопроводности в газовой фазе приводит к увеличению скорости распространения пламени против потока. Повышение теплоты испарения вызывает уменьшение скорости распространения пламени. Достоверность полученных результатов подтверждается сравнением их с экспериментальными данными по горению поверхностей в условиях микрогравитации.

**Раздел 2.1** посвящен горению поверхности твердого топлива с неподвижной зоной химической реакции, стабилизированной в потоке окислителя над слоем горючего, в рамках теории пограничного слоя. Прямоугольные системы координат  $(x, y)$  и  $(\tilde{x}, \tilde{y})$  выбраны так, чтобы ось  $x$  совпадала с поверхностью раздела фаз и была ориентирована по направлению потока окислителя, а оси  $y$  и  $\tilde{y}$  направлены в сторону от поверхности раздела соответственно в газ и твердое горючее. Начало координат совпадает с началом пограничного слоя (Рис. 6).

При выборе математической модели, описанной в **разделе 2.1.1**, эффектами, связанными с влиянием массовых сил, термодиффузии, диффузионных градиентов давления, объемной вязкости, пренебрегается. Предполагается, что коэффициенты бинарной диффузии для различных компонент равны. При решении задач горения отдельные компоненты смеси считаются совершенными газами, для которых справедливо равенство чисел Прандтля и Шмидта единице.

Как показано в **разделе 2.1.2**, определяющая система уравнений в газе в случае покоящегося пламени над слоем топлива при принятых предположениях допускает решение в виде интегралов.

Наличие у системы первых интегралов позволяет свести решение задачи к решению трех уравнений. Как следует из **раздела 2.1.3**, оставшиеся три уравнения в случае диффузионного режима горения допускают введение автомодельных переменных:  $\eta = z\sqrt{u_e/2\zeta}$  и  $\Psi = \sqrt{2\zeta u_e} g(\eta)$ , где  $z = \int_0^y \rho dy$ ,  $\zeta = \rho\mu x$ . Таким образом, система уравнений в газе сводится к решению одного обыкновенного дифференциального уравнения  $g'''(\eta) + g''(\eta)g(\eta) = 0$  с граничными условиями  $g'(0) = 0, g'(\infty) = 1, g(0) = -Bg''(0)$ , где  $B = -(\rho v)_w u_e / \tau_w$  – безразмерный параметр массообмена,  $\tau_w = -(\mu \partial u / \partial y)_w$  – напряжение трения на стенке,  $u_e$  – скорость внешнего потока.

В **разделе 2.1.4** представлены уравнения пограничного слоя в топливе для данной задачи. Интегрирование данных уравнений позволяет получить соотношения для определения параметра массообмена  $B$ .

**Раздел 2.1.5** посвящен исследованию скорости выгорания твердого топлива в случае ламинарного режима течения. Выражение для определения скорости выгорания горючего  $\tilde{v}_f$  в случае стационарного диффузионного пламени имеет следующий вид:

$$(\rho\tilde{v})_f = \sqrt{1/2 \cdot u_e \rho \mu} g(0) / \sqrt{x}. \quad (1)$$

Скорость выгорания поверхности топлива максимальна в носике пламени и уменьшается к концу. В качестве примера рассмотрено горение твердого топлива НТРВ (hydroxyl-terminated polybutadiene) в потоке окислителя. При горении поверхности твердого топлива кинетический режим горения реализуется только на некотором расстоянии от носика пограничного слоя, пока потоки диффузии еще достаточно велики. С увеличением расстояния от носика пламени скорость химической реакции сначала становится сравнимой со скоростью диффузии, а после устанавливается диффузионный режим горения. В данном разделе определено расстояние от носика пограничного слоя  $x_b$ , на котором диффузионная модель не работает, и данная область соответствует кинетическому режиму горения.

Следовательно, при  $x \geq x_b$  реализуется диффузионный режим горения, а при  $x \leq x_b$  кинетический.

В **разделе 2.1.6** представлено аналитическое решение для определения скорости выгорания топлива в случае турбулентного режима течения:

$$(\rho\tilde{v})_f = \frac{B}{u_e} \tau_w = 0.0296 \cdot \rho u_e \ln(1 + B) \cdot \text{Re}^{-1/5}. \quad (2)$$

Так как пограничный слой вблизи начала координат  $(0, x_L)$  остается ламинарным и становится турбулентным только на некотором расстоянии  $x_T$  от

начала пограничного слоя, то скорость выгорания топлива до  $x_L$  будет определяться по формуле (1), а после  $x_T$  по формуле (2), а область  $x_L \leq x \leq x_T$  является переходной областью между ламинарным и турбулентным режимами течения (Рис.7).

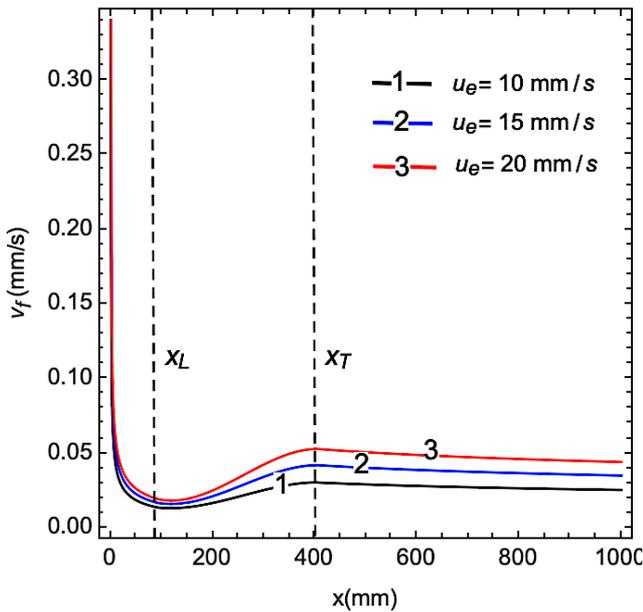


Рис. 7. Профиль скорости выгорания поверхности горючего при турбулентном режиме течения для разных скоростей вдува ( $Y_{1e} = 0.3$ ).

Также, как и в разделе 2.1, в **разделе 2.2** исследуется горение плоской поверхности топлива в потоке окислителя при отсутствии продольного градиента давления. Задача решается в рамках предположений теории пограничного слоя и предположении о наличии диффузионного пламени. Также, учитывается динамика потока в рамках теории пограничного слоя и динамика прогрева топлива при движении от кончика пламени. Система координат используется такая же, как и в разделе 2.1.

Если в разделе 2.1 предполагалось, что пламя стабилизировано над слоем горючего (т.е.  $u_w = 0$ ), то в данном разделе скорость распространения пламени по поверхности горючего материала против потока как раз изучается. В остальном, уравнения, описанные в **разделе 2.2.1**, а также первые интегралы, представленные в **разделе 2.2.2**, совпадают с уравнениями и первыми интегралами раздела 2.1.1. и 2.1.2 соответственно. Как показано в **разделе 2.2.3**, введение автомодельных переменных  $\eta = z\sqrt{|u_e - u_w|/2\zeta}$  и  $\Psi = \sqrt{2\zeta|u_e - u_w|}g(\eta)\text{sign}(u_e - u_w)$ , где  $u_w$  – скоростью движения поверхности пламени вдоль оси  $x$ , позволяет свести решение системы уравнений пограничного слоя в газе к решению одного обыкновенного дифференциального уравнения  $g'''(\eta) + g''(\eta)(g(\eta) + \eta \cdot u_w / (u_e - u_w)) = 0$  с граничными условиями  $g'(0) = 0, g'(\infty) = 1, g(0) = -\text{sign}(u_e - u_w)Bg''(0)$ . Параметр массообмена  $B$  находится из решения уравнений пограничного слоя в топливе.

Исследуемое дифференциальное уравнение с нетривиальными краевыми условиями требует достаточно трудоемкого численного решения. Поэтому оказывается целесообразным использовать приближенные методы с тем, чтобы обнаружить общие закономерности, связанные с распространением фронта горения,

и получить зависимости скорости распространения пламени против потока от определяющих параметров задачи в явном виде. В **разделе 2.2.4** скорость распространения пламени против потока по тонкому слою определяется на основе теплопритоков в слой от диффузионного пламени, теплоотвода энергии в окружающую среду и потока тепла, идущего на прогрев слоя перед пламенем до температуры фазового перехода.

На Рис. 8 представлена зависимость скорости распространения пламени против

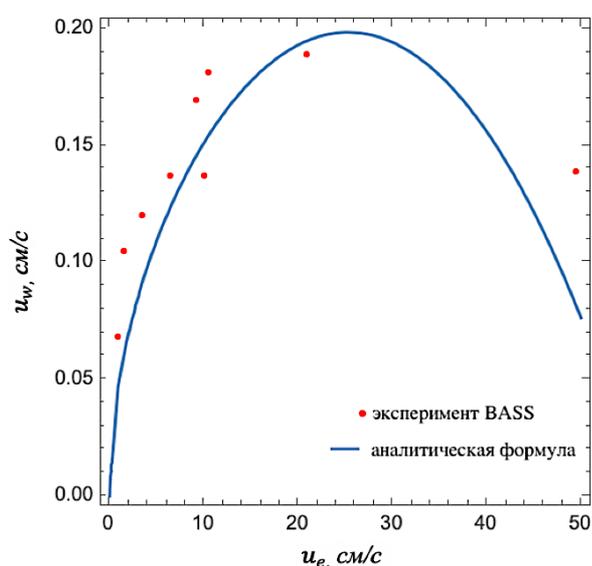


Рис. 8. Сравнение аналитического решения для скорости распространения пламени против потока от скорости потока с результатами эксперимента BASS.

потока от скорости потока, полученная по аналитической формуле, представленной в разделе 2.2.4, и данные, полученные в ходе эксперимента BASS по горению поверхности материала SIBLE в невесомости. Из Рис. 8 видно, что сначала скорость распространения пламени возрастает с увеличением скорости потока, а затем при дальнейшем увеличении скорости потока скорость распространения пламени падает. Получено качественное и количественное согласование расчетных и экспериментальных данных. Таким образом, аналитическое решение позволяет в рамках сделанных предположений оценить характер

распространения пламени против потока.

В **разделе 2.3** представлены интегральные соотношения для задачи горения в канале из термохимически разрушающихся стенок, учитывающие наиболее существенные факторы и позволяющие получить простые формулы для проведения расчетов.

В **разделе 2.3.1** рассмотрена система уравнений для нестационарного течения смеси газов с химическими реакциями. При выводе уравнений эффектами, связанными с влиянием массовых сил, термодиффузии, диффузионных градиентов давления, объемной вязкости, пренебрегалось; коэффициенты бинарной диффузии для различных компонентов считались равными; пренебрегалось градиентами давления, турбулентность не учитывалась ( $K = 0$ ) и числа Прандтля и Шмидта считались равными единице.

В таком случае, как показано в **разделе 2.3.2**, система определяющих уравнений допускает первые интегралы, что позволяет в **разделе 2.3.3** для задачи горения в

замкнутом канале из термохимически разрушающегося материала получить интегральные соотношения для определения потоков массы и тепла у стенок.

**Раздел 2.4** содержит выводы к Главе 2.

В **Главе 3** представлены результаты численного моделирования распространения пламени по поверхности горючего материала. Разработана математическая модель с учетом особенностей диффузионного горения топлива в потоке окислителя. Выполнено трехмерное моделирование нестационарных процессов в химически реагирующей газовой смеси над термохимически разрушающейся поверхностью. Проведена верификация численной схемы с использованием аналитического решения, полученного в предыдущей главе. В качестве примера рассмотрены процессы, происходящие в камере сгорания гибридного двигателя. При численном моделировании процессов, происходящих в камере сгорания гибридного двигателя показано, что с течением времени отдельные языки пламени сливаются, и горение выходит на квазистационарный режим, близкий по характеристикам к режиму диффузионного горения. Достоверность полученных результатов подтверждается сравнением их с экспериментальными данными по установлению режимов горения в модельных гибридных двигателях.

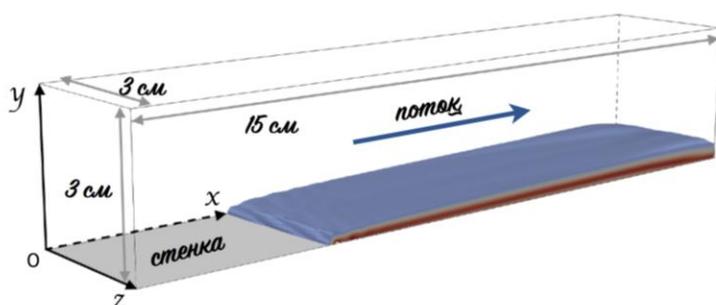


Рис. 9. Трехмерное схематическое изображение задачи распространения пламени по плоской поверхности горючего материала.

моделирования турбулентности. Химическая кинетика, определение коэффициентов скоростей реакции представлены в **разделе 3.1.2**. В данной задаче рассматриваются граничные условия двух видов: адиабатическая некаталитическая стенка и стенка из термохимически разрушающегося материала. Их описание содержится в **разделе 3.1.3**.

Как показано в **разделе 3.1.4**, в рассматриваемой задаче горючая смесь состоит из 10 компонент:  $C_4H_6$ ,  $H_2O$ ,  $CO_2$ ,  $H$ ,  $O$ ,  $OH$ ,  $CO$ ,  $O_2$ ,  $H_2$ ,  $N_2$ . Для примера, в качестве горючего рассматривается НТРВ (hydroxyl-terminated polybutadiene), кинетический механизм горения которого состоит из 11 обратимых реакций.

В **разделе 3.1** приводится математическая модель решаемой задачи. **Раздел 3.1.1** содержит описание системы определяющих уравнений для расчета многокомпонентной газовой динамики с химическими превращениями и ка-омега модель Уилкокса для

В **разделе 3.2** рассматривается тепло- и массообмен при турбулентном течении около термохимически разрушающейся стенки. В **разделе 3.3** представлены результаты численного моделирования трехмерного течения смеси газов с химическими реакциями над плоской поверхностью горючего материала (Рис. 9). Для создания вычислительной модели, которая с приемлемой точностью моделировала бы изучаемые в данной главе процессы, при численном моделировании были реализованы два способа определения потока тепла и массы, описанные в разделе 3.2.

Также, для верификации указанных моделей было проведено сравнение численных результатов с аналитическим решением, полученным в рамках приближения пограничного слоя в Главе 2.

Расчетная область изображена на Рис.9. С левой стороны набегаёт сверхзвуковой поток воздуха. Параметры потока на входе следующие: температура 1156 K, скорость 1067 м/с и давление 7,4 бар. В начальный момент времени область заполнена воздухом при температуре 1000 K и давлении 1 бар. В качестве топлива взят НТРВ, который обычно используется в гибридных двигателях.

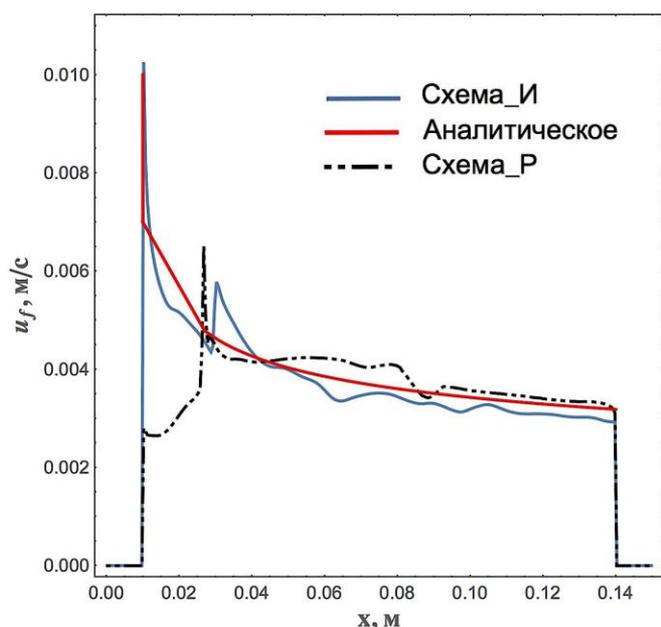


Рис. 10. Сравнение аналитического и численных решений для скорости выгорания топлива в зависимости от координаты  $x$  для установившегося режима.

использовать для дальнейшего вычислительного моделирования подобных задач, проведено сравнение скорости выгорания горючего, рассчитанной по моделям «Схема\_Р» и «Схема\_И», с аналитическим решением, полученным в рамках приближения пограничного слоя в Главе 2.

Из представленного графика (Рис. 10) видно, что кривые имеют существенное

Рассматриваются две численные модели, по-разному реализующие расчет потоков массы и тепла. В первом случае, назовем его «Схема\_Р», при численном моделировании определение потоков массы и тепла происходит на основе аналогии Рейнольдса. Во втором случае, назовем его «Схема\_И», тепловой поток и поток массы определяются исходя из интегральных соотношений, выведенных в Главе 2.

Для того, чтобы определить корректность представленных численных схем, а также выявить какой из подходов предпочтительней

различие только в том месте, где начинается горючий материал (на Рис. 10 «Схема\_И» имеет первый пик), а после второго пика, расположение которого соответствует положению носика пламени, различие между тремя графиками можно считать несущественным.

При корректности обеих схем, предпочтение отдается схеме «Схема\_Р», которая и будет использоваться в дальнейших численных расчетах.

На Рис. 11 изображены результаты трехмерного численного моделирования для распределения температуры газа в рассматриваемой расчетной области. Видно образование «пальцев» пламени разной длины. Со временем фронт пламени становится устойчивым.

**Раздел 3.4** посвящен трехмерному численному моделированию течения в камере сгорания гибридного ракетного двигателя (Рис. 12). На Рис. 13 представлено распределение температуры газа в камере сгорания гибридного ракетного двигателя. С течением времени происходит стабилизация потока, зона горения охватывает всю поверхность горючего материала и смещается ближе к термохимически разрушающимся стенкам, что характерно для диффузионного режима, установившегося в камере сгорания.

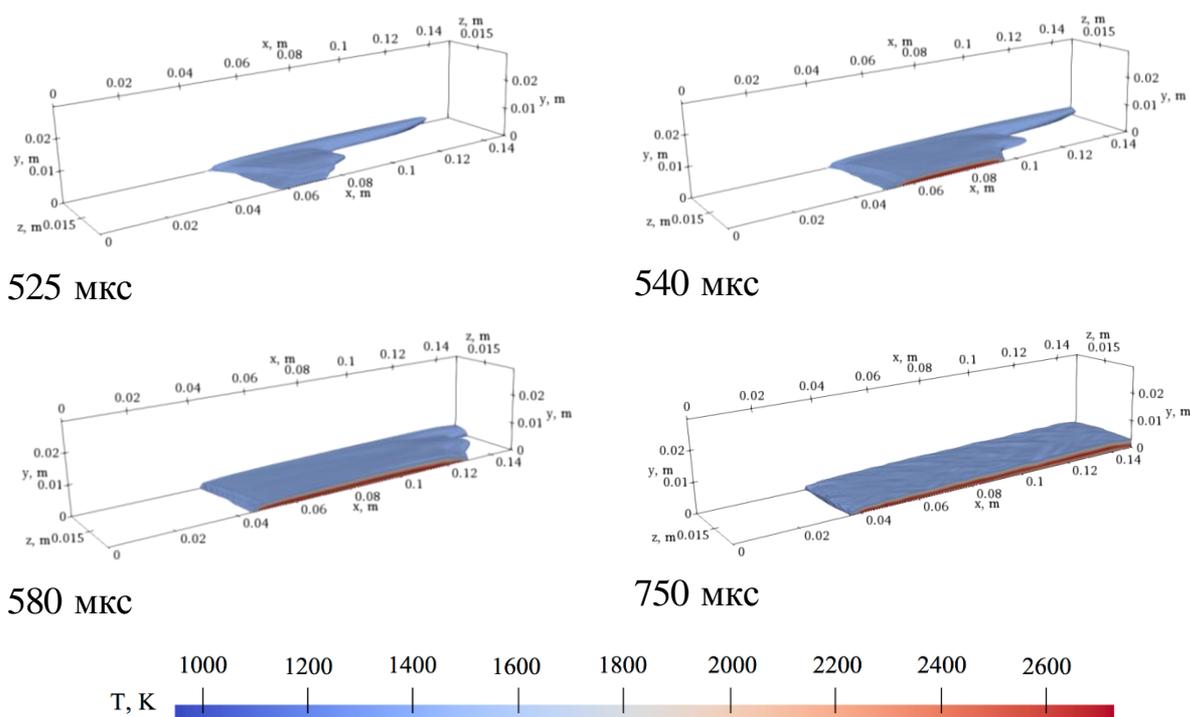


Рис. 11. Временная эволюция температуры газа для задачи распространения пламени по плоской поверхности в трехмерной области.

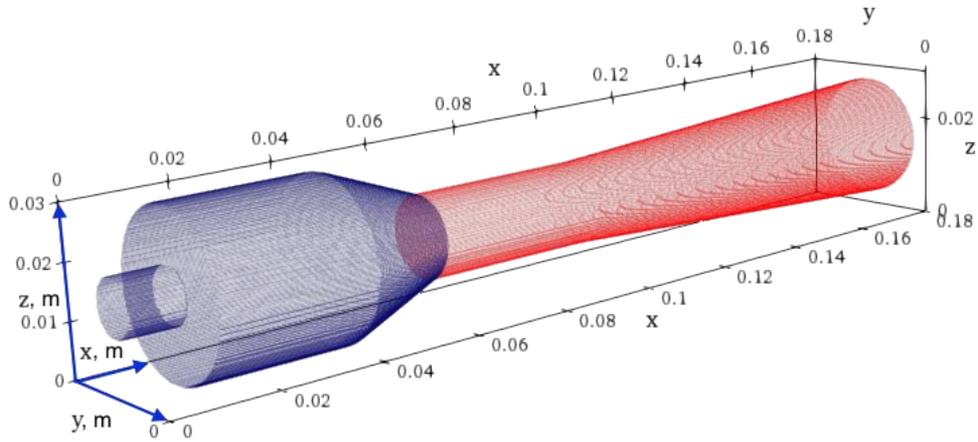


Рис. 12. Схема расчетной области в трехмерной постановке.

**Раздел 3.5** посвящен сравнению численных результатов моделирования камеры сгорания гибридного ракетного двигателя с экспериментальными данными. Через отверстие слева в камеру сгорания вдувается кислород при следующих условиях: температура  $1400\text{ K}$ , массовый расход  $0.15\text{ кг/с}$ , число Маха 1. На выходе с правой стороны камеры использовались свободные граничные условия. В начальный момент камера заполнена воздухом при температуре  $1298\text{ K}$  и давлении  $1\text{ бар}$ .

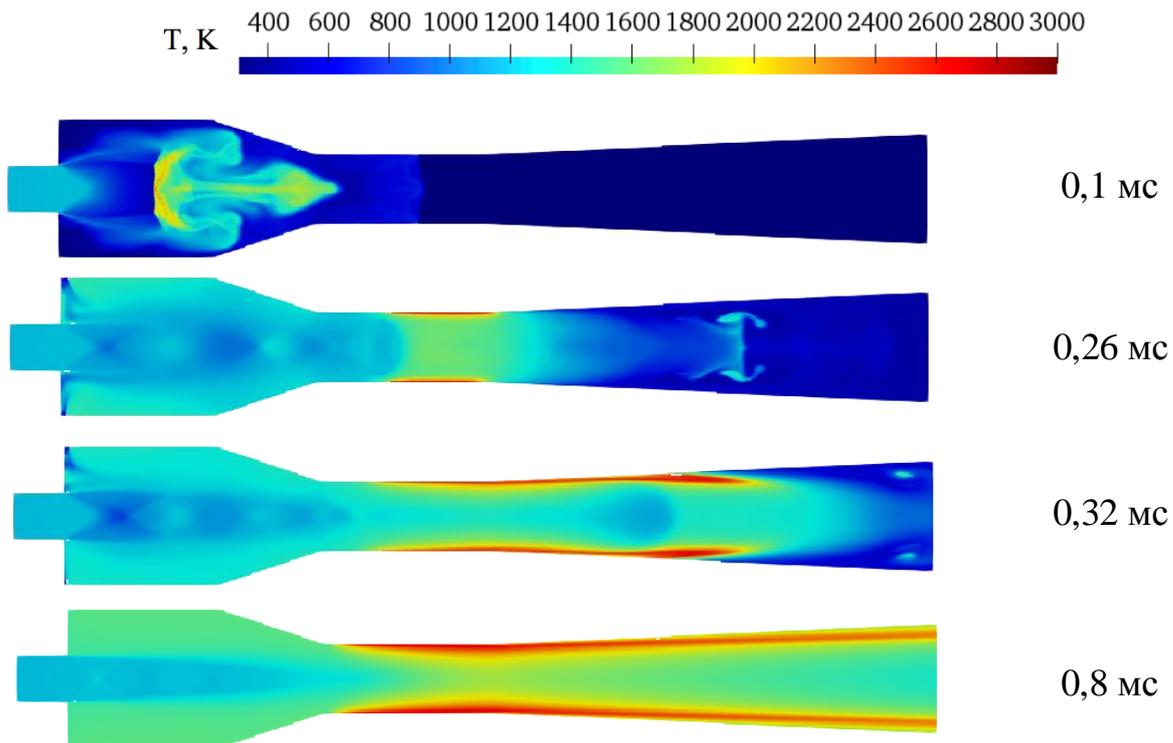


Рис. 13. Распределение температуры внутри камеры сгорания в различные моменты времени.

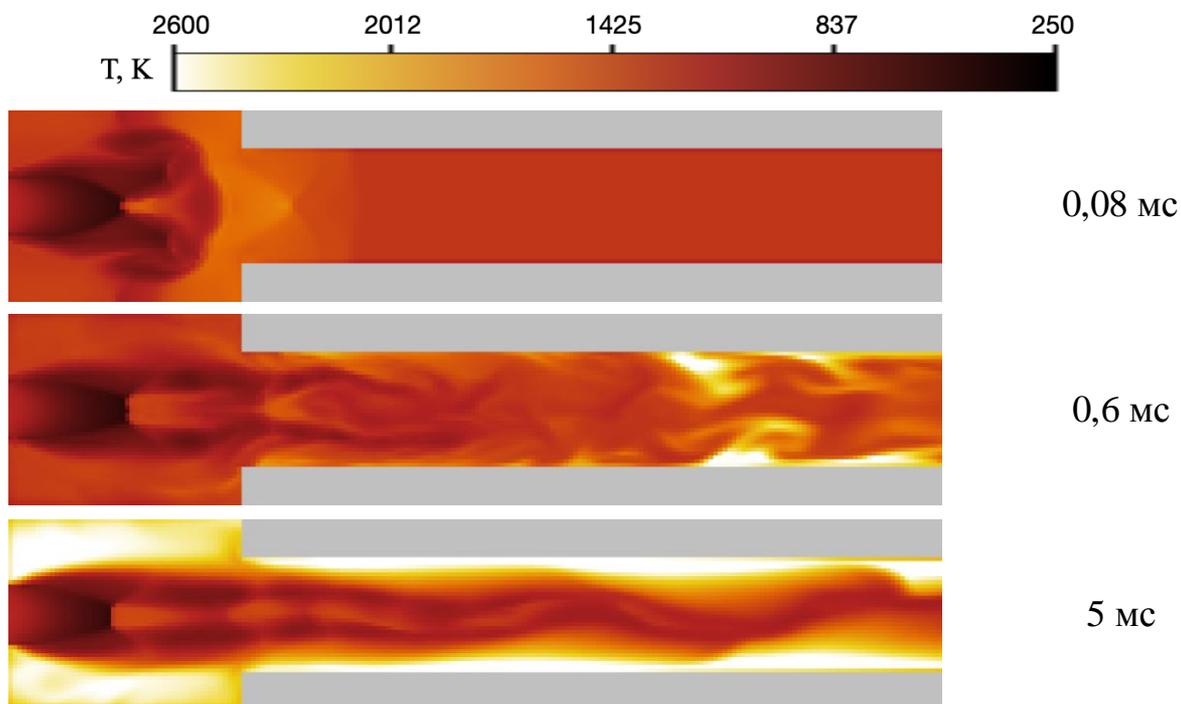


Рис. 14. Распределение температуры внутри камеры сгорания в различные моменты времени.

На Рис. 14 изображено распределение температуры в камере сгорания в различные моменты времени. Отчетливо заметны области, содержащие продукты реакции и захваченные турбулентным потоком. Несмотря на симметрию камеры сгорания, симметричное решение неустойчиво. Так как пламя занимает область около стенки, процесс горения можно считать диффузионными.

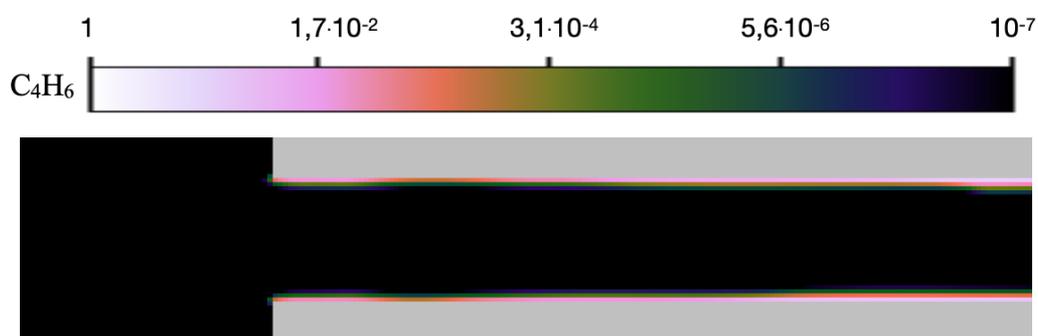


Рис. 15. Молярная доля паров топлива ( $C_4H_6$ ) в камере через 5 мс после начала процесса.

На Рис. 15 можно видеть распределение паров твёрдого топлива в камере сгорания. Такая картина характерна для всех моментов времени. Пары топлива находятся только около поверхности твёрдого топлива, что свидетельствует о том, что горючее полностью реагирует с окислителем. Такой процесс характерен для диффузионного горения.

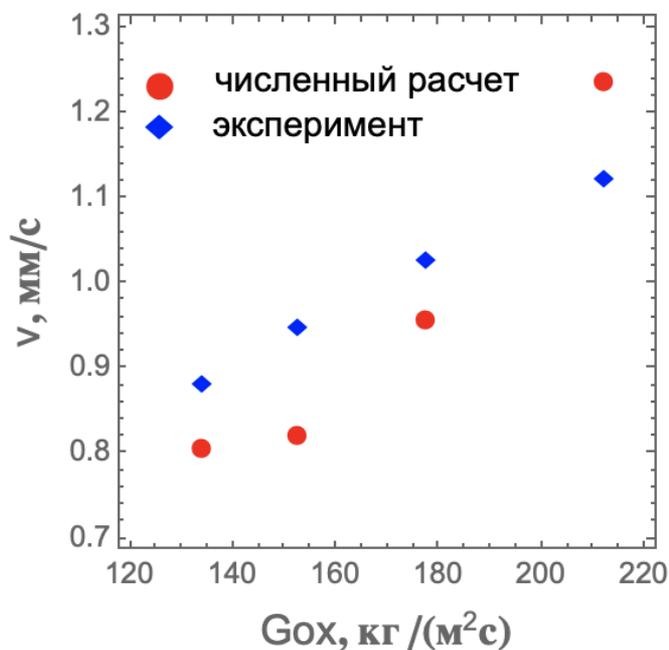


Рис. 16. Скорость выгорания, полученная в результате эксперимента и численного моделирования.

диссертации.

## ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

**Статьи в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science и Scopus:**

1. *Kushnirenko A. G., Stamov L. I., Tyurenkova V. V., Smirnova M.N., Mikhailchenko E.V.* Three-dimensional numerical modeling of a rocket engine with solid fuel // *Acta Astronautica*. — 2021. — no. 181. — P. 544–551. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2021.01.028> (WoS, Q1, Impact Factor JCR - 2.83) (0,87 п.л./ авторский вклад 0,43 п.л.)
2. *Tyurenkova V. V., Stamov L. I.* Flame propagation in weightlessness above the burning surface of material // *Acta Astronautica*. — 2019. — Vol. 159. — P. 342–348. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.03.053> (WoS, Q1, Impact Factor JCR - 2.83) (0,76 п.л./ авторский вклад 0,38 п.л.)
3. *Tyurenkova V. V.* Two regimes of a single n-heptane droplet combustion // *Acta Astronautica*. — 2019. — Vol. 163, no. A. — P. 25–32. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.01.045> (WoS, Q1, Impact Factor JCR - 2.83) (0,87 п.л.)
4. *Betelin V. B., Kushnirenko A. G., Smirnov N. N., Nikitin V.F., Tyurenkova V.V., Stamov L.I.* Numerical investigations of hybrid rocket engines // *Acta Astronautica*. — 2018. — Vol. 144. — P. 363–370. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2018.01.009> (WoS, Q1, Impact Factor JCR - 2.83) (0,87 п.л./ авторский вклад 0,43 п.л.)

На Рис. 16 проведено сравнение скорости выгорания, полученной из эксперимента и численного моделирования. В целом, получено удовлетворительное соответствие между экспериментальными данными и численными результатами.

В **разделе 3.6** содержатся выводы к Главе 3.

В **заклучении** приведены основные результаты диссертационной работы, которые отражены в положениях, выносимых на защиту. В **приложении** приведен список публикаций автора по теме

5. *Tyurenkova V. V., Smirnova M. N.* Material combustion in oxidant flows: Self-similar solutions // *Acta Astronautica*. — 2016. — Vol. 120. — P. 129–137. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2015.11.033> (WoS, Q1, Impact Factor JCR - 2.83) (0,96 п.л./ авторский вклад 0,48 п.л.)
6. *Smirnov N. N., Tyurenkova V. V., Smirnova M. N.* Laminar diffusion flame propagation over thermally destructing material // *Acta Astronautica*. — 2015. — Vol. 109. — P. 217–224. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2015.11.033> (WoS, Q1, Impact Factor JCR - 2.83) (0,87 п.л./ авторский вклад 0,43 п.л.)
7. *Тюренкова В. В., Смирнов Н. Н.* Горение капли жидкого горючего при неравновесном испарении с поверхности // *Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика*. — 2014. — № 4. — С. 38–42. (Перевод: *Tyurenkova V. V., Smirnov N. N.* Combustion of a liquid fuel droplet in the process of non-equilibrium surface evaporation // *Moscow University Mechanics Bulletin*. — 2014. — Vol. 69, no. 4. — P. 83–88. <https://doi.org/10.3103/S0027133014040013>) (Scopus, Impact Factor SJR – 0.2) (0,62 п.л./ авторский вклад 0,31 п.л.)
8. *Гендугов В. М., Смирнов Н. Н., Тюренкова В. В.* Решение задачи диффузионного горения капли с учетом протекания нескольких независимых реакций // *Физика горения и взрыва*. — 2014. — № 6. — С. 31–40. (Перевод: *Guendugov V. M., Smirnov N. N., Tyurenkova V. V.* Solving the problem of diffusion combustion of a droplet with allowance for several independent reactions // *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. — 2013. — Vol. 49, no. 6. — P. 648–656. <https://doi.org/10.1134/S0010508213060026>) (WoS, Impact Factor JCR - 0.84) (1,16 п.л./ авторский вклад 0,58 п.л.)
9. *Tyurenkova V. V., Smirnov N. N., Guendugov V. M.* Analytical solution for a single droplet diffusion combustion problem accounting for several chain reaction stages // *Acta Astronautica*. — 2013. — Vol. 83. — P. 208–215. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2012.09.008> (WoS, Q1, Impact Factor JCR - 2.83) (0,87 п.л./ авторский вклад 0,43 п.л.)
10. *Tyurenkova V. V.* Non-equilibrium diffusion combustion of a fuel droplet // *Acta Astronautica*. — 2012. — Vol. 75. — P. 78–84. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2012.01.010> (WoS, Q1, Impact Factor JCR - 2.83) (0,76 п.л.)

#### Другие научные труды:

1. *Tyurenkova V., Stamov L.* Flame spreading in an oxidant flow above burning surface of material // *Proceedings of the 27th International Colloquium on the Dynamics of*

- Explosions and Reactive Systems (8th July - 2nd August 2019, Beijing, China). — 2019. — Paper 167. (0,65 п.л./ авторский вклад 0,32 п.л.)
2. *Тюренкова В. В.* Диффузионное горение одиночных капель с учетом неравновесных эффектов // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Сборник трудов в 4 томах. Т. 2 серия Механика жидкости и газа. (РИЦ БашГУ Уфа, Республика Башкортостан, Россия). — 2019. — С. 898–900. (0,34 п.л.)
  3. *Тюренкова В. В., Стамов Л. И.* Распространение пламени по поверхности материала в потоке окислителя // Международная конференция Математика и информационные технологии в нефтегазовом комплексе, посвящённая дню рождения великого русского математика академика П.Л. Чебышёва: Труды конференции. / (Обнинск, 14–19 мая; Сургут, 23 мая 2019 г.) / Под ред. В. Б. Бетелин. Издательство ООО Порто-принт Самара. — 2019. — С. 145–146. (0,11 п.л./ авторский вклад 0,055 п.л.)
  4. *Tyurenkova V. V., Stamov L. I.* Flame propagation in weightlessness above the burning surface of material // Proceedings of 69th International Astronautical Congress (Bremen, Germany, 1-5 October 2018). — 2018. — P. 1-8. (1,5 п.л./ авторский вклад 0,75 п.л.)
  5. *Smirnov N. N., Tyurenkova V. V., Smirnova M. N.* Laminar diffusion flame propagation over thermally destructing material // Proceedings of 68th International Astronautical Congress (Adelaide, Australia, 25-29 September 2017). — 2017. — P. 1–9. (1,08 п.л./ авторский вклад 0,54 п.л.)
  6. *Тюренкова В. В.* Роль неравновесных эффектов при решении задач диффузионного горения // Сборник докладов. IV Минский международный коллоквиум по физике ударных волн, горения и детонации. Т. 9. Минск. — 2015. — С. 204–210. (0,8 п.л.)
  7. *Тюренкова В. В.* Аналитическое решение задачи диффузионного горения капли с учетом протекания нескольких независимых реакций // Труды Девятой Всероссийской научно-практической конференции Проблемы обеспечения взрывобезопасности и противодействия терроризму (Апрель 2014 г. Любавич, Санкт-Петербург). — 2014. — С. 68–76. (0,5 п.л.)