

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. М.В. ЛОМОНОСОВА  
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

*На правах рукописи*

**СТРЕМОУХОВ СЕРГЕЙ ЮРЬЕВИЧ**

**МЕХАНИЗМЫ ГЕНЕРАЦИИ ПРОИЗВОЛЬНО  
ПОЛЯРИЗОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ИНТЕНСИВНЫХ  
ЛАЗЕРНЫХ ПОЛЯХ**

01.04.21 – лазерная физика

ДИССЕРТАЦИЯ  
на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Научный консультант:  
доктор физико-математических наук, профессор  
Андреев Анатолий Васильевич

МОСКВА – 2022

## Оглавление

<b>Введение</b>	<b>6</b>
<b>Глава I. Обзор литературы. Лазерные методы генерации когерентного коротковолнового и длинноволнового (терагерцового) излучения за счет нелинейно-оптического взаимодействия со средой</b>	<b>19</b>
§1.1 Основные теоретические подходы к описанию взаимодействия атома с лазерным полем	22
§1.2 Генерация гармоник высокого порядка	25
§1.3. Генерация ТГц излучения	39
§1.4. Генерация излучения, обладающего ненулевой продольной компонентой	49
§1.5. Основные методы возбуждения низкоэнергетических внутриядерных переходов	50
<b>Глава II Основные положения теоретического подхода к описанию взаимодействия произвольно поляризованного излучения с одиночными атомами и протяженными газовыми средами</b>	<b>52</b>
§2.1 Основные положения непертурбативной квантово-механической теории к описанию взаимодействия одиночного атома с лазерным полем	53
2.1.1 Управляющий параметр квантово-механической задачи	62
2.1.2 Сравнение калибровки длины и скорости (р.А. gauge vs. d.E gauge)	63
2.1.3 Сравнение развиваемого подхода с дипольным приближением	65
2.1.4 Матричные элементы оператора $V$	68
2.1.5 Нормировка волновых функций $\varphi(\vec{r}, t)$ в ограниченном базисе волновых функций свободного атома	74
2.1.6 Модельные структуры уровней атомов, используемые для получения результатов диссертационной работы	78
§2.2 Специфика отклика одиночного атома в многокомпонентных	

произвольно поляризованных лазерных полях	91
§2.3 Фотоэмиссионный спектр атома	102
2.3.1 Отклик атома в ближней зоне	106
2.3.2 Отклик атома в полях субатомной напряженности	108
§2.4 Определение формы лазерного импульса	112
§2.5 Расчет отклика одиночного атома	116
§2.6 Отклик ансамбля атомов – интерференционная модель отклика среды	121
§2.7 Основные результаты главы II	131
<b>Глава III Генерация гармоник одиночными атомами и протяженными газовыми средами</b>	<b>133</b>
§3.1 Управление эффективностью генерации гармоник, возникающих при взаимодействии одиночного атома с лазерным полем	134
3.1.1 Классический подход к описанию явления генерации гармоник высокого порядка	134
3.1.2 Генерация гармоник высокого порядка в полях околоатомной интенсивности	138
3.1.3 Отклик атома на воздействие двух линейно поляризованных импульсов	156
3.1.4 Природа генерации гармоник высокого порядка	168
§3.2 Генерация эллиптически поляризованных гармоник высокого порядка в двухчастотных лазерных полях	172
3.2.1. Генерация эллиптически поляризованных гармоник высокого порядка в эллиптически поляризованных одночастотных полях и низкоинтенсивных двухчастотных ортогонально поляризованных полях	174
3.2.2. Генерация эллиптически поляризованных гармоник высокого порядка в интенсивных двухчастотных ортогонально поляризованных полях	177

3.2.3. Природа генерации эллиптически поляризованных гармоник высокого порядка	187
3.2.4. Влияние населенностей возбужденных уровней атома на поляризационные характеристики фотоэмиссионного спектра отклика атома серебра	192
3.2.5. Влияние населенностей возбужденных уровней атома на поляризационные характеристики фотоэмиссионного спектра отклика атома неона	198
3.2.6. Генерация гармоник высокого порядка в двухчастотных лазерных полях, образованных циркулярно-поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера	204
3.2.7. Генерация гармоник высокого порядка в двухчастотных скрещенных полях	210
§3.3 Эффекты фазового и квази-фазового согласования при генерации гармоник высокого порядка в газовых средах	213
3.3.1 Отклик протяженной газовой среды	213
3.3.2 Отклик среды, представляющей собой набор газовых струй	222
§3.4 Основные результаты главы III	245
<b>Глава IV Генерация терагерцового излучения одиночными атомами и протяженными средами, взаимодействующими с последовательностью лазерных импульсов</b>	<b>248</b>
§4.1 Природа генерации терагерцового излучения одиночными атомами	248
§4.2 Вклад квазиуровней непрерывного спектра атома в генерацию ТГц излучения	251
§4.3 Угол между компонентами двухчастотного лазерного поля как эффективный управляющий параметр характеристик генерируемого ТГц излучения	252
§4.4 Временная задержка между импульсами двухчастотного лазерного поля как эффективный управляющий параметр характеристик	

генерируемого ТГц излучения	260
§4.5 Частотно-угловой спектр ТГц излучения, генерируемого протяженной газовой средой	269
§4.6 Генерация эллиптически поляризованного ТГц излучения протяженной газовой средой	275
§4.7 Основные результаты главы IV	287
<b>Глава V Генерация когерентного излучения, обладающего трехмерным распределением поляризации в пространстве</b>	<b>290</b>
§5.1 Углы Эйлера как дополнительный управляющий параметр характеристиками отклика одиночного атома	291
§5.2 Ядерная фотоника	304
§5.3 Основные результаты главы V	309
<b>Заключение</b>	<b>312</b>
<b>Благодарности</b>	<b>315</b>
<b>Список литературы</b>	<b>317</b>

## Введение

### Актуальность темы диссертационной работы

С развитием методов генерации ультракоротких (вплоть до одного цикла поля) интенсивных лазерных импульсов [1], ученые получили возможность экспериментального изучения взаимодействия такого излучения с веществом. В результате было обнаружено множество явлений, которые не смогли получить своего теоретического объяснения в рамках существующих в то время подходов, основанных, в основном, на теории возмущений, феноменологических принципах и методе медленно меняющихся амплитуд и фаз электромагнитного поля. При таких (в первую очередь, фемтосекундных) длительностях импульсов пиковая напряженность лазерного поля перестает быть малой величиной по сравнению с внутриатомной ( $E_{at} = 5 \cdot 10^9$  В/см), и отклик среды становится существенно нелинейным [2-4], что открывает возможности генерации интенсивного импульсного терагерцового (ТГц) излучения [5] и генерации гармоник высокого порядка [6-8]. В этом случае, применение квантово-механических подходов, основанных на теории возмущений, в которой в качестве малого параметра используется отношение величины напряженности электромагнитной волны к внутриатомной напряженности, оказывается проблематичным. В связи с этим возникла необходимость развития принципиально новых, так называемых непертурбативных подходов, учитывающих энергетическую структуру атомов и молекул и свободных от использования отношения величины напряженности лазерного поля к внутриатомной напряженности в качестве малого параметра. К таковым относится предложенная в [9] и развитая в рамках настоящей диссертационной работы непертурбативная теория. Она основана на решении квантово-механической задачи взаимодействия одиночного атома с интенсивными лазерными полями. Последовательный учет симметрии взаимодействия, а также нелинейностей задачи взаимодействия одиночного атома с лазерным полем позволяет применять развиваемую теорию к описанию явлений генерации гармоник высокого (и

низкого) порядков и генерации ТГц излучения – одних из самых интересных нелинейно-оптических явлений, происходящих в результате взаимодействия интенсивных ультракоротких лазерных импульсов с веществом. Интерес к исследованию этих явлений обусловлен не только их фундаментальностью, но и возможностью создания компактных и более доступных (по сравнению с такими установками класса «мегасайенс», как современные источники синхротронного излучения, лазеры на свободных электронах) источников когерентного излучения в ТГц, ультрафиолетовой и рентгеновской областях спектра. Такие источники, обладая несомненно меньшей мощностью, могут использоваться как для проведения предварительных исследований, так и для отработки методик исследования вещества для их последующего масштабирования на станциях установок класса «мегасайенс». Кроме того, использование генерируемого лазерными методами когерентного излучения в качестве затравочного позволяет улучшать как энергетические, так и когерентные свойства излучения, генерируемого лазерами на свободных электронах [10].

Возможность генерации излучения ТГц, ультрафиолетового и рентгеновского диапазонов с контролируемым состоянием поляризации (от линейной до циркулярной) открывает дополнительную «степень свободы» при его применении. Так, с использованием циркулярно поляризованного излучения можно изучать хиральные свойства молекул и наночастиц, магнитные свойства вещества и др. Вместе с тем, генерация эллиптически поляризованного излучения крайне чувствительна к характеристикам лазерного поля и составу вещества, поэтому развитие современных теоретических подходов к описанию указанного явления носит принципиальный характер.

Важно подчеркнуть, что для разработки удобных для применения методов управления характеристиками генерируемого излучения, а также для интерпретации результатов современных экспериментов необходимо не только с большой точностью уметь рассчитывать отклик одиночного атома на

микроскопическом (квантово-механическом) уровне, но и на основе параметров поля отклика одиночного атома уметь рассчитывать макроскопический отклик среды без использования феноменологических предположений о величине нелинейности среды.

Таким образом, понимание физики процессов генерации когерентного излучения при взаимодействии интенсивного лазерного излучения с веществом и развитие современных методов управления параметрами такого излучения как на микроскопическом, так и на макроскопическом уровне представляет собой **актуальную научную задачу**. Дополнительным индикатором актуальности темы диссертационной работы является то, что ежегодно публикуется более тысячи работ, связанных как с исследованиями непосредственно методов генерации гармоник и ТГц излучения, так и с развитием методов применения генерируемого излучения для исследования структуры вещества.

#### **Уровень разработанности исследуемых проблем**

Считается, что природа генерации гармоник высокого порядка и природа генерации ТГц излучения находятся на разных пространственных масштабах описания нелинейно-оптического отклика среды на воздействие интенсивного лазерного поля. Так, явление генерации гармоник высокого порядка является результатом нелинейно-оптического отклика одиночного атома, а макроскопические факторы среды оказывают влияние на условия фазового синхронизма [11]. При обсуждении механизмов генерации ТГц излучения в газовых средах, взаимодействующих с двухчастотными лазерными полями, в основном, выделяют вклады фототока, создаваемого движением в лазерном поле ионизованных электронов, и нейтральной среды за счет учета ее тензоров нелинейной восприимчивости [12], компоненты которого, как правило, описаны феноменологически. Вместе с тем, экспериментальные исследования демонстрируют общие черты у этих двух явлений [13], что позволяет предположить их единую природу.

Кроме того, единого теоретического подхода к описанию указанных явлений, который учитывал бы динамику изменения населенностей уровней дискретного и непрерывного спектров атомов, распределенных в среде, при их взаимодействии с интенсивными лазерными полями, параметры которых зависят от положения атомов в среде за счет эффектов распространения лазерного излучения, пока не разработано. Решение указанной задачи определило основные направления исследований в данной работе.

### **Цель и задачи работы**

Основной целью диссертационной работы является развитие согласованного теоретического подхода к описанию нелинейно-оптического отклика протяженных газовых сред на воздействие интенсивного произвольно поляризованного многокомпонентного лазерного поля и его применение к исследованию физики процессов генерации когерентного излучения в результате такого взаимодействия. Для достижения основной цели были поставлены *следующие задачи*:

1. Развить непертурбативный теоретический подход к описанию отклика одиночного атома на воздействие интенсивного произвольно поляризованного многокомпонентного лазерного поля.
2. Предложить и разработать интерференционную модель отклика протяженной газовой среды, учитывающую отклики одиночных атомов, рассчитанных квантово-механически в рамках развиваемого непертурбативного теоретического подхода.
3. Разработать комплект компьютерных программ, позволяющий моделировать отклик одиночного атома и протяженной газовой среды в рамках непертурбативного теоретического подхода и интерференционной модели газовой среды.
4. Провести исследования особенностей генерации гармоник и ТГц излучения одиночными атомами и газовыми средами, взаимодействующими с интенсивными произвольно поляризованными многокомпонентными лазерными полями.

Соответственно, **объектом исследования** является нелинейно-оптический отклик одиночного атома и газовых сред на воздействие интенсивного произвольно поляризованного многокомпонентного лазерного поля, а **предметом исследования** – свойства когерентного излучения различных спектральных диапазонов, генерируемого в результате такого взаимодействия.

**Методология диссертационного исследования** заключается в проведении аналитических и численных расчетов, разработке математических моделей, их верификации на известных теоретических предсказаниях и/или экспериментальных исследованиях, получении и интерпретации результатов. Численные расчеты проводились с помощью разработанного комплекта компьютерных программ.

### **Научная новизна**

В диссертационной работе впервые получены следующие научные результаты:

1. Предложен новый метод генерации ТГц излучения при взаимодействии одиночного атома с последовательностью лазерных импульсов в доионизационном режиме (при котором вкладом ионизации атома лазерным полем можно пренебречь).
2. На атомарном уровне доказано, что в двухчастотных линейно-поляризованных полях для любого угла между направлениями поляризации компонент поля низкочастотная часть ТГц спектра обладает линейной поляризацией; также показано, что в высокочастотной части ТГц спектра существуют области вариации угла между направлениями поляризаций компонент поля, при которых генерируемое одиночным атомом ТГц излучение обладает высокой эллиптичностью.
3. Показано, что угол между направлениями поляризаций компонент поля является эффективным управляющим параметром, позволяющим без изменения энергии лазерных полей управлять эффективностью генерации ТГц излучения и его поляризационными свойствами.

4. Предложены и теоретически обоснованы способы оптимизации параметров ТГц излучения (эллиптичности, напряженности), генерируемого при взаимодействии газовой среды с двухчастотными лазерными полями. Показано, что использование диафрагмы позволяет повысить эллиптичность генерируемого ТГц излучения.
5. Показано, что при доионизационном режиме взаимодействия одиночного атома с лазерными полями спектр генерируемых гармоник не ограничен подбарьерными и околобарьерными гармониками.
6. Определен механизм генерации эллиптических гармоник высокого порядка в двухчастотных ортогонально поляризованных фемтосекундных лазерных полях.
7. Показано, что угол между направлениями поляризаций компонент поля является эффективным управляющим параметром, позволяющим без изменения энергии лазерных полей управлять эффективностью генерации гармоник высокого порядка.
8. Предложена интерпретация наблюдаемому в эксперименте по изучению отклика плазменных сред на воздействие лазерного поля явлению, которое заключается в том, что в интенсивных лазерных полях ширина спектра генерируемых гармоник перестает зависеть от интенсивности лазерного поля.
9. Предсказана генерация продольной компоненты электрического поля (в дальней зоне) при взаимодействии одиночного атома с лазерными полями, когда направление углового момента атома и направление поляризации лазерного поля не совпадают.
10. Теоретически обоснован новый эффект нелинейного лазерного возбуждения изомерного состояния ядра атома тория.
11. На основании теоретических расчетов предложены простые соотношения между макропараметрами газовой среды и энергиями фотонов генерируемого излучения, определяющие условия как фазового,

так и квази-фазового согласования для увеличения эффективности генерации выделенных гармоник.

12. Предложен новый метод управления эффективностью генерации групп гармоник высокого порядка за счет эффектов квази-фазового согласования, позволяющий частично компенсировать низкую эффективность генерации гармоник высокого порядка в лазерных полях среднего инфракрасного диапазона.

### **Теоретическая и практическая значимость работы**

Представленные в диссертационной работе результаты имеют как теоретическую, так и практическую значимость. С фундаментальной точки зрения разработанный согласованный теоретический подход к описанию отклика одиночного атома и среды может быть использован как для объяснения результатов современных экспериментов, так и для постановки новых экспериментальных исследований.

Практическую ценность имеют, в первую очередь, предложенные способы управления параметрами генерируемого излучения. В частности, в диссертационной работе были определены способы частичной компенсации падения эффективности генерации гармоник высокого порядка в полях лазерных источников среднего инфракрасного диапазона за счет управления эффектами квази-фазового согласования, возникающими в неоднородных газовых средах. Эти способы, в частности, могут быть полезны при развитии методов создания затравочного излучения в лазерах на свободных электронах с целью повышения эффективности генерации и улучшения когерентных свойств генерируемого этими установками класса «мегасайенс» излучения.

Работа выполнялась при финансовой поддержке РФФИ (гранты 19-29-12030- ИССИ, № 18-02-40014-мега, 18-02-00743-а, 16-32-00723-мол\_а, в которых соискатель выполнял роль руководителя; гранты № 18-02-00528-а, 18-52-41007-узб\_а, 15-02-04352-а, 16-52-10012 КО\_а, 12-02-31843-мол\_а, 12-02-00969-а, 08-02-00448-а, 05-02-16764-а, в которых соискатель выполнял роль исполнителя), Минобрнауки РФ (соглашения №14.616.21.0006,

14.616.21.0005, № 8018 от 16 июля 2012 года, № 075-15-2021-1353). Также исследования были поддержаны Советом по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых и по государственной поддержке ведущих научных школ Российской Федерации (стипендии Президента Российской Федерации молодым ученым и аспирантам, осуществляющим перспективные научные исследования и разработки по приоритетным направлениям модернизации российской экономики СП-4085.2018.1 и СП-3565.2015.1).

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Генерация гармоник высокого порядка, генерация подбарьерных и околобарьерных гармоник, а также генерация ТГц излучения являются результатом единого процесса движения электрона в суперпозиционном поле многокомпонентного многочастотного произвольно поляризованного лазерного излучения и кулоновского потенциала атома.
2. ТГц излучение в доионизационном режиме генерируется за счет внутриатомных нелинейностей одиночного атома при взаимодействии с последовательностью лазерных импульсов.
3. Фотоэмиссионный спектр отклика атома, взаимодействующего с лазерным полем, в дальней зоне обладает ненулевой продольной компонентой при наличии ненулевого угла между направлением углового момента атома и плоскостью поляризации лазерного излучения, величина продольной компоненты зависит от их взаимной ориентации.
4. Угол между компонентами двухчастотного лазерного поля является эффективным управляющим параметром оптимизации как эффективности генерации гармоник и ТГц излучения, так и их поляризационных свойств.
5. Динамика населенностей подуровней уровней атома, отвечающих различным значениям проекции орбитального квантового числа,

является причиной генерации эллиптически поляризованных гармоник в ортогонально поляризованных двухчастотных лазерных полях.

6. За счет эффекта квази-фазового согласования в газовых средах, представляющих собой набор газовых струй, эффективность генерации выделенных гармоник растет пропорционально квадрату длины волны лазерного излучения по отношению к отклику одиночного атома.
7. Напряженность электрической компоненты когерентного электромагнитного поля, создаваемого за счет нелинейно-оптического взаимодействия электронов атома и лазерного излучения, на родительском ядре атома может достигать величин, существенно больших, чем от других источников; это электромагнитное поле, специально подобранное по частоте, может возбудить ядро за счет механизма нелинейного лазерного возбуждения.

### **Степень достоверности и апробация результатов**

Представленные в диссертационной работе результаты получены с использованием современных методов компьютерного моделирования и теоретической физики. Вместе с тем, о степени достоверности полученных результатов можно судить по успешному сравнению с экспериментальными данными. Большая часть результатов, представленных в диссертационной работе, находится в количественном или хорошем качественном согласии с экспериментальными данными, опубликованными в ведущих мировых научных журналах. Часть полученных результатов находится в хорошем согласии с теоретическими и численными расчетами других научных групп, их достоверность также не вызывает сомнения. В диссертационной работе предсказан ряд новых эффектов, не наблюдавшихся до сих пор экспериментально и не обсуждавшихся в статьях других авторов. Эти результаты также можно считать с большой вероятностью достоверными, поскольку они получены в рамках тех же методов и тех же приближений, что и экспериментально подверженные результаты. Кроме того, некоторое

количество предсказаний было экспериментально подтверждено после опубликования результатов теоретических исследований.

Достоверность представленных в диссертационной работе результатов подтверждается также публикациями в ведущих научных журналах и выступлениями на профильных научных конференциях. Основные результаты диссертационной работы были представлены автором лично на следующих международных конференциях:

- *в рамках приглашенных докладов*: Фундаментальные проблемы оптики-2012 (Санкт-Петербург, Россия), Первый Российский кристаллографический конгресс (Москва, Россия, 2016), LPHYS'17, LPHYS'21 (Казань, Россия, 2017; Москва, Россия, 2021, онлайн), IWQO–2019 (Владимир, Россия), ALT'19, ALT'21 (Прага, Чехия; Москва, Россия, онлайн), UltrafastLight-2020 (Москва, Россия), Quantum Optics and Photonics 2021 (Рига, Латвия, онлайн), NP2020 (Курашики, Япония, 2021, онлайн)

- *в рамках устных и постерных докладов*: Ломоносов – 2006, Ломоносов – 2007, Ломоносов – 2008 (Москва, Россия), Фундаментальные проблемы оптики – 2006, Фундаментальные проблемы оптики – 2008 (Санкт-Петербург, Россия), V семинар памяти Д.Н. Клышко, VII семинар памяти Д.Н. Клышко, VIII семинар памяти Д.Н. Клышко, IX семинар памяти Д.Н. Клышко (Москва, Россия, 2007, 2011, 2013, 2015), XLIII всероссийская конференция по проблемам математики, информатики, физики и химии (Москва, Россия, 2007), RFGLS-2009 (Нижний Новгород, Россия), XII всероссийская школа-семинар “Физика и применение микроволн” (Звенигород, Россия, 2009), Light at Extreme Intensities (Брашов, Румыния, 2009), шестая международная конференция молодых ученых и специалистов “Оптика-2009” (Санкт-Петербург, Россия), IX международный симпозиум по фотонному эхо и когерентной спектроскопии (Казань, Россия, 2009), LPHYS'10 (Фоз ду Игуасу, Бразилия, 2010), EOSAM 2010 (Париж, Франция), IONS-11 (Париж, Франция, 2012), 31<sup>st</sup> PIERS (Куала Лумпур, Малайзия, 2012), International Symposium on High Power Laser Ablation (Санта Фе, США, 2012), CLEO (Сан Хосе, США,

2012), ICXRL 2012, ICXRL 2016, ICXRL 2018, ICXRL 2020 (Париж, Франция; Нара, Япония; Прага, Чехия; Швейцария, онлайн), TERA 2012, TERA 2018 (Москва, Россия; Нижний Новгород, Россия), X Курчатовская молодежная научная школа (Москва, Россия, 2012), ICONO 2013 (Москва, Россия), High-Intensity Lasers and High-Field Phenomena (Берлин, Германия, 2014), ILLA 2014 (Шатура, Россия), 3rd International Conference on Photonics, Optics and Laser Technology (Берлин, Германия, 2015) АТТО 2015 (Сен-Совёр, Канада), IWQO-2015 (Москва-Троицк, Россия), RACIRI Summer School 2015 (Селлин, Германия), ХОРТ 2016 (Иокогама, Япония), Ломоносовские чтения – 2017 (Москва, Россия), Global Summit on Scientific Federation Laser Optics & Photonics (Валенсия, Испания, 2017), International Conference Terahertz Science at European XFEL (Гамбург, Германия, 2017), CLEO Europe & EQEC (Мюнхен, Германия, 2017), UltrafastLight-2018 (Москва, Россия), HHG&MAC Workshop: Science with Coherent XUV Sources at ELI Beamlines (Прага, Чехия, 2019), NP2020 (Курашики, Япония, 2021, онлайн), ФЭКС-2021 (Казань, Россия).

Также результаты диссертационной работы были представлены соавторами на следующих международных конференциях: LPHYS'06 (Лозанна, Швейцария, 2006), научная сессия МИФИ-2007 (Москва, Россия), ICONO 2007, ICONO 2016 (Минск, Белоруссия), Современные нанотехнологии и нанофотоника для науки и производства (Владимир, Россия, 2008), IRMMW-THz 2010 (Рим, Италия), FLAMN-10 (Санкт-Петербург, Россия, 2010), ICONO 2010 (Казань, Россия), Light at Extreme Intensities (Сегед, Венгрия, 2011), Laser Optics 2012, Laser Optics 2016 (Санкт-Петербург, Россия), Europhysics Conference (Лозанна, Швейцария, 2012), International Workshop on Optical Terahertz Science and Technology 2013 (Киото, Япония), CLEO (Сан-Хосе, США, 2013), АТТО 2013 (Париж, Франция), FEL 2013 (Нью-Йорк, США), национальная молодежная научная школа “Синхротронные и нейтронные исследования” (Москва, Россия, 2015), ОПТИКА – 2015 (Санкт-Петербург, Россия), XIII Курчатовская молодежная научная школа, XIV Курчатовская молодежная научная школа, Юбилейная XV Курчатовская

междисциплинарная молодежная научная школа (Москва, Россия, 2015, 2016, 2017), Ломоносов – 2016, Ломоносов – 2017, Ломоносов – 2018 (Москва, Россия), XXV съезда по спектроскопии (Троицк-Москва, Россия), X семинар памяти Д.Н. Клышко (Завидово, Россия, 2017), PIERS 2017 (Санкт-Петербург, Россия), ЛаПлаз 2018 (Москва, Россия), XIII International Conference on Hole Burning, Single Molecule, And Related Spectroscopies: Science and Applications (Суздаль, Россия, 2018), 7th International Conference on Attosecond Science and Technology (Сегед, Венгрия, 2019), IWQO–2019 (Владимир, Россия), UltrafastLight-2020 (Москва, Россия), ICLO 2020 (Санкт-Петербург, Россия).

### **Публикации**

По теме диссертационной работы опубликовано 35 статей в рецензируемых научных периодических журналах: Nature Communications, IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology, Physical Review A, Journal of the Optical Society of America B: Optical Physics, Applied Science, Europhysics Letters, Laser Physics Letters, Laser Physics, European Physical Journal D, Journal of Russian Laser Research, Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики, Журнал экспериментальной и теоретической физики, Оптика и спектроскопия, Известия вузов. Радиофизика, Известия РАН. Серия Физическая, Теоретическая физика, Электронный научный журнал "Исследовано в России", Вестник Московского Университета. Серия 3. Физика. Астрономия, Физическое образование в ВУЗах, Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки, 1 глава в коллективной монографии, 12 статей, изданных по результатам конференций, в сборниках: Journal of Physics: Conference Series, Springer Proceedings in Physics, EPJ Web of Conferences, AIP Conference Proceedings, PIERS Proceedings, 1 учебно-методическое пособие.

Общее количество индексируемых публикаций по данным Web of Science Core Collection – 46. Это позволяет считать, что результаты диссертационной работы соответствуют современному мировому уровню исследований в области лазерной физики, являются обоснованными и достоверными.

### **Личный вклад автора**

Все результаты, представленные в диссертационной работе, получены лично автором или при его непосредственном участии. Вклад автора в исследования, на результатах которых подготовлена диссертационная работа, является определяющим, это касается как постановки решаемых задач, так и основных идей, расчетов и выводов.

# **Глава I. Обзор литературы. Лазерные методы генерации когерентного коротковолнового и длинноволнового (терагерцового) излучения за счет нелинейно-оптического взаимодействия со средой**

Процесс взаимодействия электромагнитного излучения с атомом детально изучается экспериментально и теоретически с середины XIX века и до настоящего времени. Первый принципиальный шаг в этих исследованиях был сделан в начале XX века А. Эйнштейном и Н. Бором, первый из которых ввел понятие кванта света, а второй - построил квантовую модель атома. В результате развития этих идей стало ясно, что взаимодействие света с атомом сводится к четырем основным процессам: фотовозбуждению, фотоионизации атома, релеевскому и рамановскому рассеянию света. Такой характер взаимодействия реализуется в случае слабого светового поля [19]. Второй принципиальный шаг в исследованиях взаимодействия света с атомом связан с созданием источников монохроматического света – лазеров. Они дали возможность исследовать взаимодействие света с атомом при интенсивности света, соответствующей субатомной, околоатомной и сверхатомной напряженности электрического поля. Многочисленные экспериментальные и теоретические исследования взаимодействия высокоинтенсивного света с атомами позволили создать общую картину этого процесса. Взаимодействие при большой интенсивности света характеризуется следующими тремя основными чертами:

1. В сильном поле реализуются те же четыре процесса, что и в случае слабого поля (возбуждение, ионизация, рэлеевское и рамановское рассеяние света).

2. Эти четыре процесса при большой интенсивности света помимо однофотонного могут носить также и многофотонный характер.

3. При большой интенсивности света исходный атом превращается в новую квантовую систему – атом, одетый полем. Этот случай называется случаем сильного светового поля [19].

Характерной «атомной» единицей интенсивности является следующая величина

$$I_a = \frac{ce^2}{2\pi a_B} \approx 3.5 \cdot 10^{16} \frac{Вт}{см^2}$$

( $c$  – скорость света в вакууме,  $e$  – заряд электрона  $a_B$  – боровский радиус) – интенсивность, соответствующая напряженности электрического поля, создаваемого ядром атома водорода на первой боровской орбите:

$$E_a \approx 5 \cdot 10^9 \frac{В}{см}$$

При  $E > E_a$  дискретная структура атомных уровней не проявляется, линейный и нелинейный оптические отклики вещества определяются электронными переходами в сплошном спектре – на смену нелинейной оптике атомов и молекул приходит нелинейная электронная физика [20].

В этом случае высшие члены разложения вектора наведенной во взаимодействующей с лазерным полем среде поляризации  $P$  в ряд по полю:

$$P = \chi^{(1)}E + \chi^{(2)}E^2 + \chi^{(3)}E^3 + \chi^{(4)}E^4 + \dots$$

( $\chi^{(i)}$  – тензор восприимчивости среды,  $E$  – амплитуда напряженности поля электромагнитной волны) становятся сравнимыми и даже превышают низшие, лишая смысла указанное разложение, так как в данном случае становится важен учет всех его членов.

Наиболее эффективным способом достижения околоатомных лазерных полей является уменьшение длительности лазерного импульса и переход в субпикосекундный временной диапазон его определения [21]. Переход к таким ультракоротким лазерным импульсам неизбежно сказался на методах описания отклика среды на воздействие такого излучения. Так, аппарат традиционной нелинейно оптики – метод медленно меняющихся амплитуд и фаз для поля [22] – оказался неприменим для описания волновых процессов

столь малого пространственно-временного масштаба и столь больших напряженностей полей. В частности, показано, что уравнения нелинейной оптики допускают существование волновых объектов – однополярных импульсов – солитонов [2]. В результате, возникла необходимость в развитии новых методов описания взаимодействия излучения с веществом [3, 4, 23]. Для микроскопического (квантово-механического) уровня описания отклика на воздействие интенсивного ультракороткого лазерного поля это означает неизбежный отказ от пертурбативных (в первую очередь, основанных на дипольном приближении определения гамильтониана взаимодействия с лазерным полем) методов описания отклика квантово-механических объектов (атомов, молекул, ионов) и развитие так называемых непертурбативных (т.е. свободных от малых параметров типа  $\frac{E}{E_a} \ll 1$  или  $\frac{E_a}{E} \ll 1$ ) методов описания.

Процесс перехода от случая слабого поля к случаю сильного поля является мало изученным теоретически, однако он представляет интерес с нескольких точек зрения. Во-первых, он позволит создать единое понимание явлений, происходящих в атоме, при его взаимодействии с электромагнитным полем. Во-вторых, прогресс в развитии лазерных технологий позволяет экспериментально проверять те особенности взаимодействия, которые неизбежно будут обнаружены в процессе теоретических исследований. В третьих, уже сейчас существуют экспериментально наблюдаемые эффекты, которые не находят объяснения с помощью теоретических подходов, хорошо зарекомендовавших себя при описании взаимодействия со слабыми и экстремально сильными полями. В связи с этим, интерес к исследованию взаимодействия атома с околоатомными лазерными полями не исчезает на протяжении нескольких десятилетий. За это время было опубликовано огромное количество работ. Их систематизация ведется непрерывно (см. например, кн. [24-37] и обзоры [38-47]). Естественно, что все накопленное знание представить в рамках одной главы невозможно, поэтому мы остановимся на описании основных теоретических подходов к исследованию

взаимодействия атома с лазерным полем и важных для последующих изложений экспериментальных результатов.

### **§1.1 Основные теоретические подходы к описанию взаимодействия атома с лазерным полем**

Исторически первым процессом, который активно исследовался как теоретически, так и экспериментально, была ионизация атома. Это - один из самых важных процессов, которые происходят при взаимодействии одиночного атома с лазерным полем. Именно поэтому теоретическому и экспериментальному его исследованию посвящено множество работ. Пионерской работой, с которой началось теоретическое исследование процесса ионизации, является теория Келдыша [48]. Как мы покажем ниже, развитие теории ионизации атома сыграло ключевую роль при первых попытках описания явления генерации гармоник высокого порядка.

#### *Теория Келдыша и ее развитие*

Теория ионизации атома полем электромагнитной волны, развитая Келдышем [48], нашла широкое применение для описания результатов экспериментов по взаимодействию атома с лазерными импульсами. В ней исследовался процесс ионизации основного состояния атома, при этом не учитывалось влияние возбужденных дискретных уровней атома, а волновая функции электрона, находящегося в непрерывном энергетическом спектре атома, не учитывала влияние кулоновского потенциала. Основным параметром теории является параметр адиабатичности (параметр Келдыша)

$$\gamma = \frac{\omega\sqrt{2mU_0}}{eE}, \quad (1.1)$$

где  $U_0$  - энергия ионизации атома, а  $\omega$  - частота. При  $\gamma < 1$  вероятность ионизации определяется выражением  $w \propto \exp(-4N_0\gamma/3)$ , а при  $\gamma > 1$  принимает вид  $w \propto \gamma^{-2N_0}$ , где  $N_0 = U_0/\hbar\omega$  - степень многофотонности

процесса, т.е. отношение энергии ионизации атома к энергии кванта поля. Режим ионизации принято называть туннельным при  $\gamma < 1$  и многофотонным при  $\gamma > 1$ .

После появления работы [48] ее дальнейшее развитие и уточнение было проведено в цикле статей [49-52]. Этот подход получил название теория Переломова-Попова-Терентьева (ППТ). Развитие теории Келдыша на случай ультракоротких лазерных импульсов представлено в [53].

Развитие теории Келдыша для описания туннельной ионизации привело к появлению приближения Аммосова-Делоне-Крайнова (АДК) [54]. В этом приближении с помощью уточнения влияния кулоновского потенциала рассчитан предэкспоненциальный множитель в формуле Келдыша для вероятности ионизации.

Дальнейшее развитие теории описания процесса ионизации атома сильным электромагнитным полем привело к появлению более точных приближений. Примером таковой является приближение Келдыша-Файсала-Риса (KFR) [48, 55-57]. В нем вычисляется матричный элемент перехода из начального состояния, относящегося к дискретному спектру атома, в ионизованное состояние, описываемое волковской волновой функцией.

Следующим шагом в развитии теории ионизации атома является приближение сильного поля (Strong-field approximation, SFA) [56-58]. Отличие SFA от теории Келдыша заключается в том, что в нем не используется метод перевала при вычислении матричного элемента перехода из начального атомного состояния в конечное состояние непрерывного спектра, описываемого волковскими волновыми функциями. Вопрос об области применимости теории Келдыша и ее обобщений (ППТ, АДК, KFR, SFA) являлся объектом интенсивных исследований исследований (см., напр. [59,60]).

## *Метод прямого численного решения нестационарного уравнения Шредингера*

Впервые метод прямого численного решения нестационарного уравнения Шредингера был использован в [61] для исследования многофотонной ионизации атома водорода низкочастотным лазерным полем. Для этого использовался гамильтониан, записанный в дипольном приближении:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \frac{e^2}{r} - eE(t)z\sin(\omega t),$$

где  $E(t)$  - огибающая импульса, которая задавалась кусочно-непрерывным образом: линейный по времени рост в заданный момент времени сменяется некоторой величиной, не зависящей от времени.

Используя цилиндрическую симметрию гамильтониана и одноуровневое приближение (в численных расчетах учитывалось лишь основное состояние атома водорода), размерность уравнений, которая в общем случае соответствует трем пространственным измерениям и одной временной координате, была преобразована в 2 измерения + временная зависимость. Для их численного решения использовалась конечно-разностная неявная схема переменных направлений.

В дальнейшем метод прямого численного решения нестационарного уравнения Шредингера был развит для решения трехмерных задач и использовался для изучения ионизации различных квантовых систем (атомов, ионов и т.д.) при их взаимодействии с полями как линейной [62-63], так и циркулярной поляризации [64]. Во всех вышеперечисленных работах использовался кулоновский потенциал взаимодействия электрона с ядром. Это накладывало определенное ограничение на пространственный шаг численной сетки как в окрестности  $r = 0$ , так и при больших значениях  $r$ . Для того, чтобы преодолеть эти ограничения в [59,60,65] использовался сглаженный кулоновский потенциал:

$$U(r) = -e^2/\sqrt{\alpha^2 + r^2}.$$

Это позволило авторам работ [40,41,54,55] исследовать процессы фотоионизации как ридберговских состояний атома [65], так и эффекты стабилизации ионизации ([60]). Отметим, что гамильтониан нестационарного уравнения Шредингера, которое решается численно, записывается в дипольном приближении. Это накладывает ограничение на максимальную интенсивность лазерного поля, взаимодействие с которым может быть описано этим методом.

Таким образом, для описания ионизации атома развито большое количество подходов, основанных, в основном, на теории ионизации Келдыша [48].

## **§1.2 Генерация гармоник высокого порядка**

Как было указано во Введении, генерация гармоник высокого порядка – одно из самых исследуемых нелинейно-оптических явлений, происходящих в среде, взаимодействующей с интенсивными лазерными полями. Ежегодно публикуется больше тысячи работ, связанных с исследованием особенностей данного явления, либо с применением генерируемого излучения для изучения вещества (см. рис. 1.1).

Впервые генерация гармоник высокого порядка была обнаружена в плотной лазерной плазме, возникающей при фокусировке мощного лазерного излучения пико- и наносекундной длительности на лазерную мишень [66-68].

Несмотря на более чем 45-летнюю историю, эффект генерации гармоник высокого порядка привлекает к себе значительный интерес [70]. Этот интерес связан, главным образом, с развитием методов повышения эффективности преобразования в коротковолновую область спектра (ВУФ и рентгеновское излучение [45]), с развитием методов управления поляризационным состоянием генерируемого излучения, увеличением его ширины спектра [69], а также методов генерации аттосекундных импульсов [71].



Рис. 1.1: Распределение количества публикаций, индексируемых в международной базе данных Web of Science по теме генерация гармоник высокого порядка (синяя гистограмма) и генерация ТГц излучения (красная гистограмма) по годам.

Обзор современного представления явления генерации гармоник высокого порядка начнем с методов описания явления на микроскопическом уровне. К настоящему времени существует ряд теорий, которые достаточно хорошо описывают генерацию гармоник высокого порядка [72-79]. Однако практически все они основаны на теории возмущений, при которых гамильтониан взаимодействия записывается в дипольном приближении. Дополнительным недостатком некоторых из них является то, что учитывается лишь один дискретный уровень, населенность которого считается постоянной.

Широкое представление о развитых методах описания явления генерации гармоник высокого порядка одноэлектронным атомом дает обзор [80]. Исходным пунктом теории, с помощью которой описывается явление генерации гармоник высокого порядка в [80], является уравнение Шредингера в виде:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left[ \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hat{V} + \hat{H}^{int} \right] \Psi,$$

здесь под гамильтонианом взаимодействия понимается  $\hat{H}^{int} = erE$  в  $E$ -представлении и  $\hat{H}^{int} = \hat{p}eA/mc + e^2 A^2/2mc^2$  в  $A$ -представлении,  $\hat{V}$  – внутриатомный потенциал.

Применительно к условиям генерации высоких гармоник гамильтониан не содержит малых слагаемых и потому методы теории возмущений в их традиционной форме для решения уравнения неприменимы. Тем не менее удастся выделить в представленном виде уравнения Шредингера малое слагаемое и решить уравнение Шредингера методом последовательных приближений.

Основная идея этой теории состоит в следующем. Пусть атом находится в поле с умеренно большой амплитудой, уже исключающей применение обычной теории возмущений, но обеспечивающей малую по сравнению с частотой поля скорость ионизации. Волновая функция электрона может быть представлена в виде суммы двух слагаемых:  $\Psi = \Psi_0 + \Psi_1$ , одно из которых описывает связанный электрон (преимущественно в основном состоянии, поскольку возбужденные быстро ионизируются), а второе – свободный электрон. После ионизации волновой пакет электрона относительно быстро удаляется от силового центра (атомного остатка) и расплывается. Поскольку к тому же волновой пакет свободного электрона (слагаемое  $\Psi_1$ ) формируется в течение многих периодов поля, он оказывается сильно делокализованным, а слагаемое  $\hat{V}\Psi_1$  в уравнении Шредингера – относительно малым, даже если вероятность  $\langle \Psi_1 | \Psi_1 \rangle$  не мала. Пренебрегая этим слагаемым, получаем

$$i\hbar \frac{\partial(\Psi_0 + \Psi_1)}{\partial t} = \left[ \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hat{H}^{int} \right] (\Psi_0 + \Psi_1) + \hat{V}\Psi_0.$$

Более строгое развитие подобного подхода приводит к формулировке теории возмущения в следующей нетрадиционной форме:

$$i\hbar \frac{\partial\Psi_0}{\partial t} = \left[ \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hat{V} \right] \Psi_0,$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_{2n+1}}{\partial t} = \left[ \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hat{H}^{int} \right] \Psi_{2n+1} + \hat{H}^{int} \Psi_{2n},$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_{2n+2}}{\partial t} = \left[ \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hat{V} \right] \Psi_{2n+2} + \hat{V} \Psi_{2n+1}.$$

Такой подход позволяет получить аналитические выражения для величины гармоник, интенсивность которых имеет четко выраженное плато и частоту отсечки. Для частоты отсечки приводится феноменологическая зависимость от величины поля, которая была получена для атома водорода:

$$\omega_{cut-off} = I_p + 3.17U_p, \quad (1.2)$$

где  $U_p = E^2/4\omega^2$  - пондеромоторный потенциал поля,  $I_p$  - ионизационный порог. Одним из критериев оценки представленной в [80] теории служит то обстоятельство, что этой квадратичной зависимости (по напряженности поля), которая названа «универсальной», она удовлетворяет.

Помимо теоретических рассуждений, в обзоре [80] представлены экспериментальные данные по генерации гармоник, измеренные для различных веществ (см. рис.1.2). Видно, что в спектрах присутствует ярко выраженное плато (область спектра, где интенсивность соседних гармоник практически не меняется) и частота отсечки (частота резкого падения сигнала в спектре на несколько порядков).

Поскольку зависимость (1.2) является чисто феноменологической и не имеет глубокого теоретического обоснования, она не является строгой. Более того, есть экспериментальные данные, которые ее опровергают. В [81,82], например, говорится об экспериментальном наблюдении насыщения частоты отсечки в зависимости от величины внешнего поля (см. рис. 1.3). В [81] плазма серебра облучалась импульсом Ti:Sapphire лазера. Максимально достигнутая интенсивность в указанных исследованиях составляет  $10^{15} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$ . Насыщение частоты отсечки наблюдалось также в алюминиевой плазме [82].

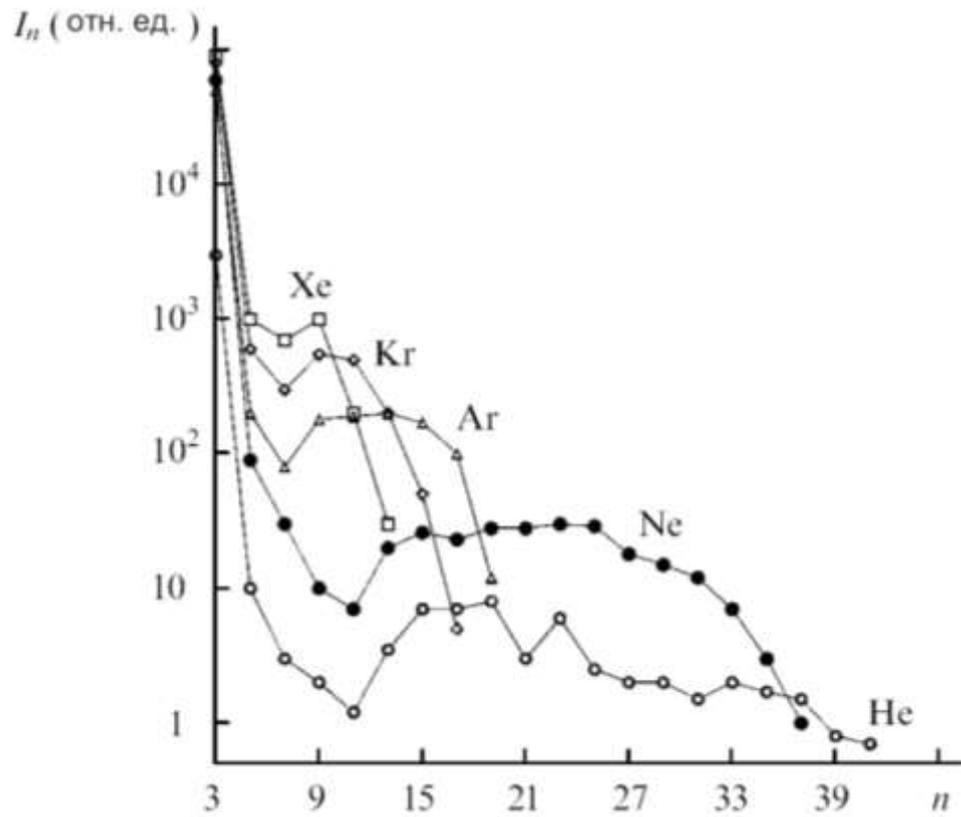


Рис. 1.2: Интенсивности гармоник  $I_n$ , генерируемых в Ne, Ne, Ar, Kr, Xe лазером на красителях ( $\lambda = 0.616$  мкм), при интенсивности возбуждающего излучения 140, 190, 150 и 200 ТВт/см<sup>2</sup> соответственно, [80].

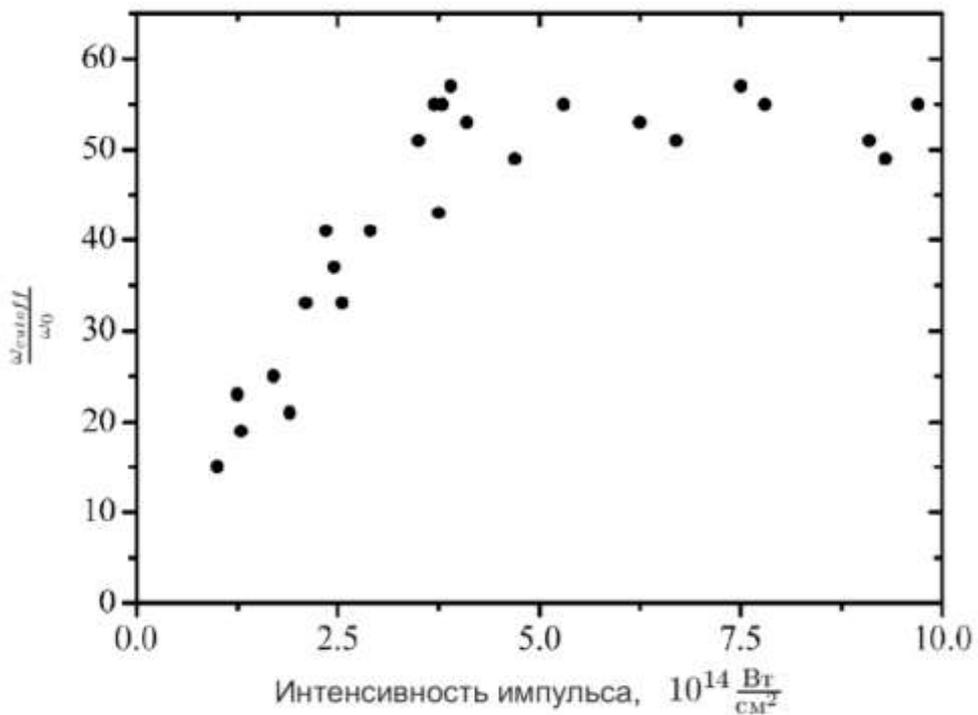


Рис.1.3: Зависимость максимальной наблюдаемой гармоники от интенсивности (в  $10^{14} \text{ Вт/см}^2$ ) главного импульса, [81].

Помимо классических теорий возмущений, основанных на малости отношения  $\frac{E}{E_a} \ll 1$ , обозначенных выше, развиты также и так называемые обращенные теории возмущений [83, 84]. В их рамках взаимодействие оптического электрона считается более сильным, чем с внутриатомным полем, действующим на возбужденный электрон (т.е. выполняется условие  $\frac{E_a}{E} \ll 1$ ), волновая функция которого является решением уравнения Шредингера для свободного электрона в электромагнитном поле. Энергия взаимодействия электрона с ионом описывается как малая аддитивная добавка к энергии свободного электрона в лазерном поле, рассеянное излучение вычисляется в дипольном приближении [83]. Преимуществом обращенной теории возмущений является то, что в формировании гармоник участвуют все степени электромагнитного поля.

Вместе с тем, в полях околоатомной интенсивности  $\frac{E}{E_a} \sim 1$ , это ставит под сомнение применимости как теорий возмущений, так и обращенных теорий возмущений. В этой области напряженности поля необходимо использовать так называемые непertурбативные теории [85-87]. Развиваемая в рамках настоящей диссертационной работы теория также относится к непertурбативным.

Обсуждая явление генерации гармоник высокого порядка, не возможно не остановиться на наиболее часто упоминаемой модели описание данного явления: трехступенчатой модели (simple-man model), опубликованной в 1993 году [73], к настоящему времени [73] процитирована более 5000 раз. Механизм генерации гармоник высокого порядка может быть представлен в рамках этой модели как последовательное движение валентного электрона по трем ступеням:

- 1) ионизация валентного электрона под действием импульса лазера;

2) ускорение свободного электрона внешним полем лазера (движение электрона под действием пондеромоторной силы);

3) рекомбинация электрона с излучением гармоник высокого порядка.

Отметим, что сходные предположения были высказаны в работах [2, 88, 89].

Несмотря на то, что эта модель получила очень широкое распространение вследствие наглядности изображения явления генерации гармоник высокого порядка, существенным ее недостатком является использование уравнений классической механики для описания второй ступени, а именно траекторий движения ионизированного электрона, в то время как сам процесс генерации гармоник высокого порядка носит исключительно квантовую природу.

Трехступенчатая модель получила свое развитие в [90] в виде четырехступенчатой модели, предлагающей разделить этап рекомбинации электрона на две ступени. На первой из них предполагается, что электрон захватывается автоионизационным состоянием иона. На второй происходит переход этого электрона в основное состояние с испусканием света на частоте гармоник. Тем не менее на «шаге» движения электрона в поле лазерного импульса по-прежнему используются классические уравнения.

Трехступенчатая модель стала уникальной платформой развития полуклассических моделей генерации гармоник высокого порядка. Так, решение уравнений для стационарной фазы (так называемые квантовые траектории или квантовые орбиты), которые можно рассчитать квантово-механически [91-95], приближенно соответствуют классическим траекториям электронов. Атомный отклик на частоте гармоник складывается из нескольких слагаемых, соответствующих различным квантовым траекториям (коротким и длинным) из начального в конечное состояние. Используя приближение квантовых орбит, были развиты теории генерации гармоник высокого порядка [8, 96, 97].

Отметим также, что в рамках определенных предположений удастся построить аналитические и полуаналитические теории, описывающие некоторые особенности генерации гармоник высокого порядка без численного решения уравнения Шредингера [98-103].

Вместе с тем, еще раз отметим, что наиболее точное и последовательное описание явления генерации гармоник высокого порядка может быть достигнуто только в рамках решения квантово-механической задачи с полным гамильтонианом взаимодействия.

Генерация гармоник высокого порядка возможна в разных средах, каждая из которых с точки зрения эффективности процесса имеет свои достоинства и недостатки. Классической и продолжающей оставаться популярной средой для генерации гармоник высокого порядка является газ [104-106], и чаще всего используют инертные газы. Недостатком генерации в газовых струях можно назвать низкую эффективность преобразования из-за невысокой концентрации атомов в газе, а несомненным преимуществом – относительно простую постановку экспериментов. Другим методом является получение гармоник в плазме, особым образом подготовленной из твердых веществ [107-109], что значительно расширяет список элементов, в которых можно наблюдать генерацию гармоник высокого порядка. В [108, 109] мишень предварительно греется лазерным импульсом (метод лазерной абляции), над мишенью образуется плазменный столб, через который пропускают управляющее лазерное излучение. Более высокая концентрация частиц в плазме по сравнению с газом повышает эффективность генерации гармоник. Однако сложность управления параметрами плазмы делает этот метод более трудоемким с точки зрения эксперимента. Еще один способ – это генерация гармоник в твердых телах (кристаллах) [110, 111] и от поверхности твердых тел [112]. Генерация гармоник высокого порядка в объеме кристалла впервые получилось наблюдать в 2010 году в кристалле ZnO под действием фемтосекундных лазерных импульсов в среднем ИК-диапазоне [110].

Наблюдались гармоники 25-го порядка. При этом, частота отсечки зависит от величины максимальной напряжённости поля не по классическому закону (1.2), а линейно. По сравнению с газами концентрация атомов существенно выше, что увеличивает эффективность. Однако преимущества перекрывается серьезным недостатком — сильным поглощением генерируемого излучения, а также ограничением на величину используемой интенсивности лазерного излучения, которую может выдержать кристалл без разрушения. Потому генерация в газовых средах (и плазме) представляется наиболее перспективной.

*Увеличение эффективности генерации гармоник, увеличение интенсивности гармоник/выделенной гармоники.*

Процесс генерации гармоник высокого порядка интересен, как упоминалось ранее, с практической точки зрения как способ преобразования лазерного излучения с одной или двумя гармониками в широкий спектр когерентного излучения, простирающийся от ИК- до рентгеновской части электромагнитного спектра. Однако, эффективность генерации гармоник невелика, до настоящего времени непрерывно ведутся работы по увеличению ширины спектра генерации гармоник высокого порядка и его эффективности преобразования. Делается это как экспериментальной подстройкой и различными схемами, так и нахождением новых физических эффектов, позволяющих увеличить интенсивность выбранной гармоники.

При исследовании взаимодействия лазерного излучения с газовой струей, важна фокусировка лазерного луча немного за центр струи [113, 114]. Регулировка линейного положения газовой струи таким образом, чтобы точка фокусировки располагалась в зоне повышенной плотности струи (диске Маха) даёт увеличение в эффективности до 3 раз [115].

Контроль над процессом генерации гармоник высокого порядка может быть значительно улучшен при добавлении к основной частоте лазера её второй гармоники. Таким образом появляется второй набор изменяемых

параметров (поляризация, длительность импульса, интенсивность) для второй компоненты поля, а также задержка между импульсами, и все они оказывают влияние на эффективность генерации, частоту отсечки и свойства спектра генерируемых гармоник высокого порядка. Было показано, что вариация временной задержки между импульсами в двухчастотного поля может позволить увеличить интенсивность гармоник более чем на порядок [116].

Другим физическим механизмом, позволяющим увеличить эффективность генерации гармоник высокого порядка является метод квази-фазового согласования. Для уменьшения негативного влияния рассогласования фаз требуется создать периодическую структуру в используемой среде. Такой подход применяется, например, в плазме путем создания плазменных струй, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга [117, A10]. Подробнее об эффектах квази-фазового согласования будет обсуждено ниже.

Нельзя обойти стороной еще один подход, в сторону которого активно ведутся разработки. Речь идет о использовании ионных и атомных резонансов, т.е. резонансных переходов, которые экспериментально наблюдаются при генерации гармоник высокого порядка в плазме. При этом резонансно усиливается одна гармоника, частота которой совпадает с каким-либо атомным/ионным переходом [109]. Ведутся попытки теоретического объяснения подобных экспериментов [89, 118].

Экспериментальное и теоретическое исследование генерации гармоник в лазерной плазме активно продолжается [119-145]. Первоначально предполагалось, что причиной этого процесса генерации гармоник высокого порядка в лазерной плазме является влияние множественных траекторий электронов [146]. Затем в четырехступенчатой модели учитывались переходы ионов с большой силой осциллятора ( $gf$ ) между основным состоянием и автоионизационным состоянием ионов [89]. Другие модели были основаны на связанно-связанных переходах [147-149], а также на связи многоэлектронных возбужденных состояний с повышенным выходом гармоник [150, 151].

Каждая из этих моделей в той или иной степени описывает экспериментальные особенности генерации гармоник, связанные с наличием переходов, обладающих большим значением  $gf$  в плазме.

*Увеличение максимальной энергии фотона генерируемого излучения.*

Развитие методов увеличения ширины спектра гармоник высокого порядка открывает новые области применения такого излучения для исследования структуры вещества. Так, для изучения внутренних оболочек важных в промышленности материалов (Fe, Co, Ni) необходимо использовать рентгеновское излучение с энергией фотона  $\sim 1$  кэВ [152]. Для получения рентгеновского излучения методом генерации гармоник высокого порядка в соответствии с (1.2) необходимо использование лазерных систем с меньшей частотой излучения (например, используются источники среднего ИК-диапазона [153]), что повышает частоту отсечки за счёт повышения максимальной ponderomotive энергии, которая пропорциональна квадрату длины волны лазерного источника. Однако при этом сильно падает эффективность процесса генерации гармоник высокого порядка [69]. Кроме того, при взаимодействии лазерных источников среднего и дальнего ИК-диапазона существенным становится влияние магнитного поля, что также ограничивает эффективность генерации гармоник высокого порядка [158-163].

Вместе с тем, при увеличении длины волны ( $\lambda$ ) лазерного источника эффективность генерации гармоник масштабируется как  $\lambda^{-5.5}$  [154-156]. Для преодоления такого значительного уменьшения эффективности генерации гармоник при увеличении  $\lambda$  можно использовать двухчастотные лазерные поля [157] или молекулярные резонансы, расположенные вблизи спектра накачки [A7].

### *Управление поляризацией генерируемых гармоник.*

Генерация гармоник с произвольной, в том числе круговой поляризацией представляет интерес не только с фундаментальной, но и с практической точек зрения. Например, для метода рентгеновского магнитного кругового дихроизма (XMCD), позволяющего измерять магнитные моменты атомных элементов и фиксировать динамику намагничивания отдельных компонентов вещества, необходимо циркулярно поляризованное излучение рентгеновского диапазона [164, A20]. Изучение динамики намагничивания также возможно с помощью линейно поляризованного ВУФ или мягкого рентгеновского излучения гармоник с использованием резонансного эффекта Фарадея [165].

В этой связи обозначим несколько поднаправлений развития, в первую очередь, экспериментальных методов генерации эллиптически поляризованного излучения. Первое из них связано с генерацией гармоник высокого порядка в эллиптически поляризованных лазерных полях и управлением поляризационных характеристик генерируемого излучения с помощью регулировки степени эллиптичности лазерного поля [166, 167].

Поскольку в одночастотном поле с круговой поляризацией эффективность генерации гармоник высокого порядка крайне низка, и стремится к максимуму при приближении поляризации к линейной [168, 169], логичный вопрос заключается в том, что находится между этими крайними состояниями и как изменяются характеристики выходного излучения при постепенном изменении эллиптичности управляющего импульса. Рассмотрение такой задачи проливает свет на возможность управления поляризацией генерируемого излучения. Зависимость эффективности генерации гармоник от величины эллиптичности лазерного поля достаточно много изучалась различными исследователями [170-175]. Как правило, эта зависимость имеет схожий характер вне зависимости от номера гармоники [170-172]. Хотя есть и из этого правила исключения, проявляющиеся в обнаружении аномальной зависимости для конкретных гармоник [173-175].

Интересуясь зависимостью эллиптичности гармоник от эллиптичности падающего излучения, можно обнаружить гораздо более широкое разнообразие результатов, полученных в основном, для благородных одноатомных газов [166, 167, 177, 178]. В последнее время такие зависимости изучаются для молекул (где обнаруживают сходные с наблюдаемыми в атомах особенности) [178, 179], а также твердых тел [180].

Другим поднаправлением, более важным с прикладной точки зрения, является стабильное получение гармоник с высокой степенью эллиптичности и хорошей эффективностью. Трудность достижения такого результата заключается в следующем: несмотря на то, что в эллиптически поляризованном лазерном поле появляющиеся гармоники тоже поляризованы эллиптически [167, 176], генерация гармоник высокого порядка в значительной мере подавлена [168, 169]. На данный момент существует несколько эффективных схем для получения интенсивных гармоник с высокой степенью эллиптичности [181, 182, A20]. В первой схеме применяются двухчастотные эллиптически поляризованные поля с противоположной спиральностью (векторы поляризации компонент двухчастотного поля вращаются навстречу друг другу) [181]. Схема отличается полным контролем поляризацией излучения гармоник и позволяет генерировать гармоники даже с круговой поляризацией. Еще один подход, задействующий атомные и континуальные резонансы в одночастотном эллиптически поляризованном поле, дает возможность производить квазициркулярные гармоники низкого порядка, однако не имеет столь хорошего контроля над поляризацией, как в первой схеме, и к тому же требует использования только определенных газов для получения высокой эллиптичности [182]. Третий метод оперирует двухчастотным лазерным полем с несущей частотой лазера и ее второй гармоникой, имеющими линейные поляризации, ортогонально ориентированные по отношению друг к другу [A20]. Он является более простым с точки зрения эксперимента, так как не требует использования большого количества оптических элементов.

### *Исследования эффектов фазового и квази-фазового согласования*

Обзор особенностей фазового и квази-фазового согласования представлен в недавнем обзоре [183]. Эффекты квази-фазового согласования активно изучались в кристаллах, газах, плазменных средах [183]. Концепция квази-фазового согласования в газах может быть реализована в волноводах [184], последовательности газов [185], газовых смесях [A7], протяженном газе с градиентами давления [186-187] и газовых струях [188-189]. Последний случай был реализован для двух струй [188] и до 20 струй [189].

Генерация гармоник высокого порядка в протяженных газовых средах долгое время считалась неэффективным процессом из-за превышения средней длины над длиной когерентности ( $L_{\text{coh}}$ ) гармоник. На расстоянии, равном  $L_{\text{coh}}$ , рассогласование фаз между взаимодействующими полями становится равной  $\pi$  и вызывает деструктивную интерференцию генерируемого излучения. Для гармоник высокого порядка переход от фазового к квази-фазовому согласованию направлено на преодоление указанной выше деструктивной интерференции генерируемого от различных частей протяженного источника излучения. Было продемонстрировано изменение фазы волны при переходе через границу раздела среды [190-192], в результате чего, процесс преобразования частоты можно эффективно продолжить в другой части среды. В случае лазерной плазмы разделение протяженного плазменного факела на несколько небольших плазменных струй может восстановить «правильное» соотношение фаз между лазерной и генерируемой волнами и сделать возможным дальнейшее увеличение эффективности генерации гармоник в различных спектральных диапазонах. Среди способов создания предпосылок к квази-фазовому согласованию в плазме можно рассмотреть следующие методы: (а) использование микролитографических мишеней, (б) использование перфорированных мишеней, которые при облучении «греющим» лазерным импульсом создают плазменное облако, в) использование множества щелей с разным расстоянием между ними в качестве экранов, устанавливаемых на пути распространения «греющего»

лазерного импульса, что позволяет добиться регулируемого разделения между несколькими плазменными струями.

### **§1.3. Генерация ТГц излучения**

Терагерцовое (ТГц) излучение - вид электромагнитного излучения, спектр частот которого лежит в интервале от 0.3 до 10 ТГц (1 мм - 30 мкм), он расположен между микроволновым и инфракрасным диапазонами. Излучению с частотой 1 ТГц соответствует период в 1 пс, длина волны в 300 мкм, волновое число в  $33 \text{ см}^{-1}$ , энергия фотона в 4.1 мэВ и температура в 47.6 К. В этом диапазоне сложно применимы хорошо разработанные ранее физические принципы генерации и детектирования оптического и СВЧ излучений. Из-за этого ТГц диапазон до недавнего времени называли «ТГц провалом». Энергия ТГц фотона очень мала, поэтому температурная релаксация может нивелировать разницу между энергетическими состояниями уровней атомов при «лазерном» способе генерации ТГц излучения. Вдобавок, сложности возникают и при транспортировке ТГц излучения. Металлические волноводы, которые используются для переноса микроволн, обычно приводят к высоким потерям для ТГц волн, в то время как диэлектрические волноводы и оптоволокно страдают от больших потерь и дисперсии. Поэтому долгое время не существовало подходящих устройств для генерации, приёма и передачи сигналов в большей части ТГц спектра. Однако, прогресс в этой области позволил «заполнить» этот «провал».

ТГц излучение вызывает значительный интерес, так как является удобным инструментом для различных применений. ТГц излучение имеет маленькую энергию фотона, поэтому, в отличие от рентгеновских волн, оно не приводит к фотоионизации биологических тканей, а также не может глубже проникать в организм, по сравнению с микроволнами. Это свойство полезно в медицине. Большинство сухих диэлектрических материалов (например, ткань, бумага, дерево и пластик) прозрачны для ТГц излучения. При этом ТГц волны достаточно короткие для обеспечения пространственного разрешения на

субмиллиметровом уровне. Эти свойства полезны в визуализации различных объектов. ТГц излучение обладает более высокой частотой, чем микроволновое. Значит, оно может быть использовано для высокоскоростной передачи информации. Многие молекулы имеют вращательный и колебательный спектры поглощения в ТГц области. Это свойство делает ТГц излучение перспективным в спектроскопических исследованиях. Благодаря этому, интерес к развитию методов генерации ТГц излучения возрастает (см. рис.1.1).

Существует большое количество источников ТГц излучения (см. Таблицу 1.1). Так, к естественным источникам ТГц излучения относят космическое излучение и излучение абсолютно черных тел комнатной температуры. Однако, естественные источники являются некогерентными, поэтому они не могут быть применены, например, в спектроскопии.

Было разработано два основных направления развития методов генерации ТГц излучения: узкополосные (непрерывные) и широкополосные (импульсные) источники. К импульсным источникам относят, например, источники, основанные на оптическом выпрямлении в нелинейной среде [218], ускорении носителей в фотопроводящих антеннах [212] лазер на свободных электронах [201] и др. К непрерывным относят лампу обратной волны [197], квантово-каскадный лазер [209] и др.

Классифицировать источники ТГц излучения удобно следующим образом [224]. Рассмотрим волновое уравнение для напряженности электромагнитного поля, которое следует из уравнений Максвелла:

$$\Delta E(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c} \frac{\partial^2 P(\vec{r}, t)}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c} \frac{\partial j(\vec{r}, t)}{\partial t}.$$

Из уравнения видно, что может существовать 2 источника электрического поля  $E$ : 1) изменяющаяся во времени плотность тока  $j$ ; 2) модуляция локальной поляризации  $P$ . Во втором случае ТГц отклик может запаздывать относительно внешнего возбуждения, а может происходить почти одновременно с ним. Таким образом, все методы генерации ТГц излучения

можно разделить на три группы: 1) методы, где изменяющаяся плотность тока является источником; 2) методы, основанные на резонансной модуляции поляризации среды; 3) методы, основанные на мгновенной нерезонансной модуляции поляризации среды. Стоит отметить, что методы, которые используют движение свободных зарядов в проводимых средах и в ионизированных газах подходят как в первую, так и во вторую категорию.

К первой группе относится вся вакуумная и твердотельная электроника. Рекордное (по мощности) ТГц излучение на сегодняшний день зарегистрировано от устройств вакуумной электроники, основанных на ускорении релятивистских электронов: от синхротронов [202] и лазеров на свободных электронах [201]. Излучение от ЛСЭ характеризуется также высокой направленностью, настраиваемой длиной волны, узкой полосой частот и высокой степенью когерентности. Однако, доступ к таким объектам ограничен. Для массового применения ТГц излучения желательны компактные, настольные источники, которые могут работать при комнатной температуре, но в то же время генерировать мощное и когерентное ТГц излучение. В соседнем ГГц диапазоне хорошо развиты компактные электровакуумные источники: генераторы на лампе обратной волны [197], генераторы на лампе бегущей волны [199], туннельные диоды, Ганновские диоды [203] и другие. Однако их выходная мощность резко уменьшается при приближении к ТГц диапазону, а спектральная энергия слишком мала для применения в ТГц-спектроскопии [225].

Перед тем, как мы перейдем к описанию второй и третьей групп, для полноты картины стоит отметить еще одну группу - ТГц лазеры (мазеры). Это источники с инверсией населенности энергетических уровней, разность энергий которых соответствует ТГц излучению. Среди ТГц лазеров имеются лазеры с накачкой  $\text{CO}_2$  (или Рамановские газовые лазеры) [207] и несколько типов полупроводниковых лазеров [208]. Газовые лазеры обеспечивают генерацию на нескольких узких линиях. Более перспективными являются квантово-каскадные лазеры на основе  $\text{SiGe/Si}$ ,  $\text{AlGaAs/GaAs}$ ,  $\text{InAlAs/InGaAs}$

гетероструктур [209]. Однако, их проблема заключается в необходимости сверхнизких температур.

Таблица 1.1. Классификация источников терагерцового излучения

<b>Источники</b>	<b>Спектральный диапазон</b>	<b>Источник</b>
<b><i>Горячие источники</i></b>		
Космические лучи	0.16 ТГц (пик)	[194]
Глобар	весь ТГц диапазон	[195]
Ртутная лампа	0.15 - 3 ТГц	[196]
<b><i>Вакуумная электроника</i></b>		
Генератор на лампе обратной волны	0.03-1.2 ТГц	[197]
Клистрон	0.5 - 2.0 ТГц	[198]
Лампа бегущей волны	до 0.22 ТГц	[199]
Гиротрон	0.55 - 1 ТГц	[200]
Лазер на свободных электронах	0.12-4.8 ТГц	[201]
Синхротрон	0.1-3 ТГц	[202]
<b><i>Твердотельная электроника</i></b>		
Ганновский диод	до 0.3 ТГц	[203]
Транзистор	до 5 ТГц	[204]
Умножитель частоты	0.2-1 ТГц	[205]
Сверхпроводник	до 0.85 ТГц	[206]
<b><i>Лазеры</i></b>		
Газовый	0.25 - 8.0 ТГц	[207]
Полупроводниковый	1 - 4 ТГц	[208]
Квантово-каскадный	0.84 - 5.0 ТГц	[209]
<b><i>Источники, накаченные лазерами</i></b>		
<b><i>Непрерывные</i></b>		
Фотосмеситель	до 2.7 ТГц	[210]
Механический резонанс	0.3 - 0.5 ТГц	[211]
<b><i>Импульсные</i></b>		
Фотопроводящие антенны	0.1 - 4.0 ТГц	[212]
Воздух	0.01 - 60 ТГц	[193]
Магнитные диполи	0.2 - 0.4 ТГц	[213]
ТГц параметрический осциллятор	0.9 - 2.1 ТГц	[214]
Оптическое выпрямление	1.8 ТГц	[218, 219]
Переходный ток	0.1 - 3.0 ТГц	[220]
Эффект Дембера	0.3 - 1.0 ТГц	[221]
<b><i>Механическое возбуждение</i></b>		
Отклеивание скотча	1-20 ТГц	[222]
Поверхностная люминесценция	до 1 ТГц	[223]

Перейдем к описанию второй группы методов генерации ТГц излучения. В рамках этой группы ТГц-импульсы с энергией, не превышающей мкДж, генерируются при резонансном возбуждении исходной среды мощными лазерными импульсами. Феноменологически, все процессы этой группы могут быть объяснены через оптические восприимчивости среды 2го и 3го порядка [226].

К этой группе могут быть отнесены фотопроводящие излучатели [212] и фотосмесители [210]. Фотопроводящие излучатели (антенны, переключатели) являются одними из наиболее используемых источников ТГц излучения. Обычно фотопроводящий излучатель представляет собой полупроводниковый материал, к которому приложили некоторое напряжение. При освещении поверхности материала видимым или ближним инфракрасным излучением сверхбыстрого лазерного импульса (длительностью до 200 фс) происходит поглощение фотонов, которое влечет за собой переход электронов из валентной зоны в зону проводимости. Носители проводимости ускоряются во внешнем электрическом поле постоянного тока, и результирующий скачок тока приводит к излучению электромагнитного импульса. Длительность импульса определяется, в основном, временем жизни носителей проводимости в полупроводниковом материале. В материалах с пикосекундным временем рекомбинации носителей, спектральный пик импульсов приходится на ТГц диапазон. Если использовать накачку фотопроводящего переключателя двумя лазерными пучками ближнего ИК диапазона (780-1550 нм) с разными частотами, то можно получить низкочастотное ТГц излучение как результат резонансного смещения частот.

Излучение с поверхности полупроводников тоже может быть отнесено ко второй категории [220-221]. При освещении большинства полупроводниковых поверхностей фемтосекундными импульсами видимого диапазона, они излучают переходный ток с характерной частотой в ТГц диапазоне. После фотовозбуждения носителей в зону проводимости, они генерируют ТГц сигнал из-за сверхбыстрого переноса заряда и оптического

выпрямления. Перенос заряда может быть вызван: 1) приповерхностным встроенным электрическим полем полупроводника; 2) различием коэффициентов диффузии электронов и дырок (эффект Дембера). Дрейфовый ток, обусловленный приповерхностным полем, является доминирующим для GaAs и InP, а эффект Дембера преобладает в проводниках с узкой запрещенной зоной (InAs). Генерация ТГц импульса с поверхности InAs может быть усилена в несколько раз магнитным полем. Модификация поверхности GaAs путем облучения тяжелыми ионами может также усилить ТГц сигнал. Генерация ТГц излучения при помощи приповерхностного поля и эффекта Дембера происходит в направлении перпендикулярном поверхности. Поэтому эффективность излучения в подобных методах невысока.

Также ко второй группе методов генерации ТГц излучения относят генерацию сигнала ионизированной газовой средой [193]. Более подробно этот механизм будет рассмотрен ниже.

Третья группа методов генерации ТГц излучения основана на параметрическом нелинейном взаимодействии когерентных оптических волн из-за нерезонансной электрооптической восприимчивости среды второго порядка. К этой группе относят оптическое выпрямление [218, 219] и параметрический осциллятор [214]. Отметим, что генерация ТГц излучения в квадратично-нелинейных средах является одной из наиболее эффективных [215, 216, 228]. Особого внимания также заслуживают органические кристаллы, взаимодействующие с лазерными полями, как источники ТГц полей, обладающих большими амплитудами [217].

В таблице 1.1 приведен краткий обзор основных методов генерации ТГц излучения. Обычно, выбор источника ТГц излучения – это поиск компромисса между шириной генерируемого спектра и пиковой интенсивностью [227]. Оптические методы генерации (оптическое выпрямление, генерация разностной частоты, фотопроводящие антенны и газовые среды) более перспективны с точки зрения оптимизации параметров ТГц излучения ввиду

обилия управляющих параметров, которые влияют и на ширину спектра, и на его интенсивность.

### *Газовая среда как источник ТГц излучения*

Одним из перспективных источников ТГц излучения является генерация газовыми средами при их взаимодействии с мощными лазерными импульсами. Получающееся ТГц излучение имеет чрезвычайно широкий спектр (от 0.2 ТГц до >30 ТГц) [193].

Наиболее распространены 2 схемы генерации ТГц излучения в газах, в которых источником сигнала служит лазерно-индуцированная плазма. В первой схеме используют одночастотное лазерное поле для создания газовой плазмы и генерации ТГц волн [229]. В частности, к этой схеме относится генерация ТГц сигнала в плазме оптического пробоя и генерация в режиме филаментации [230, 231].

В другой схеме используют двухчастотное лазерное поле, в котором вторая гармоника лазерной источника генерируется в нелинейном кристалле [232]. Взаимодействие двухчастотного поля с газовой средой приводит к генерации ТГц сигнала, амплитуда которого на порядки превышает амплитуду ТГц сигнала, получаемого с помощью первой схемы [233]. Также может быть использован интерферометрический компенсатор для управления поляризацией и фазой каждого пучка [234]. Амплитуда ТГц сигнала больше при параллельной ориентации поляризаций основной и второй гармоники, чем при их перпендикулярной ориентации [234]. Отметим, что двухчастотная схема генерации обеспечивает наиболее широкий спектр излучения до 50–100 ТГц [235 – 237], однако эффективность конверсии энергии оптического импульса в ТГц диапазон невелика: достигает ~0.1% при оптимизации параметров [238]. Эксперименты [239 – 242] показали коническую структуру ТГц излучения в дальней зоне. Недавно зарегистрировано ТГц излучение, генерируемое при распространении двухчастотного филамента в

направлении, обратном направлению распространения лазерного излучения [243; 244].

Использование газовой среды в качестве источника ТГц излучения вызывает особенный интерес. Этим методом можно получить ТГц импульсы напряженностью порядка МВ/см [245] с линейной [232, 234] или эллиптической поляризацией [246]. Для сравнения, на устройствах на базе ускорителей, пиковая напряженность генерируемого ТГц сигнала составляет около 20 МВ/см, а на часто используемых в лабораториях устройствах, основанных на оптическом выпрямлении в нелинейных кристаллах, пиковая напряженность достигает 5 МВ/см [228]. Помимо высокой напряженности и широкого спектрального диапазона [193], генерация ТГц сигнала в газовой среде свободна от многих недостатков, которые присущи другим источникам [227]. Так, привлекательность данного метода заключается в том, что отсутствует необходимость в дополнительных устройствах для того, чтобы преобразовывать излучение лазера в ТГц излучение. В газовой среде отсутствует ограничение на интенсивность лазерного импульса, в виду большой ее лучевой стойкости. Генерация ТГц излучения другими методами с последующим его распространением на большие расстояния в атмосфере затруднительна, так как молекулы воды, присутствующие в атмосферном воздухе, имеют высокий коэффициент поглощения в ТГц области частот. Использование газовой среды в качестве источника излучения решает эту проблему, так как оказывается возможным генерировать и детектировать ТГц излучение вблизи образца. Генераторы широкополосного ТГц излучения, в основе которых лежат электрооптические и полупроводниковые кристаллы обладают широкими полосами поглощения в терагерцовом диапазоне, которые связаны с фоновыми резонансами. Поэтому в спектрах генерируемого излучения возникают провалы. Помимо этого, вследствие отражения ТГц волн от поверхностей источника, некоторая часть спектра остается недостижимой из-за интерференции волн. Газовая среда свободна от указанных недостатков. Наконец, газовая среда является довольно

компактным источником (в отличие, например, от лазера на свободных электронах), в ней не требуется достижения экстремального состояния вещества (как например, сверхпроводящего, в эффекте Джозефсона) и генерация в ней возможна при комнатных температурах (в отличие от квантово-каскадного лазера, где требуется криогенное охлаждение).

До недавнего времени считалось, что ТГц излучение может быть эффективно получено только при использовании двухчастотной схемы, в которой  $\omega_1:\omega_2 = 1:2$ , где  $\omega_1$  и  $\omega_2$  - несущие частоты первого и второго импульсов, которые обычно соответствуют 800 нм и 400 нм длине волны лазера соответственно. В 2013 году впервые появилось предположение, что и другие частотные соотношения могут быть использованы для эффективной генерации ТГц излучения [248]. С тех пор ведётся активный поиск (экспериментально [249] и численно [250-252]) оптимального соотношения между частотами для эффективной генерации ТГц излучения.

#### *Основные способы описания генерации ТГц излучения в газах*

В 2000 году в первой работе по генерации ТГц излучения газовой средой в режиме филаментации при облучении двухчастотным лазерным полем [232], была предложена феноменологическая модель четырехволнового смешения для описания этого процесса. ТГц излучение в модели четырехволнового смешения генерируется за счет отклика связанных электронов на мощное двухчастотное лазерное излучение.

В [232] с помощью модели четырехволнового смешения, установлено, что если первая и вторая гармоника поляризованы перпендикулярно, то поляризация ТГц сигнала коллинеарна поляризации второй гармоники. Это утверждение было подтверждено в эксперименте [232].

Модель четырехволнового смешения предсказывает квадратичную зависимость амплитуды ТГц сигнала от амплитуды первой гармоники. Такая зависимость согласовывается с экспериментом лишь при небольших значениях энергии первой гармоники, до порога ионизации [234]. Кроме того, модель

четырёхволнового смешения не описывает экспериментальные данные по поляризации ТГц сигнала [194]. Для объяснения зависимости угла поляризации ТГц сигнала от угла между поляризациями основной и второй гармоник модель четырёхволнового смешения требует предположения о существовании сильной дисперсии компонент тензора нелинейной восприимчивости третьего порядка для воздуха [194].

Альтернативной моделью для описания генерации ТГц излучения в газах является модель фототока. Согласно этой модели, связанные электроны атомов или молекул газа ионизируются мощным лазерным полем. Ионизация происходит в основном в моменты времени, соответствующие пиковым значениям комбинированного двухчастотного лазерного поля. Электроны, возникающие при воздействии на газ такого, в общем случае, асимметричного лазерного поля, могут приобрести ненулевую скорость дрейфа, создавая направленный ток электронов с одновременным излучением ТГц излучения в дальней зоне. Модель фототока хорошо описывает форму импульса ТГц сигнала и форму его спектра [247]. Она является достаточно простой в применении, однако использует ряд приближений [195]. Например, в модели фототока электрон переходит из основного состояния в свободное за время, которое много меньше характерного времени изменений электромагнитного поля.

В описанных выше основных методах, генерация ТГц излучения в газах является результатом макроскопического отклика среды. В некоторых случаях применяется квантово-механический аппарат для расчета, в частности, ионизации атома. Вместе с тем, возникает интерес в исследовании микроскопической (квантово-механической) природы генерации излучения в ТГц диапазоне, которая является результатом взаимодействия одиночного атома с лазерным полем. Такой подход, учитывающий как динамику населенностей дискретных уровней атома (которая является причиной возникновения макроскопических нелинейностей среды), так и динамику населенностей квазиуровней непрерывного спектра атома (которая является

причиной возникновения фототока) мог бы объединить два способа описания генерации ТГц излучения интенсивными лазерными полями.

#### **§1.4. Генерация излучения, обладающего ненулевой продольной компонентой**

Концепция продольного тока активно используется в широкой области явлений взаимодействия электромагнитного поля с веществом. Возникновение продольного тока приводит к существенному изменению свойств отраженного, преломленного или прошедшего поля. Наиболее сильными оказываются изменения поляризации поля отклика. Представление о продольных волнах, как известно, возникли в акустике и физике плазмы, где они связаны с продольным движением атомов, молекул или зарядов вдоль направления распространения внешнего возмущения. Электромагнитная волна в вакууме, в свою очередь, является чисто поперечной, а возникновение продольной компоненты при распространении электромагнитной волны в среде, как правило, связано либо с неоднородностью свойств среды (границы раздела, интерфейсы и т.п.), либо с сильной пространственной неоднородностью распространяющегося светового пучка (острая фокусировка и т.д.) [253]. Кроме того, продольная компонента поля наблюдается часто в ближней зоне излучателя [253].

Продольная компонента электромагнитного поля играет в настоящее время важнейшую роль в ряде приложений, таких как микроскопия сверхвысокого разрешения, где наличие третьей декартовой компоненты в волне позволяет выявить излучатели, ориентированные перпендикулярно поперечной компоненте поля [254]. Кроме того, продольная компонента важна также в задачах детектирования и распознавания, где необходимо сложное состояние поляризации для определения хиральности и других структурных особенностей одиночной молекулы, домена магнитного материала, ячейки метаматериала и пр. [255, 256]. Еще одной важнейшей областью приложений является квантовая криптография и квантовые компьютеры, где поляризация

играет роль «ключа» для создания запутанных состояний [257]. Однако, как правило, значительные амплитуды продольной компоненты демонстрируются вблизи взаимодействующих с лазерным полем нанобъектов [258].

### **§1.5. Основные методы возбуждения низкоэнергетических внутриядерных переходов**

Изотоп тория  $^{229m}\text{Th}$  с аномально низкой энергией возбуждения, лежащей в УФ-диапазоне, уже достаточно давно привлекает внимание исследователей [259]. Стандартные методы ядерной физики дают лишь косвенную информацию о свойствах этого необычного ядерного изомера [260-263], так что в последнее время оценка энергии этого уровня была изменена с  $\sim 3,5$  до  $\sim 8$  эВ [264] и в настоящее время наиболее надежная оценка этой энергии составляет  $8.28 \pm 0.17$  эВ [332]. Время жизни изомерного состояния существенно зависит от химического окружения атома тория, так как в неионизированном атоме наиболее вероятным является процесс внутренней конверсии [266]. Недавние экспериментальные измерения дали оценку 7 мкс для затухания по внутреннему каналу преобразования и более 60 с по фотонному каналу [267, 268]. Также были определены фундаментальные ядерные свойства двухзарядного изомера  $^{229m}\text{Th}$ , а именно его магнитный дипольный и электрический квадрупольный моменты, а также зарядовый радиус ядра [269]. Необычные свойства этого изомера обуславливают ряд возможных применений от ядерных часов [268] до оптического гамма-лазера [270] и квантового кубита [271]. Прямое возбуждение изомеров из основного состояния пока не реализовано, что связано с отсутствием как надежных данных об энергии возбуждения, так и спектрально ярких перестраиваемых источников УФ (с энергией фотонов 6-15 эВ).

Ядерные переходы такой малой энергии могли бы сопровождаться процессами в атомной оболочке атома: энергия перехода ядра может быть поглощена атомным электроном (распад возбужденного состояния ядра) или энергия, выделившаяся при переходе электрона, может быть поглощена ядром

(возбуждение ядра). Для ядерного возбуждения были предложены и рассмотрены такие процессы, как NEEC (ядерное возбуждение электронным захватом) [272-274], NEET (ядерное возбуждение электронным переходом) [275, 276] и процесс обратного электронного моста (IEB) [277 – 281]. Каждый упомянутый выше процесс может быть инвертирован, что приведет к появлению новых каналов нефотонного распада: внутренней электронной конверсии, обратного NEET [282, 283] и EB (электронного моста) [284]. В частности, процесс NEEC является одним из кандидатов для реализации эффективного возбуждения ядерного состояния в  $^{125}\text{Te}$  [272, 285-287]. Поскольку энергия ядерного возбуждения  $^{229}\text{Th}$  близка к энергиям атомных переходов и первому потенциалу ионизации атома тория (6,3 эВ), состояние ионизации оказывает решающее влияние на вероятности возбуждения и распада через различные процессы. При точной подстройке энергии фотона к энергии перехода эти процессы могут быть очень эффективными. Однако следует иметь в виду, что ширина ядерного резонанса обычно очень мала и зависит от некоторых дополнительных свойств, таких как, например, мультипольность.

## **Глава II Основные положения теоретического подхода к описанию взаимодействия произвольно поляризованного излучения с одиночными атомами и протяженными газовыми средами**

Настоящая глава посвящена описанию развитого в рамках подготовки диссертационной работы теоретического подхода к исследованию взаимодействия одиночного атома и с лазерным полем дорелятивистской напряженности поля, впервые предложенного в [9], а также описанию предложенной интерференционной модели отклика протяженной газовой среды, с помощью которых будут получены основные результаты диссертационной работы. Приведен последовательный переход от нестационарного уравнения Шредингера к системе дифференциальных уравнений для амплитуд населенностей уровней. Представлены формулы для расчета фотоэмиссионного тока отклика атома, спектр которого в дальней зоне совпадает со спектром генерируемого им электромагнитного поля. Предложены формулы для расчета генерируемых электрического и магнитного полей в ближней зоне. Исследованы основные свойства матричных элементов, связывающих волновые функции - точных решений краевых задач свободного атома и «об атоме в поле», составных матричных элементов, матричных элементов оператора обобщенного импульса, парциальных матричных элементов тока атомного отклика. Описаны модельные структуры уровней атомов, которые будут использоваться для исследования особенностей генерации гармоник высокого порядка и генерации ТГц излучения. Описана методика последовательного использования развитого в диссертационной работе теоретического подхода для расчета фотоэмиссионного спектра отклика одиночного атома. Прослежена модификация формул расчета фотоэмиссионного спектра отклика атома при исследовании взаимодействия ансамбля атомов с лазерными полями.

## §2.1 Основные положения непертурбативной квантово-механической теории описания взаимодействия одиночного атома с лазерным полем

Взаимодействие одиночного атома с полем лазерного импульса описывается с помощью нестационарного уравнения Шредингера:

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \left[ \frac{1}{2m} \left( \vec{p} - \frac{q}{c} \vec{A}(\vec{r}, t) \right)^2 + U(\vec{r}) \right] \psi(\vec{r}, t), \quad (2.1)$$

где  $U(\vec{r})$  - потенциальная энергия внутриатомного поля, а  $\vec{A}(\vec{r}, t)$  - векторный потенциал поля внешней электромагнитной волны,  $\psi(\vec{r}, t)$  - волновая функция валентного электрона,  $\vec{p}$  - оператор импульса,  $\hbar$  - постоянная Планка,  $c$  - скорость света в вакууме,  $q$  и  $m$  - заряд и масса электрона, соответственно. Собственные значения и собственные волновые функции гамильтониана уравнения (2.1) могут быть определены следующим образом.

Пусть  $u(\vec{r})$  есть полная система собственных функций краевой задачи свободного атома

$$\left( \frac{p^2}{2m} + U(\vec{r}) \right) u_n(\vec{r}) = E_n u_n(\vec{r}). \quad (2.2)$$

Собственные волновые функции указанной краевой задачи с произвольным сферически симметричным внутриатомным потенциалом имеют вид

$$u_{nlm}(\vec{r}) = R_{nl}(r) Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (2.3)$$

где  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  - сферические функции, а  $R_{nl}(r)$  - радиальная волновая функция, отвечающая заданным граничным условиям в точках  $r = 0$  и  $r = \infty$ ,  $n$  - главное (или радиальное) квантовое число, а  $l$  и  $m$  - величина углового момента состояния и его проекции, соответственно.

Обратимся теперь к краевой задаче вида:

$$\left[ \frac{1}{2m} \left( \vec{p} - \frac{q}{c} \vec{V} \chi(\vec{r}, t) \right)^2 + U(\vec{r}) \right] \varphi_n(\vec{r}, t) = E_n \varphi_n(\vec{r}, t) \quad (2.4)$$

Граничные условия краевой задачи (2.4) совпадают с граничными условиями краевой задачи (2.2) в пределе  $\chi \rightarrow 0$ . Решение краевой задачи (2.4) имеет вид:

$$\varphi_N(\vec{r}, t) = u_n(\vec{r}) \exp\left(i \frac{q}{\hbar c} \chi(\vec{r}, t)\right), \quad (2.5)$$

$$E_N = E_n, \quad (2.6)$$

где  $u_n(r)$  собственная функция краевой задачи (2.2), отвечающая собственному значению  $E_n$ . Действительно, подставляя решения (2.5) в уравнение (2.4), получаем краевую задачу (2.2). Таким образом, видно, что собственные значения краевых задач (2.2) и (2.4) в точности совпадают, а собственные волновые функции различны.

Симметричные свойства гамильтониана уравнения (2.4) зависят от вида функции  $\chi(\vec{r}, t)$ , следовательно, симметричные свойства волновых функций (2.5) в общем случае отличаются от симметричных свойств волновых функций свободного атома.

Собственные функции краевых задач (2.2) и (2.4) составляют полные ортонормированные базисы

$$\int u_n^*(\vec{r}) u_m(\vec{r}) dV = \delta_{nm},$$

$$\int \varphi_N^*(\vec{r}, t) \varphi_M(\vec{r}, t) dV = \delta_{NM},$$

поэтому любую собственную функцию краевой задачи (2.4) можно представить в виде разложения по собственным волновым функциям свободного атома и наоборот:

$$\varphi_N(\vec{r}, t) = \sum_m C_{Nm}(t) u_m(\vec{r}), \quad (2.7)$$

$$u_n(\vec{r}) = \sum_M D_{nM}(t) \varphi_M(\vec{r}, t), \quad (2.8)$$

где коэффициенты разложения определяются выражениями:

$$C_{nm}(t) = \int u_m^*(\vec{r}) \exp\left(i \frac{q}{\hbar c} \chi(\vec{r}, t)\right) u_n(\vec{r}) dV,$$

$$D_{nm}(t) = \int \varphi_M^*(\vec{r}, t) u_n(\vec{r}) dV = \int u_m^*(\vec{r}) \exp\left(-i \frac{q}{\hbar c} \chi(\vec{r}, t)\right) u_n(\vec{r}) dV.$$

Подставляя (2.7) в (2.8), получаем

$$\sum_m C_{nm} D_{mp} = \delta_{np}. \quad (2.9)$$

Удобно ввести эрмитову матрицу преобразования

$$V_{nm}(t) = \int u_n^*(\vec{r}) \exp\left(-i \frac{q}{\hbar c} \chi(\vec{r}, t)\right) u_m(\vec{r}) dV, \quad (2.10)$$

тогда условие (2.9) приобретает вид условия унитарности матрицы (2.10), т.е.

$V^+ = V^{-1}$ , или

$$\sum_m V_{pm} V_{mn}^{-1} = \delta_{np},$$

отметим, что  $V_{nm}^{-1} = (V^{-1})_{nm}$  и  $V_{nm}^{-1} = (V_{mn})^*$ .

Пусть  $\chi(\vec{r}, t)$  имеет вид

$$\chi(\vec{r}, t) = \vec{A}(t) \vec{r}. \quad (2.11)$$

В этом случае гамильтониан краевой задачи (2.4), которая при таком виде потенциала  $\chi(\vec{r}, t)$  обладает физическим смыслом краевой задачи «об атоме в поле», принимает вид

$$H = \frac{1}{2m} \left( \vec{p} - \frac{q}{c} \vec{A}(t) \right)^2 + U(r). \quad (2.12)$$

Как видно, гамильтониан (2.12) совпадает с гамильтонианом уравнения (2.1) в нерелятивистском приближении. Под нерелятивистским приближением подразумевается малость средней скорости движения электрона в поле электромагнитной волны по сравнению со скоростью света, т.е.  $v \ll c$ . В этом случае, электрон в процессе всего движения перемещается в пространстве на расстояние, значительно меньшее длины волны излучения. Таким образом, зависимостью векторного потенциала от пространственной координаты можно пренебречь:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) \approx \vec{A}(t).$$

Электромагнитная волна в рамках нерелятивистского приближения трансформируется. В общем случае она имеет две составляющие: электрическую  $\vec{E}$  и магнитную  $\vec{B}$ . В случае независимости векторного потенциала от пространственной координаты получаем:

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \neq 0, \quad \vec{B} = \text{rot} \vec{A} = 0.$$

В рамках нерелятивистского приближения симметрия системы “атом + поле” становится аксиальной.

Важно подчеркнуть, что оператор, матричные элементы которого вычисляются по формуле (2.10), имеет вид

$$\hat{V} = \exp\left(-i \frac{q}{\hbar c} \vec{A}(t) \vec{r}\right) \quad (2.13)$$

Он учитывает многоквантовость процесса произвольного порядка, т.к. представляет собой экспоненту, содержащую поле, а значит - учитывая степенное представление экспоненты - поле в произвольной степени т.е.  $E_0^n e^{in\omega_0 t}$ , где n пробегает значения от 0 до  $\infty$ , а  $\omega_0$  - несущая частота электромагнитного поля.

Действительно, оператор  $\hat{V}$  может быть представлен в виде ряда по степеням поля:

$$\hat{V} = \exp\left(-i \frac{q}{\hbar c} \vec{A}(t) \vec{r}\right) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} \frac{1}{\kappa!} \left(-\frac{e\vec{A}\vec{r}}{\hbar c}\right)^{\kappa}. \quad (2.14)$$

Предположим, что  $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(\omega_0 t)$ , где  $\vec{E}_0$  - амплитуда вектора напряженности электрической компоненты электромагнитной волны, используя  $\vec{E} \propto -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$  получим:

$$\hat{V} = \exp\left(-i \frac{q}{\hbar c} \vec{A}(t) \vec{r}\right) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \left(-\frac{e\vec{A}\vec{r}}{\hbar c}\right)^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \left(\frac{e\vec{E}_0\vec{r}}{\hbar\omega_0} \cos(\omega_0 t)\right)^k.$$

Таким образом, собственные волновые функции краевой задачи (2.4) в случае потенциала  $\chi(\vec{r}, t)$  (2.11) (собственные волновые функции краевой задачи «об атоме в поле») имеют вид

$$\varphi_N(\vec{r}, t) = u_n(\vec{r}) \exp\left(i \frac{q}{\hbar c} \vec{A}(t) \vec{r}\right). \quad (2.15)$$

Важно отметить, что любая волновая функция краевой задачи «об атоме в поле» включает все возможные переходы между виртуальными уровнями, соответствующими  $k$ -фотонным переходам:

$$\varphi_N(\vec{r}, t) = u_n(\vec{r}) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \left(-\frac{e\vec{A}\vec{r}}{\hbar c}\right)^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \left(\frac{e\vec{E}_0\vec{r}}{\hbar\omega_0} \cos(\omega_0 t)\right)^k.$$

Квантовое число  $N$  является совокупностью трех квантовых чисел  $n = (nlm)$ , которые однозначно определяют вид радиальной и угловой зависимости волновых функций  $u_{nlm}(\vec{r})$ . Учитывая простоту выражения (2.15) естественно положить  $N = (nlm)$ . Однако радиальное и угловое распределение волновых функций  $\varphi_N(\vec{r}, t)$  в общем случае зависят от времени и потому квантовые числа  $(nlm)$  не имеют в этом случае традиционного смысла радиального квантового числа, углового момента и его проекции. Вместе с тем  $|\varphi_N(\vec{r}, t)|^2 = |u_n(\vec{r})|^2$ , т.е. пространственное распределение плотности вероятности в обоих случаях оказывается одинаковым. Следовательно, энергия кулоновского взаимодействия электрона и ядра остается неизменной. Действительно, неизменным остается не только распределение плотности вероятности, но и все пространственные моменты распределения (например,  $P_{\alpha}^{(nm)} = \int u_n^* x_{\alpha} u_m dV$ ,  $P_{\alpha\beta}^{(nm)} = \int u_n^* x_{\alpha} x_{\beta} u_m dV$  и т.д.) Это и является причиной совпадения собственных значений энергии (2.6).

Отметим также, что для простоты изложения в дальнейшем будем использовать строчный индекс  $n$  при обозначении состояния волновой функции  $\varphi_n$  там, где это не может привести к неясности изложения.

Следует отметить, что базис функций  $\varphi_n(\vec{r}, t)$  является таким же полным, как и базис функций  $u_n(\vec{r})$ . Действительно, условие ортонормированности (аналогичная, но в более общем виде формула уже присутствовала выше (см. (2.9))) и полноты волновых функций  $\varphi_n(\vec{r}, t)$  имеют, соответственно, вид:

$$\int \varphi_n^*(\vec{r}, t) \varphi_m(\vec{r}, t) dV = \int u_n^*(\vec{r}) u_m(\vec{r}) dV = \delta_{nm},$$

$$\sum_n \varphi_n^*(\vec{r}, t) \varphi_n(\vec{r}, t) = \exp\left[-i \frac{q}{\hbar c} \bar{A}(t)(\vec{r} - \vec{r}')\right] \sum_n u_n^*(\vec{r}) u_n(\vec{r}') = \delta(\vec{r} - \vec{r}').$$

Эффективность использования базиса волновых функций – точных решений краевой задачи «об атоме в поле» (2.15) состоит в следующем. Волновые функции (2.15) являются точными решениями краевой задачи с гамильтонианом (2.12), поэтому

$$\int \varphi_n^* H \varphi_m dV = E_n \delta_{nm}. \quad (2.16)$$

С другой стороны,

$$\int u_n^* H u_m dV = \sum_p V_{np}^{-1}(t) E_p V_{pm}(t), \quad (2.17)$$

т.е. матричные элементы гамильтониана (2.12) по состояниям свободного атома являются, в общем случае, бесконечными суммами собственных значений гамильтониана краевой задачи (2.2). Как видно, количество существенных слагаемых в правой части (2.17) определяется видом матричных элементов  $V_{nm}(t)$ , которые для водородоподобного атома рассчитываются в аналитическом виде. Это дает строгий математический критерий отбора числа существенных слагаемых в правой части (2.17) при любых заданных значениях параметров лазерного импульса (амплитуды, несущей частоты, длительности).

Матричные элементы исходного гамильтониана (2.1) в базисе собственных функций  $\varphi_n(\vec{r}, t)$  имеют гораздо более простой вид, поскольку указанные волновые функции являются его собственными волновыми функциями. Поэтому, казалось бы, естественным разложить волновую

функцию нестационарного уравнения (2.1) в ряд по собственным функциям краевой задачи (2.4):

$$\psi(\vec{r}, t) = \sum_n b_n(t) \varphi_n(\vec{r}, t).$$

При этом, правая часть уравнения (2.1) решается простым путем (действительно, матричные элементы оператора  $\hat{H}$  находятся аналитически (2.16)). Вместе с тем, в левой части уравнения возникает такое соотношение:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \sum_n \left[ \frac{db_n}{dt} \varphi_n(\vec{r}, t) + b_n(t) \frac{\partial \varphi_n(\vec{r}, t)}{\partial t} \right].$$

Для его аналитического решения необходимо знать решение следующей краевой задачи:

$$\left[ \frac{1}{2m} \left( \vec{p} - \frac{q}{c} \vec{A}(t) \right)^2 + U(r) - E_n \right] \frac{\partial \varphi_n}{\partial t} = \frac{q}{mc} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \left( \vec{p} - \frac{q}{c} \vec{A} \right) \varphi_n(\vec{r}, t).$$

Однако гамильтониан краевой задачи (2.4) зависит явно от времени, поэтому временные производные  $\partial \varphi_n(\vec{r}, t) / \partial t$  не являются собственными функциями краевой задачи (2.4), и, следовательно, не ортогональны волновым функциям  $\varphi_n(\vec{r}, t)$ . Учитывая наличие временной производной в левой части уравнения (2.1), несложно видеть, что при разложении волновой функции в ряд по собственным функциям  $\varphi_n(\vec{r}, t)$  мы неизбежно столкнемся с проблемой расчета интегралов следующего вида  $\int \varphi_n^*(\vec{r}, t) \partial \varphi_m(\vec{r}, t) / \partial t dV$ . Функции  $\partial \varphi_n(\vec{r}, t) / \partial t$  определяются решением неоднородного дифференциального уравнения, получающегося в результате дифференцирования по времени уравнения (2.4). Это уравнение является уравнением второго порядка по координате. Как известно из теории дифференциальных уравнений, при решении неоднородных уравнений наряду с решением  $R^{(1)}(r)$ , входящим в (2.3), мы должны учесть второе линейное независимое решение  $R^{(2)}(r)$ , асимптотическое поведение которого при  $r \rightarrow 0$  и  $r \rightarrow \infty$  отличается от

первого. Следовательно, производные  $\partial\varphi_n(\vec{r},t)/\partial t$  не могут быть представлены в виде разложения по функциям  $\varphi_n(\vec{r},t)$ .

Однако, несмотря на более сложный вид уравнения (2.17) по сравнению с (2.16), оно дает кардинальные преимущества, состоящие в том, что правая часть указанного соотношения зависит лишь от матричных элементов оператора  $\hat{V}$ , являющегося функцией оператора координаты. Выше было показано, что квантово-механические средние любых функций оператора координаты не зависят от фазы волновой функции, в то время как квантово-механические средние любых функций оператора импульса принципиально зависят от фазы волновой функции. Действительно, запишем волновую функцию в виде

$$\psi(\vec{r},t) = f(\vec{r},t)\exp[i\Phi(\vec{r},t)],$$

тогда для квантово-механических среднего оператора импульса получаем

$$\int \psi^* \vec{p} \psi dV = -i\hbar \int f (\vec{\nabla} f + i f \vec{\nabla} \Phi) dV.$$

В то время как для произвольной функции оператора координаты  $F(\vec{r})$  получаем  $\int \psi^* F(\vec{r}) \psi dV = -i\hbar \int f^2 F(\vec{r}) dV$ . Как следует из (2.15), собственные волновые функции краевой задачи «об атоме в поле» отличаются от собственных функций краевой задачи свободного атома лишь наличием фазового множителя. Следовательно, матричные элементы оператора импульса для атома, взаимодействующего с электромагнитным полем, принципиально отличаются от его матричных элементов для свободного атома, что вполне понятно и из классических представлений - траектория движения электрона в присутствии внешнего поля не может не зависеть от направления вектора напряженности внешнего поля. Однако матричные элементы любых функций оператора координаты для атома в поле в точности совпадают с соответствующими матричными элементами для свободного атома, поскольку в рамках нерелятивистского приближения напряженность электромагнитного поля не зависит от координаты.

Вместе с тем, как показано выше, собственные волновые функции краевых задач (2.2) и (2.4) взаимнооднозначно связаны друг с другом, поэтому мы можем разложить волновую функцию нестационарного уравнения (2.1) в ряд по собственным волновым функциям свободного атома

$$\psi = \sum_{n,l} a_{n,l}(t) u_{n,l}(\vec{r}) + \sum_l \int dk a(k,l,t) u(k,l,\vec{r}), \quad (2.18)$$

подставить в исходное нестационарное уравнение Шредингера (2.1), которое записано в нерелятивистском приближении, а затем воспользоваться разложениями (2.7) и (2.8). После несложных преобразований для амплитуд населенности уровней дискретного ( $a_{n,l}(t)$ ) и непрерывного ( $a(k,l,t)$ ) спектра получаем следующую систему уравнений

$$i \frac{da(k,l,t)}{t} = \sum_{n,\lambda''m,\lambda'} V_{klm\lambda'}^{-1} \frac{E_{m,\lambda'}}{\hbar} V_{m\lambda'n\lambda''} a_{n,\lambda''}(t) + \sum_{m,\lambda'} \sum_{l'} \int d\mu V_{klm\lambda'}^{-1} \frac{E_{m,\lambda'}}{\hbar} V_{m\lambda'\mu l'} a(\mu,l',t) + \quad (2.19)$$

$$+ \sum_{n,\lambda'',l'} \int d\mu V_{kl\mu l'}^{-1} \frac{\hbar}{2m} \mu^2 V_{\mu l'n\lambda''} a_{n,\lambda''}(t) + \sum_{l''l'} \int d\mu' \int d\mu V_{kl\mu l'}^{-1} \frac{\hbar}{2m} \mu^2 V_{\mu l'\mu' l''} a(\mu',l'',t),$$

$$i \frac{da_{n,l}(t)}{t} = \sum_{p,\lambda''m,\lambda'} V_{nlm\lambda'}^{-1} \frac{E_{m,\lambda'}}{\hbar} V_{m\lambda'p\lambda''} a_{p,\lambda''}(t) + \sum_{m,\lambda'} \sum_{l''} \int d\mu V_{nlm\lambda'}^{-1} \frac{E_{m,\lambda'}}{\hbar} V_{m\lambda'\mu l''} a(\mu,l'',t) + \quad (2.20)$$

$$+ \sum_{m,\lambda',l'} \int d\mu V_{nl\mu l'}^{-1} \frac{\hbar}{2m} \mu^2 V_{\mu l'm\lambda'} a_{m,\lambda'}(t) + \sum_{l''l'} \int d\mu' \int d\mu V_{nl\mu l'}^{-1} \frac{\hbar}{2m} \mu^2 V_{\mu l'\mu' l''} a(\mu',l'',t).$$

Здесь  $k, \mu$  – волновые числа электрона, находящегося в непрерывном спектре атома,  $E_{m,\lambda'}$  – энергии уровней дискретного спектра атома. Для простоты, квантовое число  $m$  в формулах (2.19-2.20) не обозначено, однако, оно может быть легко учтено в них путем добавление дополнительных сумм, учитывающих область вариации указанного квантового числа для конкретных уровней.

В виду бесконечного набора дискретных и непрерывных уровней в атоме водорода, а также, учитывая бесконечную вырожденность уровней непрерывного спектра по орбитальному квантовому числу, система (2.19-2.20) содержит в себе бесконечное количество уравнений. К сожалению, бесконечную систему уравнений с бесконечным количеством неизвестных решить ни аналитически, ни численно не представляется возможным.

Следовательно, количество уравнений необходимо ограничить. Ограничение количества уравнений происходит, в первую очередь, путем выбора тех состояний свободного атома, которые необходимо учитывать при описании взаимодействия. Количество состояний, которые необходимо учесть, зависит как от параметров лазерного поля, так и от самой энергетической структуры атома. Ограничение числа уровней атома естественным образом ограничивает бесконечный ортонормированный базис волновых функций свободного атома  $u_n(\vec{r}, \theta, \varphi)$ . Ниже будет продемонстрировано, что это ограничение не приводит к существенному нарушению нормировки конечного базиса волновых функций – точных решений краевой задачи «об атоме в поле» (2.4).

### 2.1.1 Управляющий параметр квантово-механической задачи

Определим управляющий параметр задачи. Им является параметр

$$\mu_0 = \frac{eA_0 a_B}{\hbar c} = \frac{eE_0 a_B}{\hbar \omega_0} = \frac{e^2}{a_B \hbar \omega_0} \frac{E_0}{E_{at}} = \frac{2Ry}{\hbar \omega_0} \frac{E_0}{E_{at}}, \quad (2.21)$$

где  $a_B$  – боровский радиус, а  $A_0$  – амплитуда векторного потенциала электромагнитного поля,  $E_{at} = \frac{e}{a_B^2}$  – внутриатомная напряженность электрического поля,  $Ry = me^4/2\hbar^2$  – энергия Ридберга. Параметр  $\mu_0$  можно представить в виде отношения

$$\mu_0 = \frac{F_0}{F_{at}},$$

где  $F_0 = qE_0 = \frac{q\omega_0 A_0}{c}$  – сила, действующая на электрон со стороны внешнего поля, а  $F_{at} = \frac{\partial U}{\partial r} \approx \frac{\hbar \omega}{a_B}$  – внутриатомная сила.

В теории ионизации атома важную роль играет параметр Келдыша [48]

$$\gamma = \sqrt{\frac{E_i}{2U_p}} = \frac{\sqrt{2mc^2 E_i}}{eA_0}, \quad (2.22)$$

где  $E_i$  – энергия ионизации атома, а  $U_p$  – ponderomotorный потенциал поля.

Для атома водорода из (2.21) получаем

$$\mu_0 = \frac{e^3 A_0}{2\hbar c R_y} = \frac{\alpha}{\gamma} \sqrt{\frac{mc^2}{2R_y}},$$

где  $\alpha = e^2/\hbar c$  – постоянная тонкой структуры. Учитывая, что энергетическая структура атома водорода определяется выражением

$$E_n = -\frac{mc^2 \alpha^2}{2n^2} = -\frac{R_y}{n^2},$$

несложно видеть, что между параметрами  $\mu_0$  и  $\gamma$  имеет место следующая связь

$$\mu_0 = \frac{1}{\gamma}.$$

Таким образом, параметр задачи  $\mu_0$ , рассчитанный для атома водорода обратно пропорционален параметру Келдыша (2.22).

### 2.1.2 Сравнение калибровки длины и скорости (р.А. gauge vs. d.E gauge)

Как было указано выше, гамильтониан (2.12) записан в длинноволновом (нерелятивистском) приближении в калибровке скорости (р.А. gauge). Вместе с тем, исходное нестационарное уравнение Шредингера может быть записано в калибровке длины (d.E gauge) в дипольном приближении:

$$i\hbar \frac{\partial \psi_1(\vec{r}, t)}{\partial t} = \left[ \frac{\vec{p}^2}{2m} + U(r) - \vec{d} \vec{E} \right] \psi_1(\vec{r}, t). \quad (2.23)$$

Это уравнение может быть получено из исходного (2.1) с гамильтонианом (2.12), если осуществить следующее преобразование волновой функции:

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi_1(\vec{r}, t) \exp\left(i \frac{q}{\hbar c} \vec{A}(t) \vec{r}\right), \quad (2.24)$$

которое по виду напоминает волновые функции – точные решения краевой задачи «об атоме в поле» (2.15). Вместе с тем, использование базиса точных

решений краевой задачи «об атоме в поле» не приводит к изменению калибровки исходного нестационарного уравнения Шредингера. Действительно, формально, можно провести следующую последовательность действий: взять уравнение (2.1) с гамильтонианом (2.12), использовать преобразование (2.24) и последующее разложение волновой функции  $\psi_1(\vec{r}, t)$  по базису волновых функций свободного атома  $\psi_1(\vec{r}, t) = \sum_n c_n(t) u_n(\vec{r})$ . Такая последовательность преобразований волновой функции приводит к следующему:

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi_1(\vec{r}, t) \exp\left[i \frac{q}{\hbar c} \vec{A}(t) \vec{r}\right] = \sum_n c_n(t) \underbrace{u_n(\vec{r}) \exp\left[i \frac{q}{\hbar c} \vec{A}(t) \vec{r}\right]}_{\varphi_N},$$

то есть, к разложению исходной волновой функции по базису волновых функций – решений краевой задачи «об атоме в поле». Сложности использования такого разложения были обсуждены выше.

Возможным аналогом проделанного преобразования из уравнения (2.1) к системе уравнений (2.19-2.20), который мог бы быть применим в калибровке длины было бы использование точных решений следующей краевой задачи:

$$\left[ \frac{1}{2m} (\vec{p})^2 + U(r) - \vec{d} \vec{E} \right] \Omega_M(\vec{r}, t) = E_M \Omega_M(\vec{r}, t),$$

которая по смыслу является аналогом краевой задачи «об атоме в поле» (2.4) с (2.11). Однако, решения  $\Omega_M(\vec{r}, t)$  неизвестны.

Таким образом, использование волновых функций «об атоме в поле» не приводит к изменению калибровки скорости на калибровку длины нестационарного уравнения Шредингера. Исследования отклика одиночного атома реализованы в калибровке скорости с использованием точных решений краевой задачи «об атоме в поле».

### 2.1.3 Сравнение развиваемого подхода с дипольным приближением

Для того, чтобы показать качественное отличие развиваемого подхода от подхода, основанного на использовании первого приближения теории возмущений, рассмотрим модель двухуровневого атома водорода. В качестве первого уровня будет выступать основное состояние ( $1s$ ), в качестве другого – первое возбужденное состояние ( $2p$ ).

Разложим волновую функцию  $\psi_1(\vec{r}, t)$  уравнения (2.23) по базису волновых функций свободного атома:

$$\psi_1(\vec{r}, t) = a_{1s}(t)u_{1s}(r) + a_{2p}(t)u_{2p}(r)$$

и подставим в исходное уравнение (2.23). В результате получим систему двух дифференциальных уравнение первого порядка по времени для амплитуд населенности уровней:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{da_{1s}(t)}{dt} &= E_{1s}a_{1s}(t) - \varepsilon d_{1s2p}a_{2p}(t) \\ i\hbar \frac{da_{2p}(t)}{dt} &= E_{2p}a_{2p}(t) - \varepsilon d_{2p1s}a_{1s}(t), \end{aligned} \quad (2.25)$$

где  $E_n$  - уровни энергий стационарных состояний,  $\varepsilon$  - напряженность электрического поля,  $d_{ij}$  -матричные элементы оператора дипольного момента.

Проводя соответствующие преобразования, из исходного нестационарного уравнения Шредингера (2.1) с гамильтонианом (2.12) для амплитуд населенности уровней получаем следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{da_{1s}(t)}{dt} &= \sum_{n,l} V_{1sn}^{-1(l)}(t) E_{n,l} V_{n1s}^{(l)}(t) a_{1s}(t) + \sum_{n,l} V_{1sn}^{-1(l)}(t) E_{n,l} V_{n2p}^{(l)}(t) a_{2p}(t), \\ i\hbar \frac{da_{2p}(t)}{dt} &= \sum_{n,l} V_{2pn}^{-1(l)}(t) E_{n,l} V_{n2p}^{(l)}(t) a_{2p}(t) + \sum_{n,l} V_{2pn}^{-1(l)}(t) E_{n,l} V_{n1s}^{(l)}(t) a_{1s}(t). \end{aligned} \quad (2.26)$$

Рассмотрим в уравнениях (2.25) и (2.26) коэффициенты, стоящие перед одинаковыми амплитудами населенности уровней. Пусть это будут коэффициенты в первых уравнениях обеих систем, стоящие перед  $a_{2p}$ .

Построим график зависимости отношения указанных коэффициентов от амплитуды падающего поля (см. рис. 2.1, черная кривая с квадратами). По оси абсцисс отложен управляющий параметр задачи  $\mu_0$ , прямо пропорциональный напряженности электрического поля (см. пп. 2.1.1). Анализируя рис. 2.1, мы видим, что существуют области, где указанные коэффициенты совпадают – их отношение близко к единице. В этой области вариации параметра задачи развиваемый подход близок к дипольному приближению. Соответственно, результаты, полученные с использованием развиваемого подхода и с использованием теории возмущений, должны иметь хорошее согласование. Однако при возрастании величины управляющего параметра (а вместе с ним и напряженности лазерного поля), отношение рассматриваемых коэффициентов перестает быть равным 1. Оно может в общем случае быть как больше, так и меньше единицы. В этой области вариации напряженности поля развиваемый подход отличается от дипольного приближения.

На рис. 2.1 красной кривой с кружками представлена зависимость отношения коэффициентов системы уравнений для перехода  $5s-5p$ , аналогичной (2.26). Видно, что область вариации параметра  $\mu_0$ , в которой коэффициенты при соответствующих амплитудах населенностей уровней, рассчитанная для переходов между возбужденными уровнями, совпадают или близки друг к другу, меньше, чем для перехода между основным и первым возбужденным уровнями атома водорода. Такое отличие, по-видимому, связано с тем, что энергия уровня  $5s$  больше энергии основного состояния атома водорода ( $1s$ ). Следовательно, волновая функция состояния начинает видоизменяться быстрее и сильнее в лазерном поле. Такие отличия неизбежно должны сказаться и на результатах расчетов.

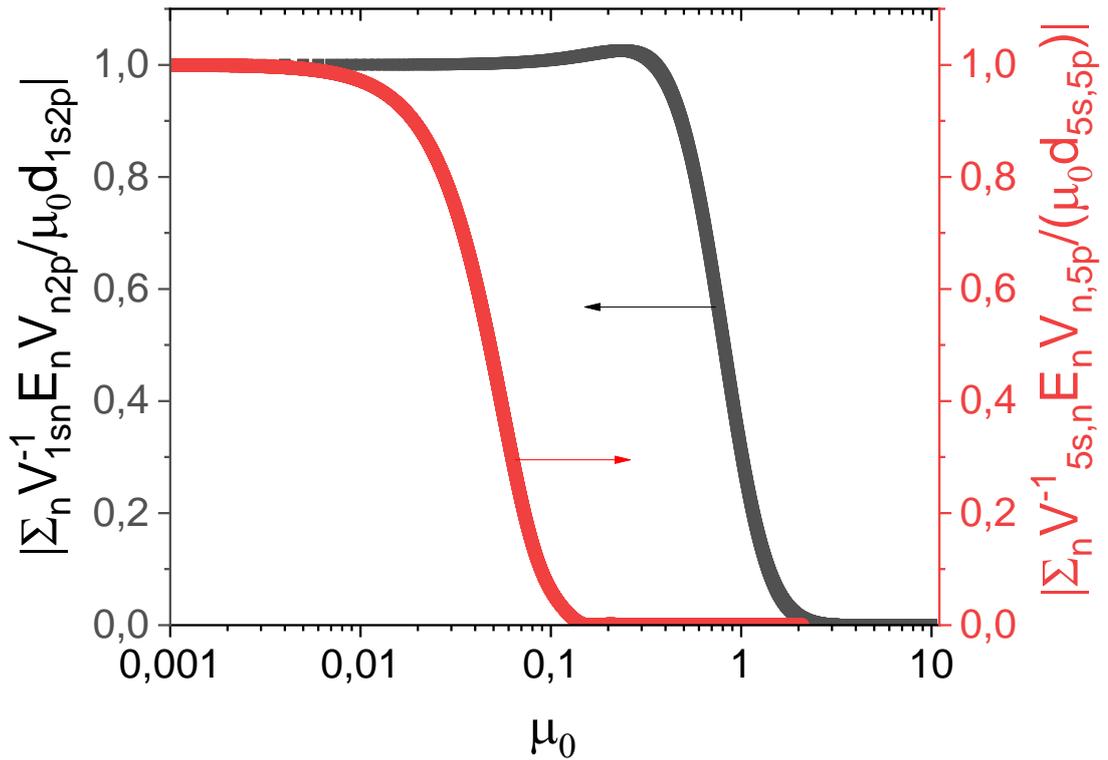


Рис.2.1: Зависимость отношения коэффициентов при одинаковых амплитудах населенности уровней в уравнениях (2.25) и (2.26) от управляющего параметра  $\mu_0$ , вычисленная для случая  $1s-2p$  перехода (черная кривая с квадратами) и  $5s-5p$  перехода (красная кривая с кружками).

Введем составные матричные элементы

$$M_{nm} = \sum_k V_{nk}^{-1} E_k V_{km}. \quad (2.27)$$

Используем разложение оператора  $\hat{V}$  по степеням поля (2.14) и ограничимся лишь первыми двумя слагаемыми указанного разложения, такое приближение справедливо в полях существенно субатомной напряженности ( $\mu_0 \ll 1$ ). В этом случае составные матричные элементы принимают вид

$$M_{nm} \approx \sum_k \left( 1 + i \frac{q}{\hbar c} \vec{A} \vec{r} \right)_{nk} E_k \left( 1 - i \frac{q}{\hbar c} \vec{A} \vec{r} \right)_{km}.$$

Оставляя в правой части лишь слагаемые линейные по полю, получаем

$$M_{nm} = E_n \delta_{nm} - i \omega_{nm} \frac{q}{c} (\vec{A} \vec{r})_{nm} + \dots$$

Полагая  $\vec{A}(t) = \vec{A}_0 \exp(-i\omega_0 t)$ , в случае  $\omega_0 \approx \omega_{nm}$  имеем

$$\vec{E}(t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \frac{i\omega_0}{c} \vec{A} \approx \frac{i\omega_{nm}}{c} \vec{A}.$$

Таким образом, мы видим, что в рамках указанных приближений система уравнений (2.26) совпадает с системой уравнений для двухуровневого атома в рамках резонансного электродипольного взаимодействия, поскольку

$$M_{nm} \approx E_n \delta_{nm} - q(\vec{E}\vec{r})_{nm} + \dots.$$

Несложно также видеть, что система уравнений (2.26) описывает как нерезонансное электродипольное взаимодействие (т.е. вне рамок приближения  $\omega_0 \approx \omega_{nm}$ ), так и взаимодействия более высокой мультипольности, которые связаны со слагаемыми суммы (2.14) более высокого порядка по полю.

Укажем границы применимости вышеописанной теории. Векторный потенциал  $\vec{A}$  не зависит от координаты  $\vec{r}$  лишь в субрелятивистской области интенсивностей (для излучения Ti:Sa лазера  $I_{rel} = 4.3 \cdot 10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup>). Используя управляющий параметр задачи  $\mu_0$ , можно записать границу применимости нерелятивистского приближения, как  $\mu_0 < 30$ . А поскольку, никакими другими приближениями при описании теоретического подхода мы не пользовались, то его областью применимости является  $\mu_0 < 30$ . Таким образом, развиваемый теоретический подход позволяет описывать взаимодействие атома с субатомными, околоатомными, сверхатомными (дорелятивистскими) лазерными полями. Дополнительное ограничение на область вариации параметра  $\mu_0$  дает определение модели, которая используется в численных расчетах. В 2.1.6 обсуждается влияние выбора модельной структуры уровней атома на область ее применения для изучения отклика атома.

#### 2.1.4 Матричные элементы оператора $\hat{V}$

Ключевым элементом непертурбативной теории являются матричные элементы оператора  $\hat{V}$  (2.13), которые вычисляются по формуле (2.10). Матричные элементы оператора  $\hat{V}$  могут быть вычислены аналитически при

использовании базиса водородоподобных волновых функций [289]. Волновая функция уровня с квантовыми числами  $(n, l, m)$  дискретного спектра водородоподобного атома имеет вид:

$$u_{n,l,m}(r, \theta, \varphi) = -\frac{2}{n^2} \sqrt{\frac{(n-l-1)!}{[(n+l)!]^3}} e^{-\frac{r}{n}} \left(\frac{2r}{n}\right)^l L_{n+l}^{2l+1}\left(\frac{2r}{n}\right) Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (2.28)$$

волновая функция уровня со значением волнового числа  $k$  и квантовыми числами  $(l, m)$  непрерывного спектра водородоподобного атома имеет вид:

$$u(k, l, m) = \frac{C_{kl}}{(2l+1)!} (2kr)^l e^{-ikr} F\left(\frac{i}{k} + l + 1, 2l + 2, 2ikr\right) Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (2.29)$$

где  $L_{n+l}^{2l+1}\left(\frac{2r}{n}\right)$  – обобщенные полиномы Лагерра,  $C_{kl} = 2ke^{\pi 2k} \left| \Gamma\left(l + 1 - \frac{i}{k}\right) \right|$ ,

$F\left(\frac{i}{k} + l + 1, 2l + 2, 2ikr\right)$  – вырожденная гипергеометрическая функция,

$\Gamma\left(l + 1 - \frac{i}{k}\right)$  – гамма-функция, а  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  – сферическая функция.

При нахождении волновых функций непрерывного спектра атома путем аналитического решения стационарного уравнения Шредингера в [289] пользовались атомными единицами ( $e = m = \hbar = 1$ ).

Для дальнейшего анализа матричных элементов волновой вектор ионизованного электрона обезразмерен умножением на радиус Бора, а время нормировано на обратную частоту лазерного излучения. Напомним, что уровни непрерывного спектра атома водорода бесконечно вырождены по орбитальному квантовому числу.

Волновая функция основного состояния  $1s$  выглядит следующим образом:  $u_{1s} = e^{-r}/\sqrt{\pi}$ . Наиболее лаконичный вид имеют матричные элементы диискрет-дискретных переходов. Например, матричные элементы  $V_{1s1s}$ ,  $V_{1s2p0}$ ,  $V_{2p02p0}$  и  $V_{1s2s}$  имеют соответственно вид:

$$V_{1s1s} = \frac{16}{(4 + \mu(t)^2)^2}, \quad V_{1s2p0} = \frac{384\sqrt{2}\mu(t)}{(9 + 4\mu(t)^2)^3},$$

$$V_{2p02p0} = \frac{1 - 5\mu(t)^2}{(1 + \mu(t)^2)^4}, \quad V_{1s2s} = \frac{256\sqrt{2}\mu(t)^2}{(9 + 4\mu(t)^2)^3},$$

где в  $\mu(t) = \mu_0 T(t)$  здесь и далее учтена временная зависимость электрического поля лазерного излучения (вид зависимости  $T(t)$ , пока не принципиальный для текущего изложения теории, но важный для численных расчетов, будет определен в § 2.4). На рис. 2.2 показана нелинейная зависимость матричных элементов от параметра  $\mu_0$ , которая показывает, что в области околоатомных значений полей (при  $\mu_0 \approx 1$ ) значения матричных элементов как дипольно разрешенных ( $1s-2p$ ), так и дипольно запрещенных переходов ( $1s-2s$ ) становятся соразмерными; при стремлении внешнего поля к нулю ( $\mu_0 \rightarrow 0$ ), матричные элементы, вычисленные для переходов, начальным и конечным уровнем которых является один и тот же уровень, стремятся к единице, а для переходов между различными уровнями – к нулю, причем, величина матричных элементов для дипольно разрешенных переходов больше, чем для дипольно запрещенных переходов в области малых значений параметра  $\mu_0$  (амплитуды лазерного поля).

Аналитически также могут быть получены матричные элементы  $V_{nlmkl_1}$ , вычисленные для переходов между уровнями дискретного спектра  $n, l, m$  и состояниями непрерывного спектра атома со значениями орбитального квантового числа, равными  $l_1$ . В качестве примера, ниже приведены матричные элементы, рассчитанные для перехода из состояния  $1s$  в состояние непрерывного спектра атома с  $l = 0$ :

$$V_{1s \rightarrow k0} = \sqrt{\frac{1}{4\pi}} \frac{4k\sqrt{\pi}e^{\frac{\pi}{2k}} \left| \Gamma\left(1 - \frac{i}{k}\right) \right|}{i\mu(t)} \Gamma(2) \times$$

$$\times \left( \frac{{}_2F_1\left(\frac{i}{k} + 1, 2, 2; \frac{2ik}{ik + 1 - i\mu(t)}\right)}{(ik + 1 - i\mu(t))^2} - \frac{{}_2F_1\left(\frac{i}{k} + 1, 2, 2; \frac{2ik}{ik + 1 + i\mu(t)}\right)}{(ik + 1 + i\mu(t))^2} \right),$$

и  $l=1$ :

$$V_{1s \rightarrow k1} = \frac{2k^2\sqrt{\pi}e^{\frac{\pi}{2k}} \left| \Gamma\left(2 - \frac{i}{k}\right) \right|}{\sqrt{3}} \times$$

$$\times \left( \frac{\Gamma(3)}{\mu(t)} \left( \frac{{}_2F_1\left(\frac{i}{k} + 2, 3, 4; \frac{2ik}{ik + 1 - i\mu(t)}\right)}{(ik + 1 - i\mu(t))^3} + \frac{{}_2F_1\left(\frac{i}{k} + 2, 3, 4; \frac{2ik}{ik + 1 + i\mu(t)}\right)}{(ik + 1 + i\mu(t))^3} \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{\Gamma(2)}{i\mu(t)^2} \left( \frac{{}_2F_1\left(\frac{i}{k} + 2, 2, 4; \frac{2ik}{ik + 1 - i\mu(t)}\right)}{(ik + 1 - i\mu(t))^2} - \frac{{}_2F_1\left(\frac{i}{k} + 2, 2, 4; \frac{2ik}{ik + 1 + i\mu(t)}\right)}{(ik + 1 + i\mu(t))^2} \right) \right),$$

где  ${}_2F_1$  - гипергеометрическая функция.

Матричные элементы, вычисленные для других значений орбитального квантового числа имеют схожий вид и отличаются количеством гипергеометрических функций, их параметрами и коэффициентами при них.

Зависимость матричного элемента  $V_{1s \rightarrow k1}$  от волнового вектора электрона при различных значениях  $\mu_0$  представлена на рис. 2.3. Отметим, что в зависимости матричных элементов  $V_{1s \rightarrow kl}$  от величины волнового вектора фотоэлектрона наблюдается ярко выраженный максимум. Также важно, что область вариации волнового вектора электрона, для которой матричные элементы имеют ненулевые значения, конечно. На рис. 2.4 представлены абсолютные значения максимальных по  $k$  значений матричных элементов ионизационных переходов для разных  $l$  в зависимости от  $\mu_0$  (переходов из  $1s$

состояния в квазиуровни непрерывного спектра). Из него видно, что в слабых полях большую роль играют ионизационные переходы на уровень с орбитальным квантовым числом  $l = 1$ . При возрастании величины лазерного поля, вклад в ионизационный процесс переходов на уровни с другими значениями орбитального квантового числа увеличивается и становится сравнимым с вкладом переходов на уровень с  $l = 1$ .

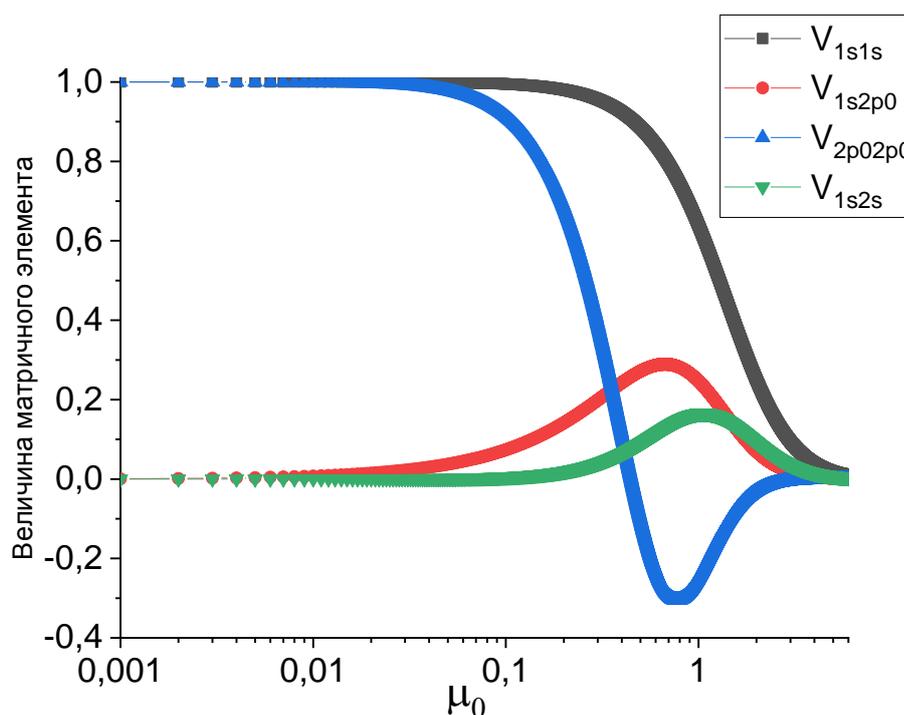


Рис.2.2: Зависимость матричных элементов  $V_{1s1s}$  (черная кривая с квадратами),  $V_{1s2p0}$  (красная кривая с кружками) и  $V_{2p02p0}$  (синяя кривая с треугольниками)  $V_{1s2s}$  (зеленая кривая с перевернутыми треугольниками) от управляющего параметра  $\mu_0$

Была также исследована зависимость  $k_{max}$  (величины волнового вектора, при котором матричный элемент достигает максимального значения) от величины внешнего поля. На основании данной зависимости, может быть определена область по  $k$ , важная для проведения численных расчетов. Полученные кривые представлены на рис.2.5.

Таким образом, расчет матричных элементов переходов  $V_{nm}$  между состояниями дискретного и непрерывного спектров атома при заданных параметрах лазерного излучения позволяет оптимальным образом выбрать как

наиболее существенные уровни дискретного спектра, так размер и шаг сетки в энергетическом пространстве состояний непрерывного спектра.

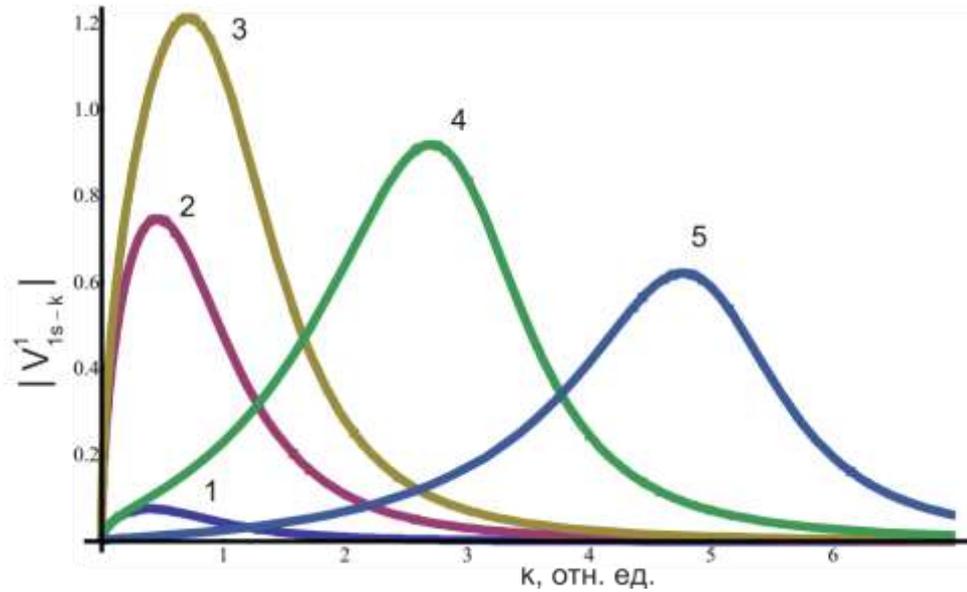


Рис. 2.3: Зависимость модуля матричного элемента  $V_{1s \rightarrow k_1}$  от величины волнового вектора при значении амплитуды падающего поля 1.  $\mu_0 = 0.05$ , 2.  $\mu_0 = 0.5$ , 3.  $\mu_0 = 1$ , 4.  $\mu_0 = 3$ , 5.  $\mu_0 = 5$

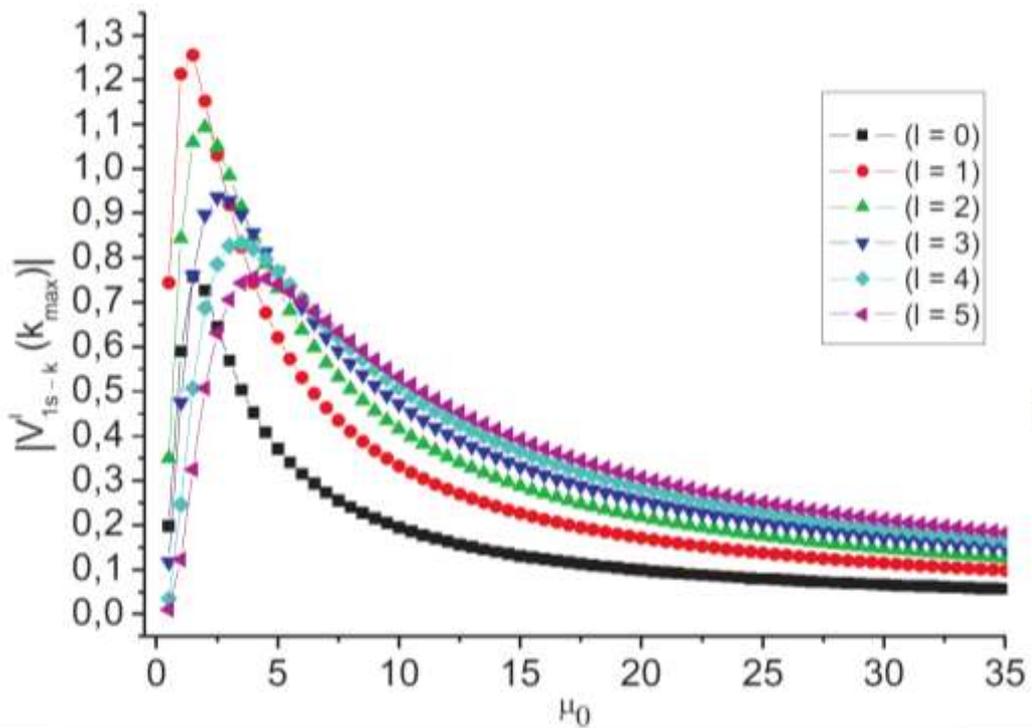


Рис. 2.4: Зависимость максимального по  $k$  значения модуля матричного элемента от управляющего параметра задачи  $\mu_0$  для  $l$ , пробегающей значения от 0 до 5

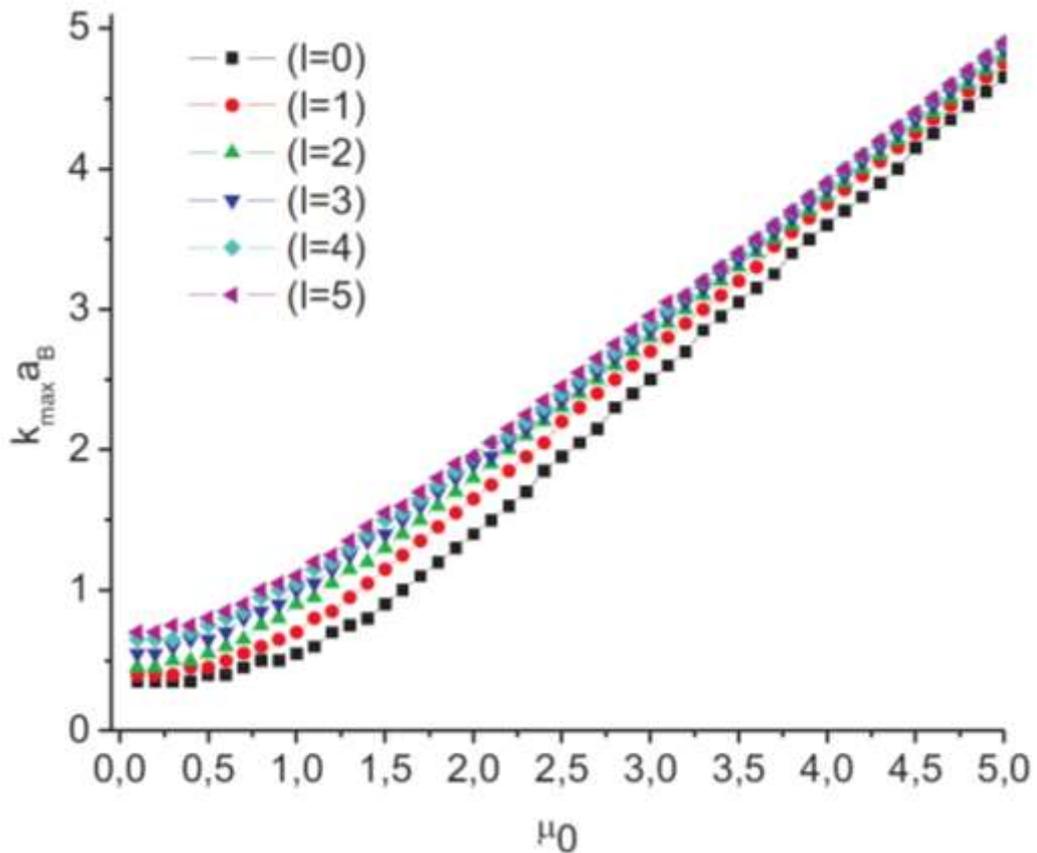


Рис. 2.5: Зависимость  $k$ , при котором матричный элемент максимален, от управляющего параметра задачи  $\mu_0$  для  $l$ , пробегающего значения от 0 до 5

### 2.1.5 Нормировка волновых функций $\varphi(\vec{r}, t)$ в ограниченном базисе волновых функций свободного атома

Как было сказано выше, система уравнений (2.19-2.20) в общем случае состоит из бесконечного числа уравнений. Для того, чтобы решить эту систему, а следовательно, и исходное нестационарное уравнение Шредингера (2.1), необходимо ограничить количество уравнений. А поскольку каждое уравнение системы описывает динамику амплитуды населенности уровня, необходимо исключить из рассмотрения те уровни, учет вклада которых не приведет к заметному уточнению конечного результата решения системы (2.19-2.20), а лишь заметно увеличит время расчетов. Проблема выбора эффективного набора уровней при описании взаимодействия атома с лазерными полями является общей для всех известных подходов к описанию взаимодействия, в том числе и для методов прямого численного решения уравнения Шредингера (2.1), поскольку пространственный размер сетки

интегрирования определяет шаг дискретизации состояний сплошного спектра. Однако, имея аналитические выражения для собственных волновых функций задачи об «атоме в поле» (2.5), мы можем, еще до численного решения уравнений для амплитуд населенности уровней, строго математически определить насколько полным является набор выбранных состояний дискретного и непрерывного спектров при произвольных заданных значениях параметров лазерного импульса. Вместе с тем, мы можем численно оценить минимально необходимое число состояний, а, следовательно, и количество дифференциальных уравнений, необходимых для достижения заданной точности компьютерных расчетов. Проиллюстрируем это при выборе ограниченной модели дискретных и непрерывных уровней атома водорода.

Рассмотрим модель атома водорода, которая учитывает  $1s$  (основное состояние), 5 низколежащих возбужденных состояний атома и квазиуровни непрерывного спектра со значениями орбитального квантового числа, равными  $l = 0, 1, 2$ . Введем следующую сумму

$$S_N^{(n)} = \sum_{m=1}^N |V_{mn}|^2. \quad (2.30)$$

Если учитывать все возможные состояния атома, то, в силу ортонормированности базиса волновых функций  $\varphi_n(\vec{r}, t)$  (см. (2.9)), сумма  $S_\infty^{(n)} = 1$ . При учете конечного числа состояний дискретного и непрерывного спектров правая часть выражения (2.30) не равна единице тождественно. Однако величина этой суммы рассчитывается аналитически для произвольных значений параметров лазерного импульса, поэтому отличие этой суммы от единицы показывает, насколько полным является базис выбранного конечного числа состояний дискретного и непрерывного спектров при заданных значениях параметров лазерного импульса. Покажем до какого значения параметра  $\mu_0$  будет выполняться нормировка волновой функции  $\varphi_{1s}$ , если учитывать только  $1s$  состояние, в случае учета первых 5 низколежащих возбужденных уровней и основного состояния и в случае учета первых 5

низколежащих возбужденных уровней, основного состояния и квазиуровней непрерывного спектра со значениями орбитального квантового числа, равными  $l=0,1,2$ . Интегрирование по волновому вектору фотоэлектрона ведется по всей области ненулевых значений соответствующих матричных элементов. На рис. 2.6 представлен график зависимости суммы  $S_N^{(1s)}$  от величины управляющего параметра  $\mu_0$ . Если учитывать только основное состояние атома водорода (кривая с квадратами), то нормировка волновой функции  $\varphi_{1s}$  выполняется до значений  $\mu_0 < 0.2$ . Это означает, что если мы хотим исследовать поля, амплитуда которых в единицах  $\mu_0$  меньше 0.2, нам достаточно учесть лишь основное состояние. Если учитывать основное состояние и 5 наинизших возбужденных уровней (кривая с кружками), то нормировку волновой функции  $\varphi_{1s}$  можно сохранить до значений  $\mu_0 < 0.4$ . В случае, если нам необходимо изучать поведение атома в околоатомных полях, количество уровней необходимо увеличить. В частности, для достижения приемлемой точности расчетов в случае амплитуды поля, равной  $\mu_0 = 1$ , необходим дополнительный учет квазиуровней непрерывного спектра со значениями орбитального квантового числа  $l = 0-2$  (кривая с треугольниками). Для того, чтобы описать взаимодействие с полями  $\mu_0 > 1$  необходим учет большего числа как уровней дискретного спектра, так и уровней непрерывного спектра, отвечающих большим значениям орбитального квантового числа  $l$ .

Отметим, что нормировка волновой функции – точного решения краевой задачи «об атоме в поле» в случае конечного набора дискретных уровней выполняется не только для основного состояния, но и для волновых функций всех состояний. Рис. 2.7 иллюстрирует сохранение нормировки волновой функции  $\varphi_{2p}(\vec{r}, t)$ .

Сделаем одно приближение. В своих исследованиях пренебрежем континуум-континуумными переходами  $\mu \rightarrow k$ , которые в системе (2.19-2.20)

описываются матричными элементами вида  $V_{\mu l' \mu l''}$ , поскольку эти матричные элементы вносят вклад второго порядка малости по сравнению с матричными элементами ионизационного перехода. Однако переходы в континууме тем не менее присутствуют в нашей модели. Их существование обусловлено слагаемым типа второго слагаемого первого уравнения системы, отвечающего за переход  $\mu \rightarrow k$ . Эффективно это слагаемое дает переход между двумя континуумными состояниями, но по сути это «2- $n$  квантовый» переход из состояния континуума  $k$  в состояние  $\mu$  через состояние дискретного спектра.

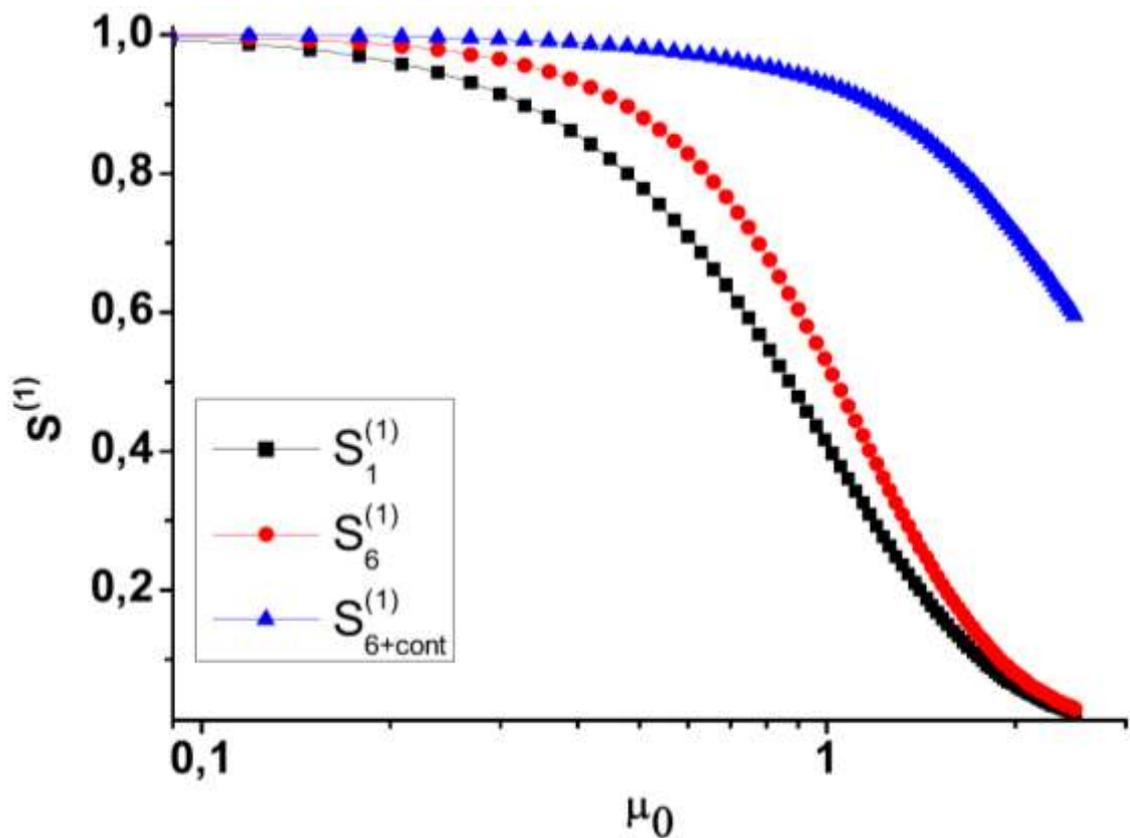


Рис. 2.6: Зависимость полноты базиса конечного числа собственных волновых функций от управляющего параметра задачи, вычисленные для основного состояния атома водорода, при учете лишь самого основного состояния (кривая с квадратами), при учете первых 5 низколежащих возбужденных уровней и основного состояния (кривая с кружками), при учете первых 5 низколежащих возбужденных уровней, основного состояния и квазиуровней непрерывного спектра со значениями орбитального квантового числа, равными  $l=0,1,2$  (кривая с треугольниками).

Таким образом, преимущество используемого подхода является то, что еще до численного решения задачи можно, используя аналитический вид

матричных элементов, проанализировать вклад каждого уровня в процессы индуцированных переходов между ними. Этим можно, задав точность расчетов, ограничить количество дифференциальных уравнений, тем самым оптимизировать время расчета.

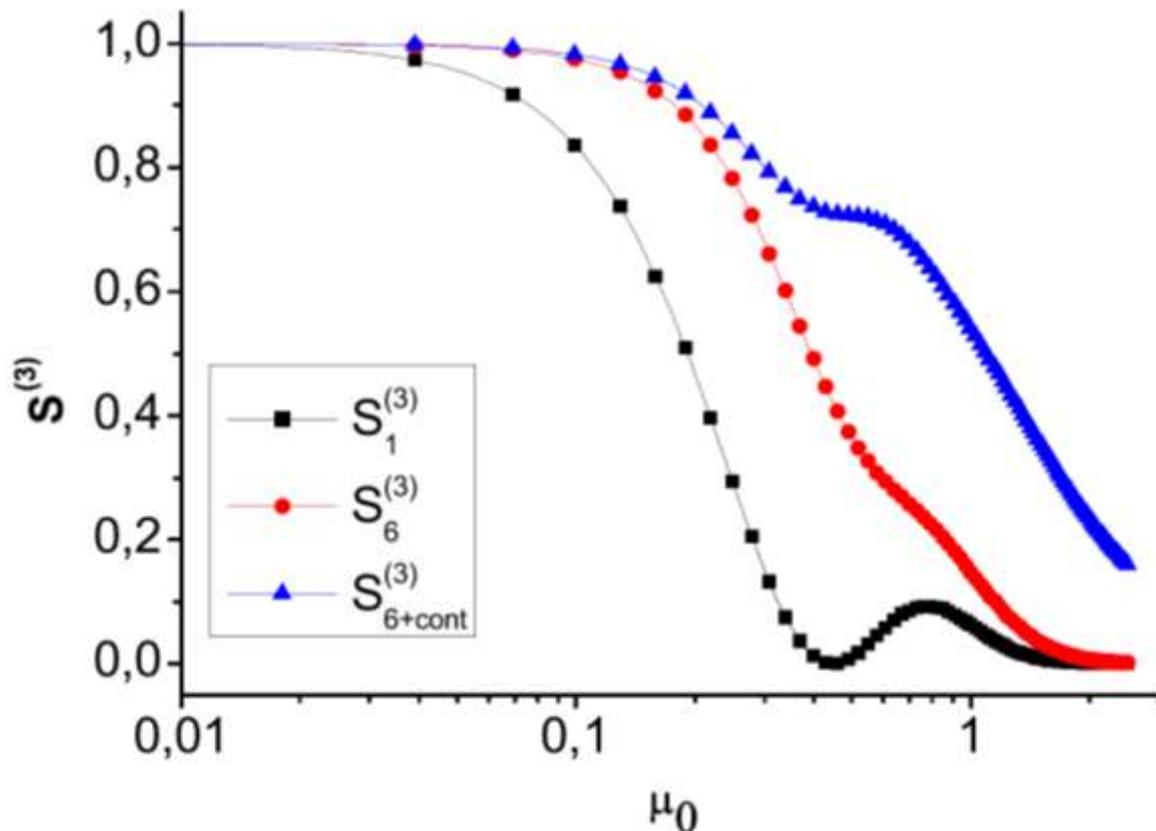


Рис. 2.7: Зависимость полноты базиса конечного числа собственных волновых функций от управляющего параметра задачи, вычисленные для состояния  $2p$  атома водорода, при учете только состояния  $2p$  (кривая с квадратами), при учете первых 6 низколежащих уровней (кривая с кружками), при учете первых 6 низколежащих уровней и квазиуровней непрерывного спектра со значениями орбитального квантового числа, равными  $l=0,1,2$  (кривая с треугольниками).

### 2.1.6 Модельные структуры уровней атомов, используемые для получения результатов диссертационной работы

Для получения результатов диссертационной работы моделировался отклик атомов, которые чаще всего используются в экспериментальных исследованиях. Как правило, среды, которые используются в экспериментах, состоят из многоэлектронных атомов.

Для расчета матричных элементов переходов нам нужно знать полный ортонормированный базис собственных функций. В случае многоэлектронных атомов аналитические выражения для собственных функций неизвестны.

Спектр состояний многоэлектронного атома, например, атома серебра отличается от нерелятивистского спектра состояний водородоподобного атома:

$$E_n = \frac{Z^2 e^4 m}{2 \hbar^2 n^2},$$

где  $Z$  - заряд ядра водородоподобного атома. Это обусловлено следующими причинами. Во-первых, валентный  $5s$  электрон движется в поле, создаваемом ионным остатком, при этом эффективный заряд ионного остатка отличен от единичного, поскольку электроны внутренних оболочек атома с угловым моментом отличным от нуля не полностью экранируют заряд ядра. Во-вторых, учет спина составляющих атом частиц приводит к сверхтонкому расщеплению уровней. Несмотря на малость этой величины по сравнению с энергией квантов рассматриваемых лазеров, учет обоих указанных уровней принципиален, поскольку вид волновых функций этих состояний существенно различен. Отметим, что выражение для спектра состояний водородоподобного атома, учитывающее сверхтонкое расщепление уровней, было получено в [290] и имеет вид

$$E_{nj}^{(l=j\mp 1/2)} = \frac{mc^2 (n + \nu_{\pm})}{\sqrt{(n + \nu_{\pm})^2 + Z^2 \alpha^2}},$$

где  $\nu_{\pm} = (1 + \sqrt{1 - 4\gamma_{\pm}})/2$  и  $\gamma_{\pm} = Z^2 \alpha^2 - (j + 1/2)^2 \pm \sqrt{(j + 1/2)^2 - (Z\mu_0/\mu_B)^2}$ . Здесь  $\mu_0$  - магнетон электрона,  $\mu_B$  - магнетон Бора и  $\alpha$  - постоянная тонкой структуры.

В принципе, можно было бы воспользоваться решениями релятивистской краевой задачи об атоме во внешнем поле, которые были представлены в [290]. Однако в представленных исследованиях мы

ограничимся областью субрелятивистских значений напряженности поля лазерного импульса, поэтому использование волновых функций релятивистской задачи приводит к неоправданным усложнениям, тем более, что при  $Z\alpha \ll 1$  собственные волновые функции релятивистской задачи близки к нерелятивистским и для свободного атома имеют хорошо известный вид

$$u_{nlm}(r, \theta, \varphi) = \frac{2}{n^2} \sqrt{\frac{Z^3(n-l-1)!}{a_B^3(n+l)!}} \left(\frac{2Zr}{na_B}\right)^l e^{-\frac{Zr}{na_B}} L_{n-l-1}^{(2l+1)}\left(\frac{2Zr}{na_B}\right) Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (2.31)$$

где  $L_{n-l-1}^{(2l+1)}(x)$  - обобщенные полиномы Лагерра. Отметим, что выражения для волновых функций дискретного и непрерывного спектра водородоподобного атома (2.28, 2.29) записаны в атомных единицах, а для волновых функций дискретного спектра (2.31) – в ненормированных.

Воспользуемся еще одним приближением. Волновые функции многоэлектронного атома отличны от водородоподобных. Однако, учитывая, что степень экранировки заряда ядра электронами внутренних оболочек атома зависит от расстояния до центра ядра, мы можем ввести различный эффективный заряд ( $Z_{eff}$ ) ионного остатка для различных состояний спектра, с тем чтобы реальный спектр состояний совпал с водородоподобным. С увеличением энергии уровня величина эффективного заряда уменьшается. Как следует из формулы (2.31), формальная замена  $Z \rightarrow Z_{eff}$  и  $a_B \rightarrow a_{nl} = a_B Z_{eff}$  не меняет свойств ортогональности собственных функций (2.31). Следовательно, мы можем воспользоваться этим базисом для расчета требуемых матричных элементов. Ясно, что полученный таким образом базис волновых функций является приближенным. Однако физически измеряемыми величинами являются спектр собственных значений и величина матричных элементов переходов. Указанная замена позволяет получить неплохое соответствие между теоретически рассчитываемыми и экспериментально наблюдаемыми значениями. При этом изменение величины характерного радиуса атомных орбит, используемое нами, находит вполне естественное объяснение,

связанное с учетом конечности массы ядра и его размеров. Хорошо известно, что спектр электрона в кулоновском поле эквивалентен спектру водородоподобного атома или иона с бесконечно тяжелым точечным ядром.

Используем вышеописанные рассуждения для определения модельных структур уровней атомов, которые будут использоваться для получения результатов в последующих главах диссертационной работы. Важно подчеркнуть, что обсуждаемые ниже модельные структуры уровней атомов органичивают базис волновых функций – решений краевой задачи «об атоме в поле»  $\varphi_N$ , а не набор волновых функций краевой задачи свободного атома  $u_n$  (напомним, что эти базисы совпадают только в начале и в конце импульса, когда лазерное поле равно нулю). Из этого следует, в частности, что отсутствие в модели квазиуровней непрерывного спектра не накладывает ограничений на возможное движение населенности по квазиуровням непрерывного спектра в момент прохождения импульса.

#### *Модельная структура уровней атома серебра*

Как и в любом водородоподобном атоме, число дискретных состояний в атоме серебра бесконечно велико. Учитывая свойства матричных элементов переходов, можно предположить, что в отсутствие резонансов наибольшую населенность будут иметь возбужденные дискретные состояния, наиболее близкие к основному. Поэтому в численных расчетах ограничимся учетом следующих уровней дискретного спектра атома:  $5s$  (основное состояние),  $5p$ ,  $5d$  и  $6p$ . Для уровней  $5s$ ,  $5p$ ,  $5d$  и  $6p$  эффективные заряды ядра имеют соответственно следующие значения:  $Z_{5s} \cong 3.7309$ ,  $Z_{5p} \cong 2.6811$ ,  $Z_{5d} \cong 1.6778$ ,  $Z_{6p} \cong 2.0499$ . При расчете значений эффективных зарядов, а также для расчета отклика атома использовались реальная энергетическая структура атома серебра, полученная из соответствующей диаграммы Гротриана [291]. Также модельная структура уровней атома серебра, которая использовалась для

получения результатов, учитывала состояния квазиконтинуума со значениями орбитального квантового числа, равными  $l = 0 - 3$ .

Используя волновые функции (2.28, 2.29), для переходов между уровнями  $5s, 5p, 5d, 6p$  и квазиуровней континуума со значениями  $l = 0 - 3$ , были произведены расчеты матричных элементов переходов оператора  $\hat{V}$  (2.13). В качестве примера приведем аналитический вид матричного элемента перехода  $5s - 5p$ :

$$V_{5s5p} = \frac{480\sqrt{2}\mu(t)}{(4 + 25(\mu(t))^2)^{10}} \left( 32768 - 3993600(\mu(t))^2 + \right. \\ \left. + 160256000(\mu(t))^4 - 2588000000(\mu(t))^6 + 18650000000(\mu(t))^8 - \right. \\ \left. - 59531250000(\mu(t))^{10} + 78125000000(\mu(t))^{12} - 30517578125(\mu(t))^{14} \right).$$

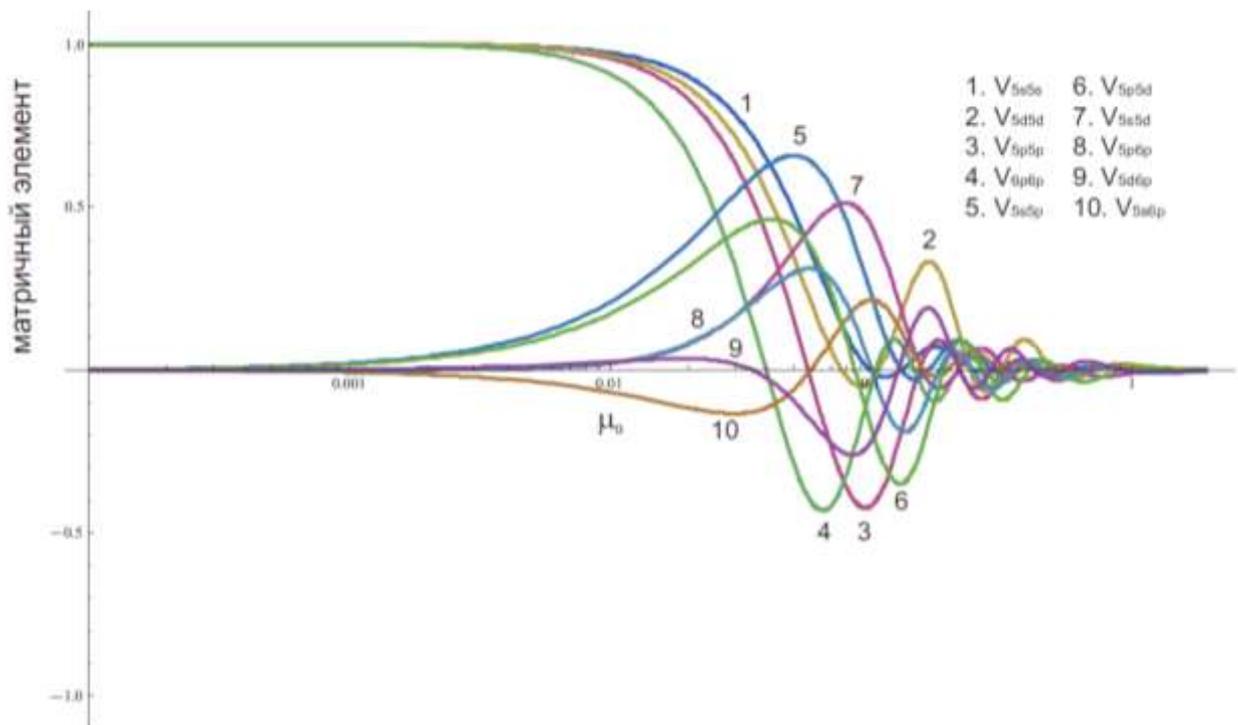


Рис. 2.8: Зависимость матричных элементов дискретно-дискретных переходов от управляющего параметра  $\mu_0$

На рис. 2.8 представлена зависимость матричных элементов дискретно – дискретных переходов от напряженности поля падающей электромагнитной волны (выраженной через управляющий параметр  $\mu_0$ ). Как видно, матричные элементы  $V_{nm}$  являются нелинейными функциями напряженности поля. При

$\mu_0 \rightarrow 0$ , т.е.  $E_0 \ll E_{at}$ , правила отбора для матричных элементов  $V_{nm} - \delta_{nm}$  совпадают с правилами отбора для матричных элементов  $(er)_{nm}$ . Однако при  $\mu_0 \geq 10^{-2}$  матричные элементы  $V_{nm}$  для дипольно – разрешенных переходов начинают падать, а для дипольно-запрещенных переходов расти и даже превышать величину матричных элементов дипольно-разрешенных переходов. Как результат, следует ожидать, что в области околоатомных полей зависимость отклика атома от параметров лазерного импульса будет качественно отличаться от соответствующих зависимостей, характерных для области субатомных полей ( $\mu_0 \ll 1$ ). Отметим, что в области околоатомной напряженности поля лазерной волны, диагональный матричный элемент основного состояния атома серебра  $V_{5s5s}$  при возрастании напряженности поля спадает наиболее медленно по сравнению с другими диагональными матричными элементами. Следовательно, вклад  $5s$  состояния в области околоатомной напряженности поля будет доминирующим при условии, что населенность основного состояния превышает населенность возбужденных уровней или сопоставима с ними.

Сравнение зависимостей матричных элементов, вычисленных для дискрет-дискретных переходов в атоме водорода (рис. 2.2) и серебра (рис. 2.8) демонстрирует, что матричные элементы, вычисленные для переходов между низколежащими уровнями атома водорода, становятся соразмерными при большем значении параметра  $\mu_0$ . Это связано с большей по модулю энергией основного состояния атома водорода (по сравнению с энергией основного состояния атома серебра).

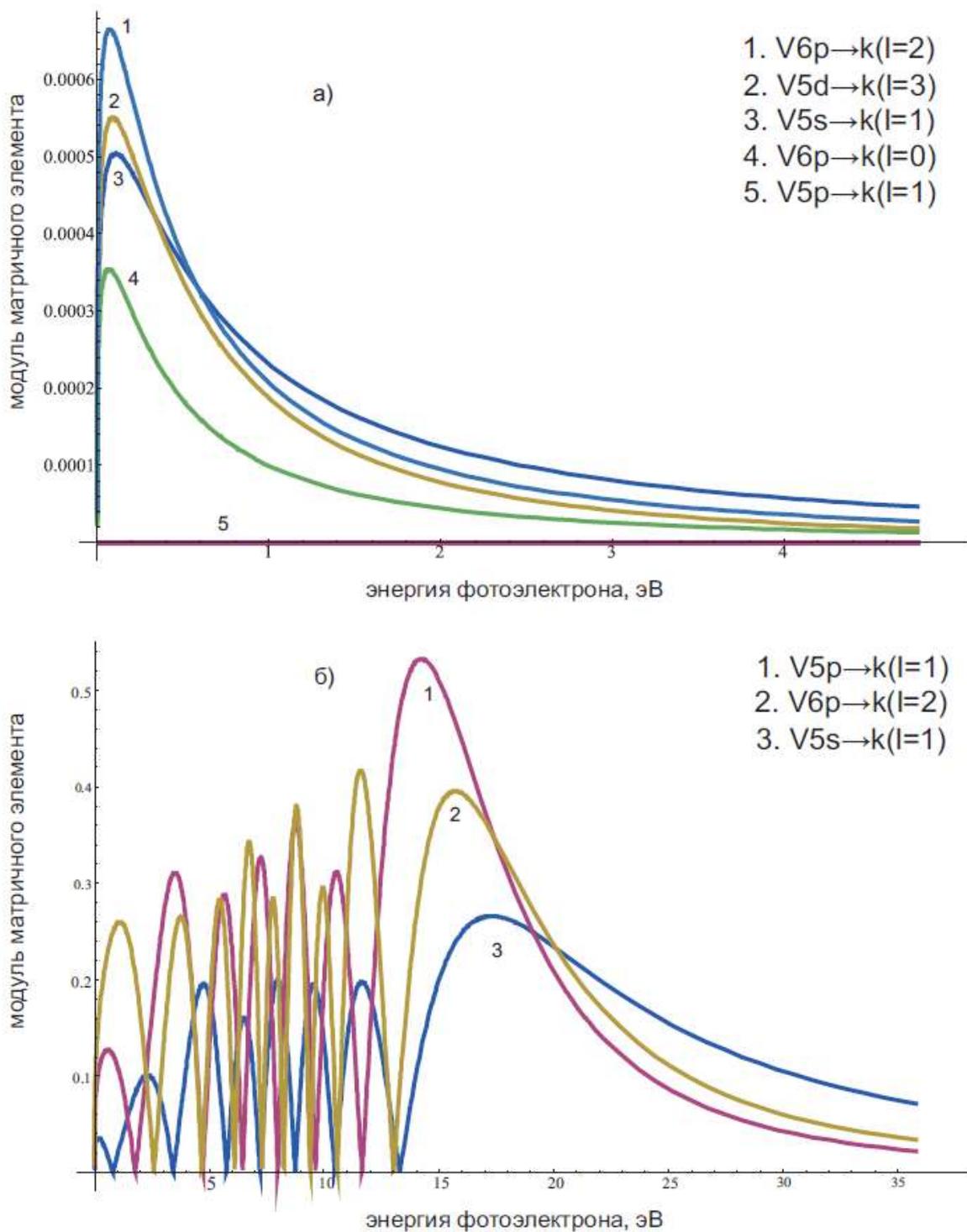


Рис. 2.9: Зависимость величины модуля матричных элементов дискретно-континуумных переходов от энергии фотоэлектрона при напряженности поля электромагнитной волны, равной  $\mu_0 = 0.00005$  (а)) и  $\mu_0 = 0.8$  (б))

Зависимость матричных элементов  $V_{kln\lambda}$  дискретно – континуумных переходов от энергии фотоэлектрона  $\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m}\right)$  с волновым вектором  $k$  при заданной величине напряженности электромагнитной волны представлена на

рис. 2.9. На рис. 2.9а изображена зависимость модуля матричного элемента в случае слабых полей. Видно, что матричные элементы, вычисленные для дипольно разрешенных переходов, то есть, для переходов, при которых величина орбитального квантового числа меняется на 1, по абсолютной величине больше остальных. В области околоатомных полей дипольные правила отбора нарушаются [А49], и матричные элементы переходов другой мультипольности становятся сопоставимы и даже превышают матричные элементы дипольно разрешенных переходов (см. рис. 2.9б).

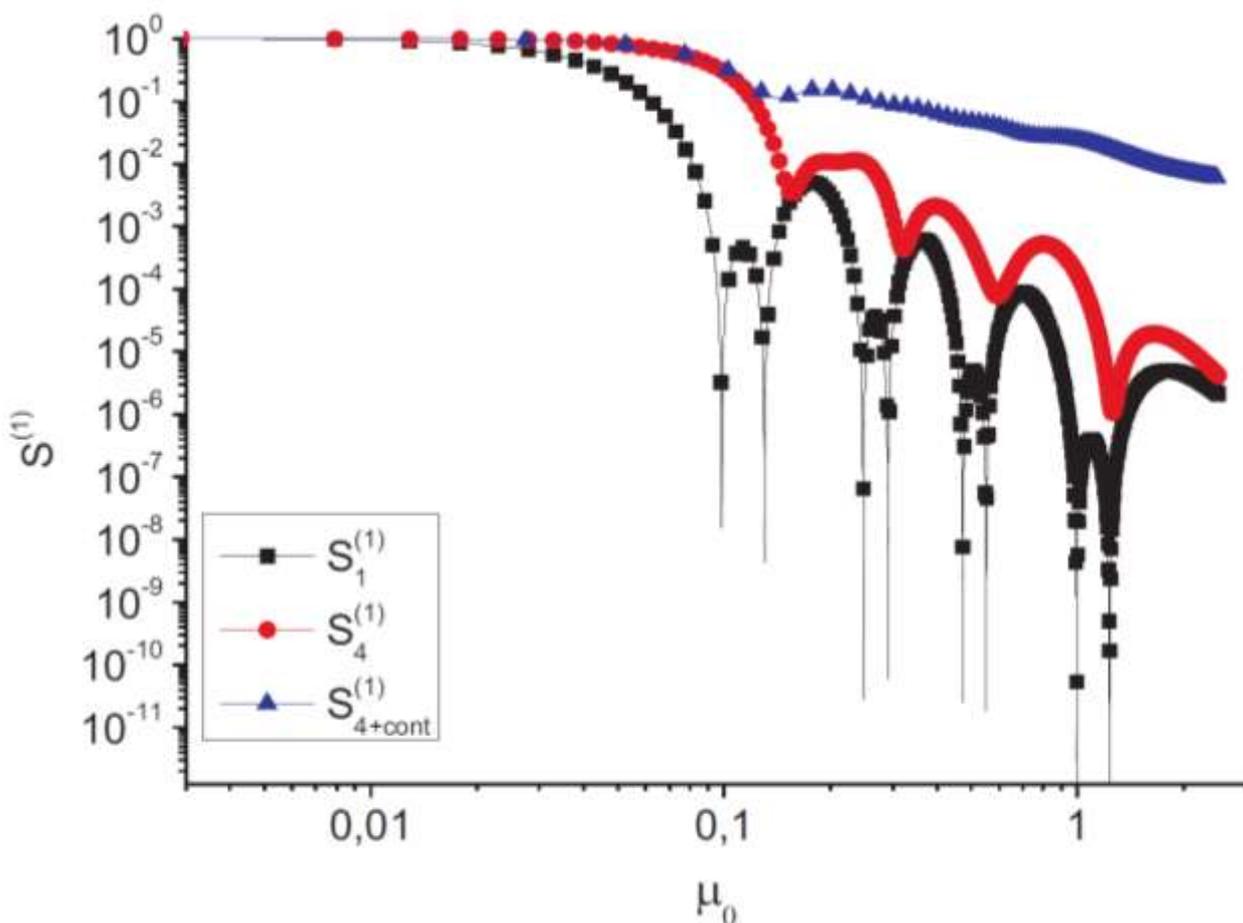


Рис.2.10: Зависимость полноты базиса конечного числа собственных волновых функций, используемых в численных расчетах, от управляющего параметра  $\mu_0$ , вычисленные для основного состояния атома серебра, при учете самого лишь основного состояния (кривая с квадратами), при учете первых 3 низколежащих возбужденных уровней и основного состояния (кривая с кружками), при учете первых 3 низколежащих возбужденных уровней, основного состояния и квазиуровней непрерывного спектра со значениями орбитального квантового числа, равными  $l=0-3$  (кривая с треугольниками).

Таким образом, как уже упоминалось выше, из анализа аналитических зависимостей матричных элементов можно определить область вариации волнового вектора фотоэлектрона и сократить количество уравнений в системе (2.19-2.20). Ее численное решение позволяет определять и исследовать энергетические спектры фотоэлектронов и полную вероятность ионизации при различных значениях параметров лазерного импульса.

Рассчитанная в рамках выбранной модели зависимость  $S_N^n(\mu_0)$  (2.30) позволяет выбрать область вариации параметра  $\mu_0$ , в которой мы можем проводить исследования взаимодействия. Четырех дискретных уровней  $5s, 5p, 5d, 6p$  и квазиуровней непрерывного спектра атома со значениями орбитального квантового числа  $l = 0-3$  достаточно для того, чтобы обеспечить заданную точность расчетов в области  $\mu_0 < 2.5$  (см. рис. 2.10). Этой области вариации параметра  $\mu_0$  соответствует изменение интенсивности  $I < 1.83 \cdot 10^{16}$  Вт/см<sup>2</sup> ( $\lambda = 800$  нм).

#### *Модельная структура уровней атома аргона*

Аргон является одним из наиболее удобных в экспериментальных исследованиях газом, он инертный, моноатомный, доступный. Выбранная для численных исследований модельная структура уровней атома аргона не предполагает учета вкладов населенностей непрерывного спектра, в ней учтены вклады уровней лишь дискретного спектра атома. В численных исследованиях мы ограничились учетом 13 наинизших дискретных состояний ( $3p$  (основное состояние),  $3d, 4s-f, 5s-f, 6s, 6p, 7s$ ). Отметим, что разность энергий между самым низшим учтенным состоянием и самым высшим составляет 96.5% от энергии ионизации атома, которая составляет величину - 15.76 эВ. Количество уровней было выбрано таким образом, чтобы в учтенный набор попали уровни, отвечающие различным значениям орбитального квантового числа. Также, в модели учитывались вклады подуровней всех 13

уровней атома, отвечающих всем возможным значениям проекции орбитального квантового числа  $m$ .

Таблица 2.1. Энергии уровней, представленные в эВ, учтенных в модельной структуре уровней атома аргона

$n \setminus l$	0	1	2	3
3	X	-15.76	-1.91	X
4	-4.21	-2.85	-1.07	-0.86
5	-1.69	-1.3	-0.66	-0.55
6	-0.92	-0.75	X	X
7	-0.58	X	X	X

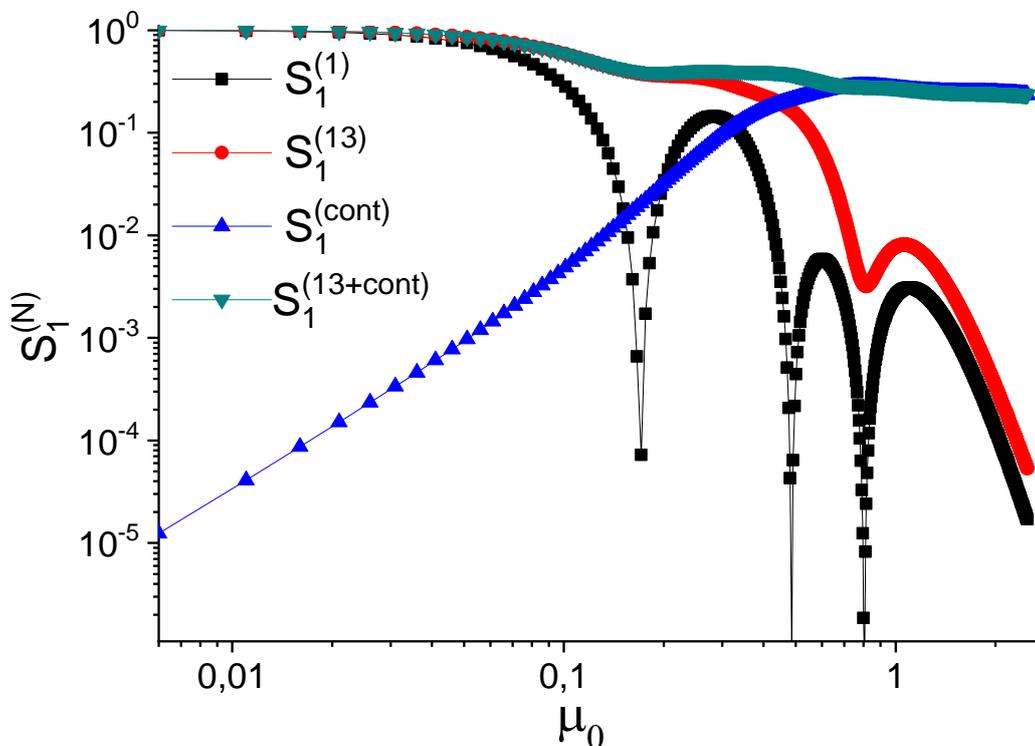


Рис. 2.11: Зависимость полноты базиса конечного числа собственных волновых функций атома аргона, используемого в численных расчетах, от управляющего параметра  $\mu_0$ , вычисленная для основного состояния атома неона, при учете самого лишь основного состояния (черная кривая с квадратами), при учете первых 13 низлежащих возбужденных уровней и основного состояния (красная кривая с кружками), при учете квазиуровней непрерывного спектра со значениями орбитального квантового числа, равными  $l=0-4$  (синяя кривая с треугольниками), при учете первых 13 низлежащих возбужденных уровней и основного состояния и квазиуровней непрерывного спектра со значениями орбитального квантового числа, равными  $l=0-4$  (зеленая кривая с перевернутыми треугольниками).

Энергии уровней, которые использовались для получения результатов, представлены в Таблице 2.1. Она организована следующим образом: по строкам меняется значение главного, а по столбцам - орбитального квантового числа. Для учетных в модельной структуре уровней указана их энергия в электрон-вольтах (эВ), полученная из диаграммы Гротриана для атома аргона [291].

На рис. 2.11 представлена зависимость  $S_N^{(n)}$  (2.30), вычисленная для основного состояния атома аргона, в случае учета только основного состояния (черная кривая с квадратами) и в случае учета 13 низколежащих состояний дискретного спектра (красная кривая с кружками). Для сравнения на рис. 2.11 приведена зависимость  $S_N^{(n)}$ , вычисленная с учетом квазиуровней непрерывного спектра со значениями орбитального квантового числа, равными  $l=0-4$  (синяя кривая с треугольниками) и зависимость  $S_N^{(n)}$ , вычисленная с учетом первых 13 низколежащих возбужденных уровней и квазиуровней непрерывного спектра со значениями орбитального квантового числа, равными  $l=0-4$  (зеленая кривая с перевернутыми треугольниками). Видно, что квазиуровни непрерывного спектра начинают играть существенную роль при  $\mu_0 \approx 0.3$  (когда красная кривая с квадратами начинает отличаться от зеленой кривой с перевернутыми треугольниками). Это может быть критерием применимости модели атома аргона для исследования особенностей доионизационного режима взаимодействия. Таким образом, из рис. 2.11 видно, что 13 дискретных уровней достаточно чтобы описывать взаимодействие атома с полями, амплитуда напряженности поля которых удовлетворяет условию  $\mu_0 \leq 0.3$  (что соответствует  $I < 6 \cdot 10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup> для излучения Ti:Sa лазера). Учитывать более высоколежащие уровни можно, но усложнение расчетов не приведет к заметному улучшению точности.

### Модельная структура уровней атома неона

Неон является еще одним удобным и часто используемым для исследований генерации гармоник высокого порядка инертным газом. В численных расчетах также использовалась 13-ти уровневая модельная структура этого атома, учитывающая низколежащие уровни дискретного спектра ( $2p$  (основное состояние),  $3s-3d$ ,  $4s-4f$ ,  $5s-5f$ ,  $6s$ ). Отметим, что разность энергий между самым низшим учтенным состоянием и самым высшим составляет 97.6% от энергии ионизации атома, которая составляет величину - 21.56 эВ. Также как и в модели атома аргона, в модели атома неона учитывались вклады подуровней всех 13 уровней атома, отвечающих всем возможным значениям квантового числа  $m$ . Необходимость учета большого количества уровней с различными значениями симметрии обусловлена тем, что эта модель использовалась для изучения влияния населенностей возбужденных уровней на поляризационные характеристики гармоник высокого порядка (см. п. 3.2.4).

Энергии уровней, которые использовались для получения результатов, представлены в Таблице 2.2. Для учетных в модельной структуре уровней указана их энергия в эВ, полученная из диаграммы Гротриана для атома неона [291].

Таблица 2.2. Энергии уровней, представленные в эВ, учтенных в модельная структура уровней атома неона

$n \setminus l$	0	1	2	3
2	X	-21.56	X	X
3	-4.85	-2.85	-1.43	X
4	-1.8	-1.273	-0.76	-0.75
5	-0.9	-0.69	-0.545	-0.44
6	-0.52	X	X	X

Для данной модели также проведены соответствующие исследования зависимости  $S_N^{(n)}$  (2.30) от управляющего параметра  $\mu_0$ , которые показали качественно совпадающие зависимости, как и соответствующие зависимости

для атома аргона (см. рис. 2.11), поэтому для лаконичности изложения явный вид соответствующих зависимостей для атома неона не приведен. Вместе с тем, область возможных применений указанной модели была определена, руководствуясь той же логикой, что и для атома аргона. Оказалось, что модельная структура уровней атома неона может описывать отклик атома на воздействие поля, для которого  $\mu_0 \leq 0.3$  (что соответствует  $I < 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> для излучения Ti:Sa лазера).

### *Модельная структура уровней атома тория*

Определим еще одну используемую для получения результатов диссертационной работы модельную структуру уровней атома тория, которая использовалась для моделирования фотоэмиссионного спектра отклика атома при исследовании нового механизма возбуждения низколежащего изомерного ядерного уровня (см. Гл. 5).

Как наглядно продемонстрировано на примере атомов водорода (см. рис. 2.6. черная кривая с квадратами), серебра (см. рис. 2.10. черная кривая с квадратами), аргона (см. рис. 2.11. черная кривая с квадратами)) в области субатомных значений полей для полноты базиса достаточно, так называемого, одноуровневого приближения, когда предполагается, что населенность основного состояния существенно не меняется за время действия импульса. В таком приближении система уравнений (2.19-2.20) не рассчитывается, а вклад возбужденных уровней учитывается при расчете плотности тока атомного отклика (см §2.3).

Поскольку модель атома тория использовалась для исследования генерации гармоник низкого порядка, для генерации которых достаточно воздействия лазерных полей существенно субатомной напряженности, для их описания было достаточно одноуровневого приближения, включающего вклады уровней 6d (основное состояние), 7s, 5f, 7p при расчете плотности тока атомного отклика. Численные значения уровней энергии этих атомов также были получены из диаграммы Гротриана [292].

## **§2.2 Специфика отклика одиночного атома в многокомпонентных произвольно поляризованных лазерных полях**

В настоящем параграфе изложено развитие описанной выше непертурбативной теории отклика одиночного атома, находящегося в состоянии с произвольным значением и направлением углового момента по отношению к направлению вектора поляризации линейно поляризованной волны.

Специфика собственных волновых функций краевой задачи «об атоме в поле» (2.5) состоит в том, что пространственная симметрия собственных волновых функций указанной задачи определяется цилиндрической симметрией внешнего поля. Действительно, в сферически симметричном поле сила, действующая на электрон, зависит лишь от расстояния между электроном и ядром и не зависит от ориентации углового момента атомного электрона, следовательно, угловое распределение собственных волновых функций в системе координат, связанной с направлением углового момента атома, зависит лишь от направления углового момента электрона. Напротив, при движении электрона в суперпозиции сферически симметричного внутриатомного поля и цилиндрически симметричного внешнего поля пространственное распределение волновой функции не может не зависеть от взаимной ориентации углового момента атома и направления вектора поляризации внешней волны. В рамках классической физики это означает, что изменение траектории движения атомного электрона при появлении внешнего поля не может не зависеть от направления вектора поляризации внешнего поля. Возникающая асимметрия пространственного распределения волновой функции зависит от времени, что и приводит к отклику атома. Таким образом, отклик атома связан со светоиндуцированной анизотропией формы волновой функции электрона и обусловлен работой, совершаемой внешним полем по перемещению электрона во внутриатомном потенциале.

Такой подход имеет важное следствие. Поскольку атомный потенциал является негармоническим, то в отклике атома возникают гармоники несущей частоты поля, амплитуда которых растет с ростом напряженности поля.

Запишем формулу (2.5) в “трехиндексном” виде

$$\varphi_{n_1 l_1 m_1}(\vec{r}, t) = \sum_{n_2 l_2 m_2} \langle n_2 l_2 m_2 | V^{-1} | n_1 l_1 m_1 \rangle u_{n_2 l_2 m_2}(\vec{r}). \quad (2.32)$$

Воспользуемся разложением экспоненты в ряд по сферическим функциям [266]:

$$\exp\left(i \frac{q}{\hbar c} \vec{A}(t) \vec{r}\right) = 4\pi \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l i^l j_l\left(\frac{q}{\hbar c} A(t) r\right) Y_{lm}^*(\vec{e}(t)) Y_{lm}(\vec{n}),$$

где  $\vec{e}(t) = \vec{A}(t)/A(t)$ ,  $\vec{n} = \vec{r}/r$  и  $j_l(z)$  - сферические функции Бесселя. Тогда для матричных элементов в выражении (2.32) получаем

$$\begin{aligned} \langle n_2 l_2 m_2 | V^{-1} | n_1 l_1 m_1 \rangle &= 4\pi \sum_{l=0}^{\infty} i^l \int_0^{\infty} R_{n_2 l_2}(r) j_l\left(\frac{q}{\hbar c} A(t) r\right) R_{n_1 l_1}(r) r^2 dr \cdot \\ &\cdot \sum_{m=-l}^l Y_{lm}^*(\vec{e}(t)) \int Y_{l_2 m_2}^*(\theta, \varphi) Y_{lm}(\theta, \varphi) Y_{l_1 m_1}(\theta, \varphi) do, \end{aligned}$$

где  $do = \sin\theta d\theta d\varphi$ ,  $R_{n_l}(r)$  - радиальная часть волновой функции краевой задачи свободного атома (2.3). Пользуясь теорией сложения угловых моментов, окончательно получаем

$$\langle n_2 l_2 m_2 | V^{-1} | n_1 l_1 m_1 \rangle = \sum_{l=|l_1-l_2|}^{l_1+l_2} Y_{lm}^*(\vec{e}(t)) C(lm|l_2 m_2, l_1 m_1) \left\langle n_2 l_2 \left\| j_l\left(\frac{q}{\hbar c} A(t) r\right) \right\| n_1 l_1 \right\rangle, \quad (2.33)$$

где

$$\begin{aligned} C(lm|l_2 m_2, l_1 m_1) &= (-1)^{l+m_2} \begin{pmatrix} l_2 & l & l_1 \\ -m_2 & m & m_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_2 & l & l_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \\ &\times \sqrt{4\pi(2l+1)(2l_1+1)(2l_2+1)} \end{aligned} \quad (2.34)$$

и приведенные матричные элементы имеют вид

$$\left\langle n_2 l_2 \left\| j_l\left(\frac{q}{\hbar c} A(t) r\right) \right\| n_1 l_1 \right\rangle = \int_0^{\infty} R_{n_2 l_2}(r) j_l\left(\frac{q}{\hbar c} A(t) r\right) R_{n_1 l_1}(r) r^2 dr. \quad (2.35)$$

В формуле (2.34) слагаемым  $\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}$  обозначены  $3j$  - символы Вигнера.

Таким образом, мы видим, что угловая часть матричных элементов  $V_{nm}$  рассчитывается полностью в аналитическом виде. Что же касается радиальной части матричных элементов, определяемой (2.35), то при использовании базиса собственных волновых функций водородоподобного атома (2.28-2.29) она также рассчитывается в аналитическом виде для произвольных состояний дискретного и непрерывного спектров.

Подставляя (2.33) в (2.32), получаем

$$\varphi_{n_1 l_1 m_1}(\vec{r}, t) = \sum_{n_2 l_2 m_2} \sum_{l=|l_1-l_2|}^{l_1+l_2} Y_{lm}^*(\vec{e}) Y_{l_2 m_2}(\vec{n}) R_{n_2 l_2}(r) \langle n_2 l_2 \| j_l \| n_1 l_1 \rangle C(lm | l_2 m_2, l_1 m_1). \quad (2.36)$$

где  $j_l = j_l(qA(t)r/\hbar c)$ . Из (2.36) следует, что угловая часть волновой функции  $\varphi_n(\vec{r}, t)$  зависит от взаимной ориентации вектора напряженности электромагнитного поля  $\vec{e}$  и углового момента атома, поскольку направление вектора  $\vec{n}$  совпадает с направлением углового момента  $\vec{l}$ .

Собственные волновые функции краевой задачи о движении электрона в центрально симметричном поле обладают сферической симметрией при  $l=0$  и аксиальной симметрией при  $l>0$ . Как видно из (2.36), угловая зависимость собственных волновых функций аксиально симметричной краевой задачи является тензорной и зависит от направления двух векторов  $\vec{e}$  и  $\vec{l}$ . Вместе с тем, очевидно, что собственные волновые функции краевой задачи (2.4) должны принимать аксиальную симметрию, по крайней мере, в следующих двух случаях.

Во-первых, поскольку волновые функции  $u_n(\vec{r})$  являются сферически симметричными при  $l=0$ , то ясно, что при появлении внешнего поля соответствующие собственные функции краевой задачи (2.4) становятся аксиально симметричными. Действительно, при  $l_1=0$  из (2.36) получаем

$$\varphi_{n_1 l_1=0}(\vec{r}, t) = 2\sqrt{\pi} \sum_{n_2 l_2} (-1)^{l_2} R_{n_2 l_2}(r) \langle n_2 l_2 \| j_{l_2} \| n_1 0 \rangle \sum_{m_2=-l_2}^{l_2} Y_{l_2 m_2}^*(\vec{e}) Y_{l_2 m_2}(\vec{n}). \quad (2.37)$$

Учитывая выражение

$$\sum_{m=-l}^l Y_{lm}^*(\vec{e}) Y_{lm}(\vec{n}) = \frac{2l+1}{4\pi} P_l(\vec{e}\vec{n}),$$

мы видим, что волновая функция (2.37) имеет аксиально симметричный вид относительно направления вектора поляризации электромагнитного поля.

Во-вторых, при  $l > 0$  и  $\vec{e} \parallel \vec{l}$  волновая функция остается аксиально симметричной. Действительно, пользуясь выражением

$$Y_{lm}(\vec{e})|_{\vec{e}=\vec{n}_z} = i^l \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} \delta_{m0},$$

получаем

$$\varphi_{n_1 l_1 m_1}(\vec{r}, t) = \sum_{n_2 l_2} \sum_{l=|l_1-l_2|}^{l_1+l_2} i^l \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} \langle n_2 l_2 \| j_l \| n_1 l_1 \rangle C(l_0 | l_2 m_1, l_1 m_1) R_{n_2 l_2}(r) Y_{l_2 m_1}(\vec{n}). \quad (2.38)$$

Как видно, волновая функция (2.38) является суперпозицией волновых функций  $u_{nlm}(\vec{r})$  с одним и тем же значением проекции углового момента на направление внешнего поля. Это отражает тот факт, что сохраняющейся величиной краевой задачи (2.4) является лишь проекция углового момента на направление внешнего поля, а величина углового момента сохраняющейся величиной не является.

Как следует из выражения (2.33), зависимость матричных элементов  $V_{nm}$  от состояния поляризации электромагнитного поля определяется угловой частью указанных матричных элементов. Зависимость от амплитуды векторного потенциала поля, а, следовательно, от напряженности электромагнитного поля, определяется радиальной частью указанных матричных элементов, т.е. видом приведенных матричных элементов  $\langle n_2 l_2 \| j_l(z) \| n_1 l_1 \rangle$ . Приведенные матричные элементы являются нелинейными функциями напряженности электромагнитного поля.

Как мы отмечали выше, матричные элементы  $V_{nm}$  в базисе собственных волновых функций свободного атома рассчитываются аналитически. Тем не менее, в иллюстративных целях обсудим некоторые свойства указанных матричных элементов.

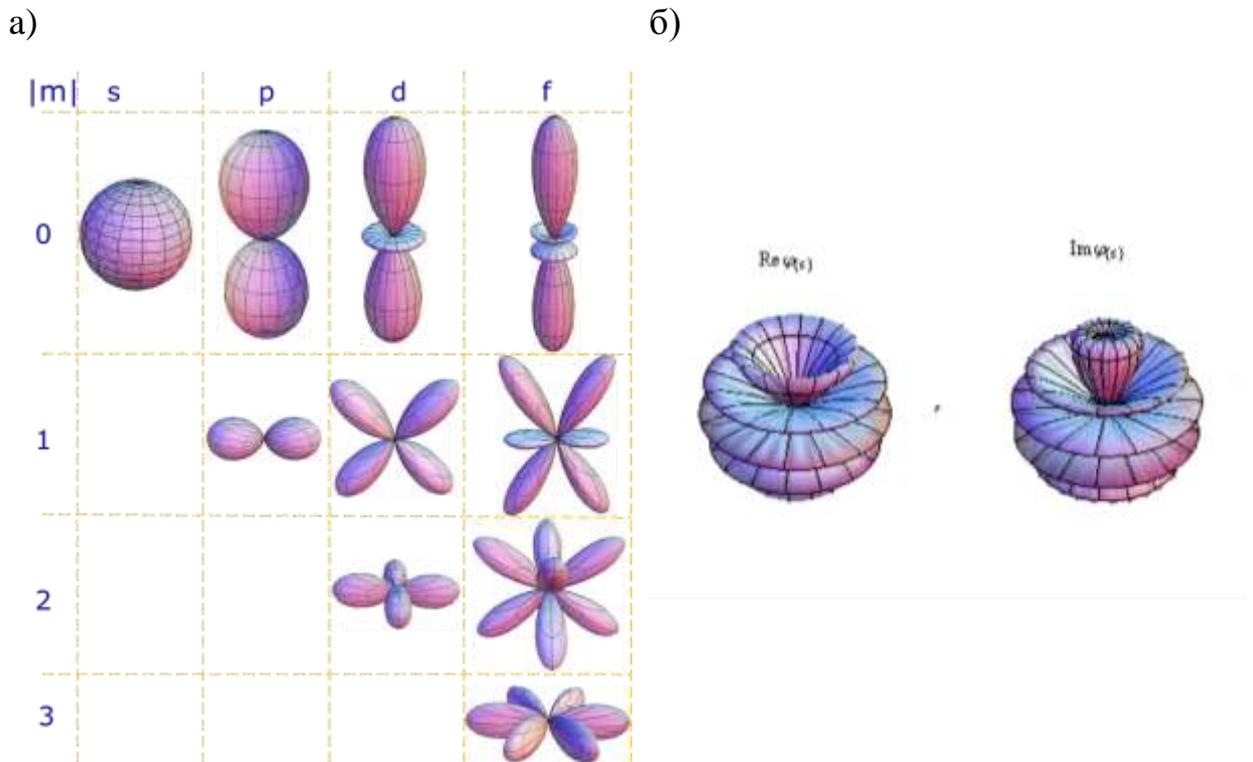


Рис. 2.12: (а) Схематическое изображение пространственных распределений волновых функций – решений краевой задачи свободного атома  $u_{n,l,m}$  (2.3), представленных для различных значений углового момента атома и его проекции. (б) Схематическое изображение действительной (левая) и мнимой (правая) части волновой функции – точного решения краевой задачи «об атоме в поле»  $\varphi_s$  (для  $s$ -состояния), рассчитанное при значении управляющего параметра задачи  $\mu_0 \sim 1$ .

Угловая часть матричных элементов  $V_{nm}$  имеет наиболее компактный вид, когда одним из состояний является  $ns$  состояние. Отметим также, что если  $ns$  состояние является основным состоянием атома, то в достаточно широкой области значений напряженности поля лазерного импульса достаточно учитывать лишь  $s, p, d$  состояния атома (см. пп. 2.1.6). В этом случае получаем

$$\langle ns | V^{-1} | n's \rangle = \langle ns || j_0(z) || n's \rangle, \quad (2.39)$$

$$\langle ns|V^{-1}|n'pm\rangle = i\sqrt{4\pi} \langle ns||j_1(z)||n'p\rangle Y_{1m}(\vec{e}), \quad (2.40)$$

$$\langle ns|V^{-1}|n'dm\rangle = -\sqrt{4\pi} \langle ns||j_2(z)||n'd\rangle Y_{2m}(\vec{e}), \quad (2.41)$$

где  $z = qA(t)r/\hbar c$ . Как видно, матричные элементы  $V_{nm}$  зависят от направления вектора поляризации падающей электромагнитной волны. Обращаясь к (2.7), мы видим, что при включении внешнего поля волновая функция атома, находящегося изначально в состоянии  $ns$ , становится суперпозицией состояний «атома в поле», включающих состояния с  $l \neq 0$ . Указанное утверждение проиллюстрировано на рис. 2.12, где схематически представлено сравнение волновых функций свободного атома (рис. 2.12 а) и волновых функций – точных решений краевой задачи «об атоме в поле» (на примере  $\varphi_{1s}$ ), рассчитанных при ненулевом значении параметра  $\mu_0$  (рис. 2.12 б). Видно, что волновая функция  $\varphi_{1s}$  имеет сложную структуру, является суперпозицией волновых функций свободного атома.

Как мы отмечали выше, приведенные матричные элементы аналитически рассчитываются в базисе водородоподобных функций. Тем не менее, приведем ряд асимптотических выражений, применимых в случае полей субатомной напряженности. Пользуясь асимптотическим разложением сферических функций Бесселя при  $\mu_0 \ll 1$ , получаем

$$\begin{aligned} \langle n_2l_2||j_l(\mu(t)\rho)||n_1l_1\rangle &= \mu^l \frac{\Gamma(1/2)}{2^{l+1}\Gamma(l+3/2)} \int_0^\infty R_{n_2l_2}(\rho) R_{n_1l_1}(\rho) \rho^{l+2} d\rho - \\ &- \mu^{l+2} \frac{\Gamma(1/2)}{2^{l+3}\Gamma(l+5/2)} \int_0^\infty R_{n_2l_2}(\rho) R_{n_1l_1}(\rho) \rho^{l+4} d\rho + \dots, \end{aligned}$$

где  $\rho = r/a_B$ . Поскольку из свойств  $3j$  символов, входящих в выражение (2.34), следует  $|l_2 - l_1| \leq l \leq l_2 + l_1$ , то несложно видеть, что в субатомной области напряженности поля электромагнитной волны величина приведенных матричных элементов определяется соотношением  $\langle n_2l_2||j_l||n_1l_1\rangle \sim \mu^{|l_2-l_1|}$ . Отметим, что матричные элементы  $\langle ns|j_0|ns\rangle$  в субатомных полях близки к

единице, а матричные элементы  $\langle ns|j_0|n's\rangle \sim \mu^2$ , поскольку радиальные волновые функции  $R_{ns}(r)$  и  $R_{n's}(r)$  ортогональны (см. рис. 2.2 и 2.8).

Диагональные матричные элементы  $\langle nlm|M|nlm\rangle$  (2.27) определяют мгновенное значение энергии состояний  $|nlm\rangle$  свободного атома во внешнем электромагнитном поле, поскольку

$$i\hbar \frac{da_{nlm}}{dt} = \langle nlm|M|nlm\rangle a_{nlm} + \sum_{n'l'm'} \langle nlm|M|n'l'm'\rangle a_{n'l'm'}.$$

С учетом (2.39-2.41) для диагональных составных матричных элементов  $M$  для  $|ns\rangle$  состояний получаем

$$\begin{aligned} & \langle ns|M|ns\rangle = \\ & = \sum_{n'} \left[ E_{n's} \left| \langle ns||j_0(z)||n's\rangle \right|^2 + 3E_{n'p} \left| \langle ns||j_1(z)||n'p\rangle \right|^2 + 5E_{n'd} \left| \langle ns||j_2(z)||n'd\rangle \right|^2 \right]. \end{aligned} \quad (2.42)$$

Коэффициенты 3 и 5 появляются в (2.42) в результате усреднения по состояниям с различным значением проекции углового момента.

Диагональные матричные элементы для  $|nrm\rangle$  состояний с  $m=0$  имеют более сложный вид

$$\begin{aligned} & \langle nrm|M|nrm\rangle_{m=0} = \sum_{n'} \left\{ 3E_{n's} \left\langle np||j_1(z)||n's \right\rangle^2 (\cos\theta)^2 + \right. \\ & + \frac{E_{n'p}}{2} \left[ 2 \left\langle np||j_0(z)||n'p \right\rangle^2 + 2 \left\langle np||j_0(z)||n'p \right\rangle \left\langle n'p||j_2(z)||np \right\rangle + \right. \\ & \quad \left. + 5 \left\langle np||j_0(z)||n'p \right\rangle^2 + 3 \left\langle np||j_2(z)||n'p \right\rangle \times \right. \\ & \quad \left. \times \left( 2 \left\langle n'p||j_0(z)||np \right\rangle + \left\langle n'p||j_2(z)||np \right\rangle \right) \cos 2\theta \right] \\ & + \frac{3E_{n'd}}{10} \left[ 7 \left\langle np||j_1(z)||n'd \right\rangle^2 + 6 \left\langle np||j_1(z)||n'd \right\rangle \left\langle n'd||j_3(z)||np \right\rangle + \right. \\ & + 12 \left\langle np||j_3(z)||n'd \right\rangle^2 + \left( \left\langle np||j_1(z)||n'd \right\rangle^2 + 18 \left\langle np||j_1(z)||n'd \right\rangle \left\langle n'd||j_3(z)||np \right\rangle + \right. \\ & \quad \left. \left. + 6 \left\langle np||j_3(z)||n'd \right\rangle^2 \right) \cos 2\theta \right] \left. \right\}. \end{aligned} \quad (2.43)$$

В случае  $m = \pm 1$  диагональные матричные элементы имеют вид

$$\begin{aligned}
\langle npm|M|npm\rangle\Big|_{m=\pm 1} &= \sum_{n'} \left\{ \frac{3}{2} E_{n's} \langle np\|j_1(z)\|n's\rangle^2 (\sin\theta)^2 + \right. \\
&+ \frac{E_{n'p}}{4} \left[ 4\langle np\|j_0(z)\|n'p\rangle^2 - 2\langle np\|j_0(z)\|n'p\rangle\langle n'p\|j_2(z)\|np\rangle + \right. \\
&+ 7\langle np\|j_0(z)\|n'p\rangle^2 - 3\langle np\|j_2(z)\|n'p\rangle(2\langle n'p\|j_0(z)\|np\rangle + \\
&+ \langle n'p\|j_2(z)\|np\rangle) \cos 2\theta - \frac{3E_{n'd}}{10} \left[ -13\langle np\|j_1(z)\|n'd\rangle^2 + \right. \\
&+ 6\langle np\|j_1(z)\|n'd\rangle\langle n'd\|j_3(z)\|np\rangle - 18\langle np\|j_3(z)\|n'd\rangle^2 + \\
&+ \left( \langle np\|j_1(z)\|n'd\rangle^2 + 18\langle np\|j_1(z)\|n'd\rangle\langle n'd\|j_3(z)\|np\rangle + \right. \\
&\left. \left. + 6\langle np\|j_3(z)\|n'd\rangle^2 \right) \cos 2\theta \right]. \tag{2.44}
\end{aligned}$$

Сравнение (2.42) и (2.43)-(2.44) обнаруживает следующий факт: эффективная энергия  $|ns\rangle$  состояний атома во внешнем поле зависит лишь от величины напряженности поля, но не зависит от его направления. Это вполне естественно, поскольку волновые функции состояний с  $l=0$  являются сферически симметричными. В то же самое время эффективная энергия  $|nrm\rangle$  состояний атома во внешнем поле зависит не только от величины напряженности внешнего поля, но и от его направления. Это обусловлено тем, что в случае  $l>0$  плотность распределения вероятности состояний свободного атома обладает цилиндрической симметрией относительно направления углового момента  $\vec{l}$ , поэтому если вектор напряженности внешнего поля неколлинеарен с угловым моментом атома, то плотность распределения вероятности электрона, движущегося в суперпозиции внутриатомного поля и поля внешней волны, зависит от взаимной ориентации указанных векторов. В данном случае это выражается в виде зависимости от угла  $\theta$ , где  $\theta$  - угол между направлением углового момента и направлением внешнего поля.

Если мы пренебрегаем расщеплением энергии состояний  $|nlm\rangle$  с различным значением проекции углового момента  $m$ , полагая  $a_{nlm} = a_{nl}$ , а в качестве энергии состояния возьмем среднеарифметическое значение

$$\langle nl|M|nl\rangle = \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^l \langle nlm|M|nlm\rangle,$$

то из (2.43)-(2.44) для диагональных матричных элементов  $\langle np|M|np\rangle$  получаем

$$\begin{aligned} \langle np|M|np\rangle &= \frac{1}{3} \sum_{m=-1}^1 \langle npm|M|npm\rangle = \sum_{n'} \left[ E_{n's} \langle np\|j_1(z)\|n's\rangle^2 + \right. \\ &+ E_{n'p} \left( \langle np\|j_0(z)\|n'p\rangle^2 + 2\langle np\|j_2(z)\|n'p\rangle^2 \right) \\ &\left. + E_{n'd} \left( 2\langle np\|j_1(z)\|n'd\rangle^2 + 3\langle np\|j_3(z)\|n'd\rangle^2 \right) \right]. \end{aligned}$$

Как видно, усредненные по проекциям момента энергетические сдвиги  $|np\rangle$  состояний от направления вектора поляризации волны не зависят.

Отметим, что в случае параллельности векторов  $\vec{l}$  и  $\vec{e}$  энергетические сдвиги (2.43)-(2.44) принимают вид

$$\begin{aligned} \langle npm|M|npm\rangle|_{m=0} &= \sum_{n'} \left[ 3E_{n's} \left| \langle np\|j_1(z)\|n's\rangle \right|^2 + 2E_{n'p} \left( \langle np\|j_0(z)\|n'p\rangle + \right. \right. \\ &+ \left. \left. 2\langle np\|j_2(z)\|n'p\rangle \right)^2 + \frac{3E_{n'd}}{5} \left( 2\langle np\|j_1(z)\|n'd\rangle + 3\langle np\|j_3(z)\|n'd\rangle \right)^2 \right], \\ \langle npm|M|npm\rangle|_{m=\pm 1} &= \sum_{n'} \left[ E_{n'p} \left( \langle np\|j_0(z)\|n'p\rangle - \langle np\|j_2(z)\|n'p\rangle \right)^2 + \right. \\ &\left. + \frac{9E_{n'd}}{5} \left( \langle np\|j_1(z)\|n'd\rangle - \langle np\|j_3(z)\|n'd\rangle \right)^2 \right]. \end{aligned}$$

Наличие  $|ns\rangle$  состояний не влияет на величину сдвига  $|n, p, m = \pm 1\rangle$  состояний. Это обусловлено тем, что при  $\vec{e} \parallel \vec{l}$  правила отбора для дипольно разрешенных переходов при взаимодействии атома с линейно поляризованным полем имеют вид  $\Delta m = 0$ . В свою очередь  $|n, p, m = 0\rangle$  состояние оказывается в этом случае связанным с  $|ns\rangle$  состояниями, и величина сдвига этого подуровня зависит от величины приведенных матричных элементов для указанных состояний. Вместе с тем, при ортогональности векторов  $\vec{l}$  и  $\vec{e}$ , т.е. при  $\theta = \pi/2$  получаем

$$\begin{aligned} \langle n'p'm | M | n'p'm \rangle_{m=\pm 1} &= \sum_{n'} \left[ E_{n'p} \left| \langle np \| j_0(z) \| n'p \rangle \right|^2 + \frac{3}{2} E_{n's} \left| \langle np \| j_1(z) \| n's \rangle \right|^2 + \right. \\ &+ E_{n'd} \frac{3}{10} \left( 7 \langle np \| j_1(z) \| n'd \rangle^2 + 6 \langle np \| j_1(z) \| n'd \rangle \langle n'd \| j_3(z) \| np \rangle + 12 \langle n'd \| j_3(z) \| np \rangle^2 \right) \Big], \\ \langle n'p'm | M | n'p'm \rangle_{m=0} &= \sum_{n'} \left[ E_{n'p} \left| \langle np \| j_0(z) \| n'p \rangle \right|^2 + \right. \\ &+ E_{n'd} \frac{9}{5} \left( \langle np \| j_1(z) \| n'd \rangle - \langle n'd \| j_3(z) \| np \rangle \right)^2 \Big]. \end{aligned}$$

В этом случае (при  $\theta = \pi/2$ ) ситуация меняется на противоположную: состояния  $|n, p, m = \pm 1\rangle$  оказываются связанными с  $|n's\rangle$  состояниями, а состояние  $|n, p, m = 0\rangle$  - не связанным. Это обусловлено тем, что ненулевые значения проекций углового момента соответствуют нулевой его проекции на направление внешнего поля и наоборот.

Недиагональные составные матричные элементы для переходов  $|n's\rangle \rightarrow |n's\rangle$  имеют вид

$$\begin{aligned} \langle ns | M | n's \rangle &= \sum_{n''} \left[ E_{n''s} \langle ns \| j_0(z) \| n''s \rangle \langle n''s \| j_0(z) \| n's \rangle + \right. \\ &+ 3E_{n''p} \langle ns \| j_1(z) \| n''p \rangle \langle n''p \| j_1(z) \| n's \rangle + \\ &+ 5E_{n''d} \langle ns \| j_2(z) \| n''d \rangle \langle n''d \| j_2(z) \| n's \rangle \Big], \end{aligned}$$

для переходов  $|ns\rangle \rightarrow |n'p'm\rangle$  имеют следующий вид

$$\begin{aligned} \langle ns | M | n'p'm \rangle_{m=0} &= i\sqrt{3} \cos \theta \sum_{n''} \left[ E_{n''s} \langle ns \| j_0(z) \| n''s \rangle \langle n''s \| j_1(z) \| n'p \rangle + \right. \\ &+ E_{n''p} \langle ns \| j_1(z) \| n''p \rangle \left( \langle n''p \| j_0(z) \| n'p \rangle + 2 \langle n''p \| j_2(z) \| n'p \rangle \right) + \\ &+ E_{n''d} \langle ns \| j_2(z) \| n''d \rangle \left( 2 \langle n''d \| j_1(z) \| n'p \rangle + 3 \langle n''d \| j_3(z) \| n'p \rangle \right) \Big], \\ \langle ns | M | n'p'm \rangle_{m=\pm 1} &= \mp i \sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta e^{\pm i\varphi} \sum_{n''} \left[ E_{n''s} \langle ns \| j_0(z) \| n''s \rangle \langle n''s \| j_1(z) \| n'p \rangle + \right. \\ &+ E_{n''p} \langle ns \| j_1(z) \| n''p \rangle \left( \langle n''p \| j_0(z) \| n'p \rangle + 2 \langle n''p \| j_2(z) \| n'p \rangle \right) + \\ &+ E_{n''d} \langle ns \| j_2(z) \| n''d \rangle \left( 2 \langle n''d \| j_1(z) \| n'p \rangle + 3 \langle n''d \| j_3(z) \| n'p \rangle \right) \Big]. \end{aligned}$$

При  $\theta = 0$  матричные элементы  $\langle ns|M|n'pm\rangle\big|_{m=\pm 1} = 0$ , что находится в соответствии с традиционными правилами отбора для взаимодействия атома с линейно поляризованным электромагнитным полем.

Недиагональные составные матричные элементы для переходов  $|ns\rangle \rightarrow |n'dm\rangle$  имеют вид

$$\begin{aligned} \langle ns|M|n'dm\rangle\big|_{m=0} &= -\frac{1}{28\sqrt{5}}(1+3\cos 2\theta)\sum_{n''}\left[35E_{n''s}\langle ns\|j_0(z)\|n''s\rangle\langle n''s\|j_2(z)\|n'd\rangle + \right. \\ &\quad \left. +E_{n''p}\langle ns\|j_1(z)\|n''p\rangle\left(42\langle n''p\|j_1(z)\|n'd\rangle + 63\langle n''p\|j_3(z)\|n'd\rangle\right) + \right. \\ &\quad \left. +E_{n''d}\langle ns\|j_2(z)\|n''d\rangle\left(35\langle n''d\|j_0(z)\|n'd\rangle + 50\langle n''d\|j_2(z)\|n'd\rangle + 90\langle n''d\|j_4(z)\|n'd\rangle\right)\right], \\ \langle ns|M|n'dm\rangle\big|_{m=\pm 1} &= \pm\frac{1}{14}\sqrt{\frac{3}{10}}\sin 2\theta e^{\pm i\varphi}\sum_{n''}\left[35E_{n''s}\langle ns\|j_0(z)\|n''s\rangle\langle n''s\|j_2(z)\|n'd\rangle + \right. \\ &\quad \left. +E_{n''p}\langle ns\|j_1(z)\|n''p\rangle\left(42\langle n''p\|j_1(z)\|n'd\rangle + 63\langle n''p\|j_3(z)\|n'd\rangle\right) + \right. \\ &\quad \left. +E_{n''d}\langle ns\|j_2(z)\|n''d\rangle\left(35\langle n''d\|j_0(z)\|n'd\rangle + 50\langle n''d\|j_2(z)\|n'd\rangle + 90\langle n''d\|j_4(z)\|n'd\rangle\right)\right], \\ \langle ns|M|n'dm\rangle\big|_{m=\pm 2} &= -\frac{1}{14}\sqrt{\frac{3}{10}}\sin^2\theta e^{\pm i2\varphi}\sum_{n''}\left[35E_{n''s}\langle ns\|j_0(z)\|n''s\rangle\langle n''s\|j_2(z)\|n'd\rangle + \right. \\ &\quad \left. +E_{n''p}\langle ns\|j_1(z)\|n''p\rangle\left(42\langle n''p\|j_1(z)\|n'd\rangle + 63\langle n''p\|j_3(z)\|n'd\rangle\right) + \right. \\ &\quad \left. +E_{n''d}\langle ns\|j_2(z)\|n''d\rangle\left(35\langle n''d\|j_0(z)\|n'd\rangle + 50\langle n''d\|j_2(z)\|n'd\rangle + 90\langle n''d\|j_4(z)\|n'd\rangle\right)\right]. \end{aligned}$$

В случае  $\theta = 0$  отличными от нуля являются лишь матричные элементы переходов  $|ns\rangle \leftrightarrow |n'd0\rangle$ , что также находится в соответствии с традиционными правилами отбора.

Чтобы проиллюстрировать поведение матричных элементов  $\langle nlm|M|n'l'm'\rangle$  (2.43-2.44) при других значениях угла  $\theta$ , рассмотрим одноуровневую модель атома неона (при которой рассматривается его основное состояние  $2p$  с тремя подуровнями, отвечающими различным значениям проекции орбитального квантового числа  $l, 0, -l$ ). Не конкретизируя вид временной зависимости  $\mu(t)$ , построим как меняется энергия подуровней при вариации  $\theta$  при  $\mu_0 = 1$ . На рис. 2.13 представлены

зависимости  $\langle 2pm|M|2pm' \rangle$  от угла  $\theta$ . Видно, что диагональные матричные элементы с  $m = \pm 1$  имеют минимум энергии при  $\theta = 0$  и  $\theta = \pi$ , когда направление углового момента атома и поляризация поля совпадают или противоположны друг другу. Диагональный матричный элемент с  $m = 0$  имеет минимум при  $\theta = \pi/2$ , т.е. когда направление углового момента атома перпендикулярно вектору поляризации электромагнитной волны.

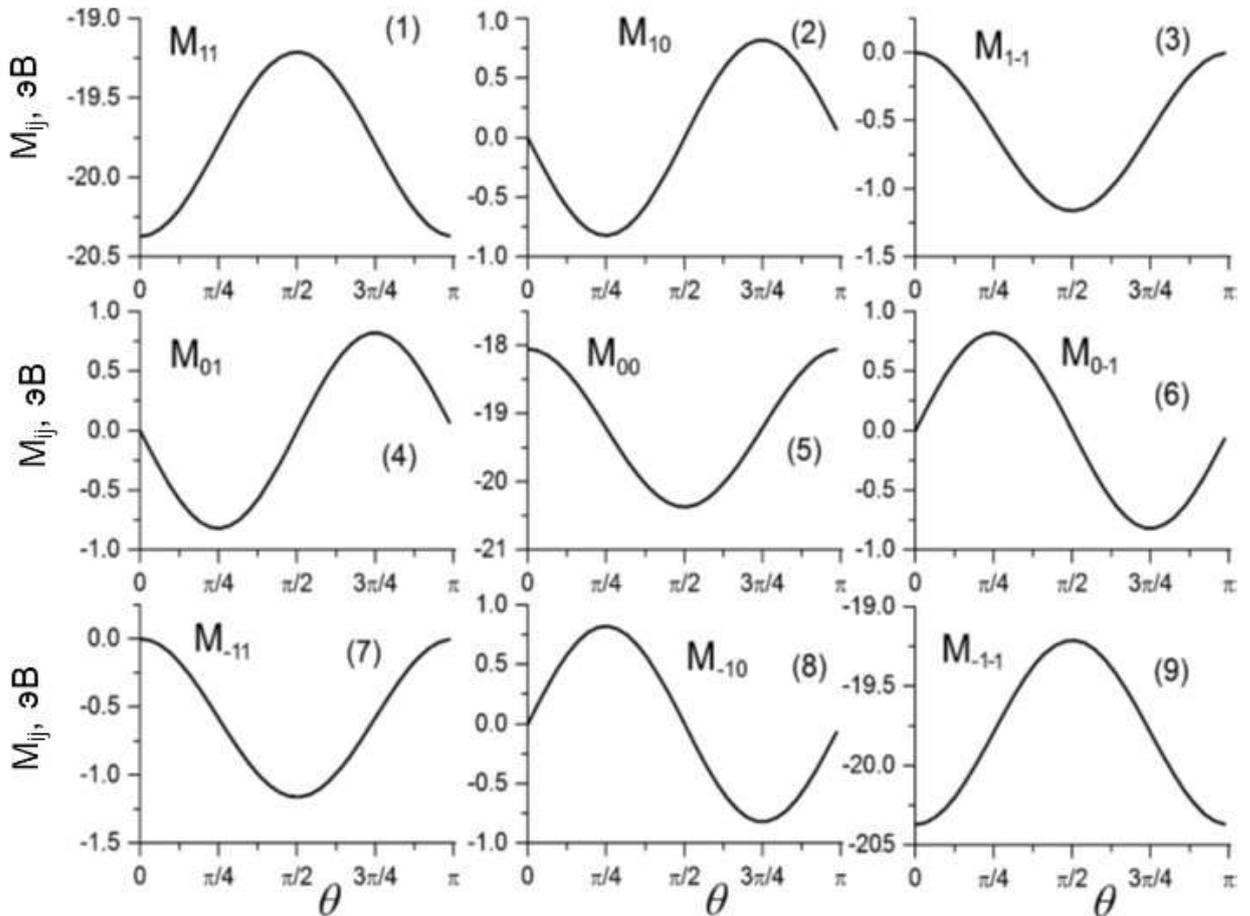


Рис. 2.13: Зависимость величины матричных элементов  $\langle 2pm|M|2pm' \rangle$  от угла между направлением вектора поляризации электрического поля и направлением углового момента атома  $\theta$ , рассчитанных в рамках одноуровневого приближения модельной структуры атома неона, взаимодействующего с лазерным полем при  $\mu_0 = 1$ .

### §2.3 Фотоэмиссионный спектр атома

Развитая в предыдущих параграфах теория, позволяет рассчитать динамику населенностей уровней дискретного и квазинепрерывного спектров

атома. Она была успешно применена для изучения особенностей ионизации атома: исследовались угловые и энергетические спектры фотоэлектронов, полная ионизация атома в линейно поляризованных фемтосекундных лазерных полях доатомной и околоатомной напряженности, исследовано нарушение дипольных правил отбора в околоатомных лазерных полях [A29, A30, A42, A43, A48].

Вместе с тем, для исследования процессов генерации излучения при взаимодействии лазерного поля с одиночным атомом, решить систему уравнений (2.19-2.20) недостаточно, необходимо также рассчитать плотность тока, которая для уравнения (2.1) определяется в следующем виде [289]:

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = \frac{q}{2m} \left[ \psi^* \cdot \left( \vec{p} - \frac{q}{c} \vec{A} \right) \psi + \left( \left( \vec{p} - \frac{q}{c} \vec{A} \right) \psi \right)^* \cdot \psi \right]. \quad (2.45)$$

Необходимость расчета плотности тока связана с тем, что его спектр в дальней зоне совпадает со спектром генерируемого излучения [289]:

$$\vec{A}_r(\vec{r}, \omega) = \frac{\exp(ikr)}{rc} \int \vec{j}(\vec{r}', \omega) \exp(-i\vec{k}\vec{r}') dV,$$

спектры напряженности магнитного и электрического полей в дальней зоне выражаются через спектр векторного потенциала следующим образом:

$$\vec{B}_r(\vec{r}, \omega) = -i \frac{\omega}{c} [\vec{A}_r(\vec{r}, \omega) \vec{n}], \quad \vec{E}_r(\vec{r}, \omega) = -i \frac{\omega}{c} [[\vec{A}_r(\vec{r}, \omega) \vec{n}] \vec{n}].$$

Поток энергии электромагнитного поля определяется вектором Пойнтинга

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}_r \vec{B}_r] = \frac{c}{4\pi} B_r^2(\vec{r}, t) \vec{n}.$$

Интенсивность излучения в элемент телесного угла  $d\omega$  равна

$$dI = \frac{c}{4\pi} B_r^2(\vec{r}, t) r^2 d\omega.$$

Подставляя сюда спектральное разложение  $B_r(\vec{r}, t)$  и усредняя по времени, для спектральной плотности интенсивности излучения получаем

$$\frac{dI}{d\omega} = \frac{c}{4} |B_r(\vec{r}, \omega)|^2 r^2 d\omega = \frac{\omega^2}{4c^3} \left| \int [\vec{j}(\vec{r}, \omega) \vec{n}] \exp(-i\vec{k}\vec{r}) dV \right|^2 d\omega.$$

В случае, когда условие  $ka_0 \ll 1$  (где  $a_0$  - амплитуда колебаний атомного электрона во внешнем поле) выполняется для всех гармоник поля, то спектр напряженности поля отклика и спектральной интенсивности излучения одиночного атома определяются следующими выражениями

$$\vec{E}_r(\vec{r}, \omega) = -i \frac{\omega \exp(ikr)}{rc^2} \left[ [\vec{J}(\omega) \vec{n}] \vec{n} \right],$$

$$\frac{dI}{d\omega} = \frac{\omega^2}{4c^3} \left[ [\vec{J}(\omega) \vec{n}] \right]^2 d\omega,$$

где

$$\vec{J}(\omega) = \int \vec{j}(\vec{r}, \omega) dV.$$

Таким образом, расчет спектра тока атомного отклика позволяет определить в дальней зоне спектр генерируемого одиночным атомом излучения.

Матричные элементы оператора обобщенного импульса  $\vec{P} = \vec{p} - q\vec{A}/c$  в базисе собственных функций краевых задач (2.2) и (2.4) имеют, соответственно, вид

$$\int u_n^*(\vec{r}) \left( \vec{p} - \frac{q}{c} \vec{A} \right) u_m(\vec{r}) dV = \sum_{k,p} V_{nk}^{-1}(t) \vec{p}_{kp} V_{pm}(t), \quad (2.46)$$

$$\int \varphi_n^*(\vec{r}, t) \left( \vec{p} - \frac{q}{c} \vec{A} \right) \varphi_m(\vec{r}, t) dV = \int u_n^*(\vec{r}) \vec{p} u_m(\vec{r}) dV = \vec{p}_{nm}. \quad (2.47)$$

Подставляя волновую функцию (2.5) в (2.45) и пользуясь (2.46-2.47), для тока атомных электронов получаем

$$\vec{J}(t) = \frac{q}{m} \sum_{n,m,p,q} a_n^*(t) a_m(t) V_{np}^{-1}(t) \vec{p}_{pq} V_{qm}(t). \quad (2.48)$$

Как видно из формул (2.45), матричные элементы  $\vec{p}_{nm}$ , входящие в правую часть этих уравнений, являются матричными элементами по состояниям свободного атома. Временная эволюция матричных элементов

оператора обобщенного импульса  $\vec{P} = \vec{p} - q\vec{A}/c$  по состояниям свободного атома определяется соотношением (2.46). Матричные элементы оператора импульса  $\vec{p}$  по состояниям свободного атома взаимно однозначно связаны с матричными элементами оператора координаты  $\vec{r}$  хорошо известным соотношением  $\vec{p}_{nm} = im\omega_{nm}\vec{r}_{nm}$ , где  $\omega_{nm} = \frac{E_n - E_m}{\hbar}$ ,  $E_n$  - собственные значения энергии свободного атома (см., например, [294]). Учитывая вышесказанное, несложно видеть, что соотношение (2.48) дает аналитическую зависимость матричных элементов атомного тока от напряженности поля лазерного импульса.

Используя отмеченную связь, выражение (2.48) можно переписать в следующем тождественном виде

$$\vec{J}(t) = i \sum_{n,m,p,q} a_n^*(t) a_m(t) \omega_{pq} V_{np}^{-1}(t) \vec{d}_{pq} V_{qm}(t). \quad (2.49)$$

Используя трехмерные обозначения, для парциальных матричных элементов тока, содержащихся в выражении (2.49), получаем

$$\begin{aligned} \langle n_1 l_1 m_1 | \vec{J} | n_2 l_2 m_2 \rangle &= i \sum_{n_3 l_3 m_3} \sum_{n_4 l_4 m_4} \omega_{n_3 l_3 n_4 l_4} \times \\ &\times \langle n_1 l_1 m_1 | V^{-1} | n_3 l_3 m_3 \rangle \langle n_3 l_3 m_3 | \vec{d} | n_4 l_4 m_4 \rangle \langle n_4 l_4 m_4 | V | n_2 l_2 m_2 \rangle. \end{aligned} \quad (2.50)$$

Пользуясь аппаратом теории сложения угловых моментов, для матричных элементов оператора дипольного момента  $\vec{d}$  получаем

$$\begin{aligned} \langle n_3 l_3 m_3 | \vec{d} | n_4 l_4 m_4 \rangle &= q \langle n_3 l_3 || r || n_4 l_4 \rangle (-1)^{m_3} i^{l_4 - l_3} \sqrt{(2l_3 + 1)(2l_4 + 1)} \times \\ &\times \sum_{m=-1}^1 \vec{n}^{(m)} \begin{pmatrix} l_3 & 1 & l_4 \\ -m_3 & m & m_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_3 & 1 & l_4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Матричные элементы оператора  $\hat{v}$  были рассчитаны выше, используя результаты этих расчетов, для матричных элементов (2.50) получаем

$$\begin{aligned}
\langle n_1 l_1 m_1 | \vec{J} | n_2 l_2 m_2 \rangle &= 4\pi q i^{l_2 - l_1 + 1} \sqrt{(2l_1 + 1)(2l_2 + 1)} \cdot \sum_{n_3 l_3} \sum_{n_4 l_4} \omega_{n_3 l_3 n_4 l_4} (2l_3 + 1)(2l_4 + 1) \cdot \\
&\cdot \sum_{l=|l_1 - l_3|}^{l_1 + l_3} \sum_{l'=|l_2 - l_4|}^{l_2 + l_4} \sqrt{(2l + 1)(2l' + 1)} \langle n_1 l_1 \| j_l \| n_3 l_3 \rangle \langle n_3 l_3 \| r \| n_4 l_4 \rangle \langle n_4 l_4 \| j_{l'} \| n_2 l_2 \rangle \cdot \\
&\cdot \begin{pmatrix} l_1 & l & l_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & 1 & l_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_4 & l' & l_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \\
&\cdot \sum_{m=-1}^{+1} \sum_{m_3=-l_3}^{l_3} (-1)^{l-m_2+m_3} Y_{l(m_3-m_1)}(\vec{e}) \vec{n}^{(m)} Y_{l'(m_3-m_2-m)}(\vec{e}) \cdot \\
&\cdot \begin{pmatrix} l_1 & l & l_3 \\ -m_1 & m_1 - m_3 & m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_3 & 1 & l_4 \\ -m_3 & m & m_3 - m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_4 & l' & l_2 \\ m_3 - m & m_2 - m_3 + m & -m_2 \end{pmatrix},
\end{aligned} \tag{2.51}$$

где, как и ранее,  $j_l = j_l(qA(t)r/\hbar c)$ .

Таким образом, приведенные в настоящем разделе формулы позволяют рассчитывать частотно-угловой спектр поля отклика атома как для произвольной ориентации углового момента атома и вектора поляризации электромагнитной волны, так и для произвольного состояния поляризации электромагнитной волны. Как следует из (2.51), поляризация различных частотно-угловых компонент поля отклика зависит как от направления углового момента атома, так и от поляризации воздействующего поля. В свою очередь состояние поляризации поля отклика ансамбля неполяризованных атомов определяется лишь состоянием поляризации воздействующей электромагнитной волны.

### 2.3.1 Отклик атома в ближней зоне

Для некоторых задач, например, для расчета величины электромагнитного поля, создаваемого движущимся в суперпозиционном кулоновском поле ядра атома и внешнем электромагнитном поле электроном, на ядре своего атома, необходимо рассчитывать параметры излучения в ближней зоне. Однако, в ближней зоне даже при совпадении направления углового момента атома и вектора поляризации лазерного поля поле отклика не является чисто поперечным, а включает также и продольные компоненты,

величина поля которых зависит не только от плотности атомного тока, но и от временной эволюции плотности атомного заряда. Остановимся поэтому на более подробном обсуждении выражения для поля отклика атома. Решения волновых уравнений для векторного и скалярного потенциалов имеют вид:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{1}{c} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}', t - |\vec{r} - \vec{r}'|/c)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV', \quad (2.52)$$

$$\varphi(\vec{r}, t) = \int \frac{\rho(\vec{r}', t - |\vec{r} - \vec{r}'|/c)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' \quad (2.53)$$

Вектор напряженности электрического поля определяется выражением

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{c^2} \int \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \frac{\partial \vec{j}(\vec{r}', t - |\vec{r} - \vec{r}'|/c)}{\partial t} dV' - \int \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \left( \frac{\rho(\vec{r}', t - |\vec{r} - \vec{r}'|/c)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) dV'. \quad (2.54)$$

Выполняя дифференцирование во втором слагаемом, получаем

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) = & -\frac{1}{c^2} \int \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \frac{\partial \vec{j}(\vec{r}', t')}{\partial t} dV' + \\ & + \frac{1}{c} \int \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \frac{\partial \rho(\vec{r}', t')}{\partial t} dV' + \int \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \rho(\vec{r}', t') dV', \end{aligned} \quad (2.55)$$

где  $t' = t - |\vec{r} - \vec{r}'|/c$ .

Поскольку потенциалы (2.52-2.53) являются решениями волновых уравнений в лоренцевской калибровке, то согласно (2.52-2.53) получаем

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \frac{\partial \rho(\vec{r}', t')}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \left( \frac{\vec{j}(\vec{r}', t')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) = 0.$$

Подставляя это выражение в (2.55), получаем

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) = & -\frac{1}{c^2} \int \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \left[ \frac{\partial \vec{j}(\vec{r}', t')}{\partial t} - \vec{n}' \left( \frac{\partial \vec{j}(\vec{r}', t')}{\partial t} \cdot \vec{n}' \right) \right] dV' + \\ & + \frac{1}{c} \int \frac{(\vec{n}' \cdot \vec{j}(\vec{r}', t')) \vec{n}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} dV' + \int \frac{\vec{n}' \rho(\vec{r}', t')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} dV', \end{aligned} \quad (2.56)$$

где  $\vec{n}' = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$ .

Таким образом, первый член в (2.56) определяет напряженность поперечного электромагнитного поля в точке наблюдения следующим образом

$$\vec{E}_{\perp}(\vec{r}, t) = \frac{1}{c^2} \int \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \left[ \vec{n}' \left[ \vec{n}' \frac{\partial \vec{j}(\vec{r}', t - |\vec{r} - \vec{r}'|/c)}{\partial t} \right] \right] dV'.$$

Остальные два слагаемых в (2.56) определяют напряженность продольного электрического поля в точке наблюдения:

$$\vec{E}_{\parallel}(\vec{r}, t) = \int \frac{\vec{n}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \left( \rho(\vec{r}', t') + \frac{1}{c} \vec{n}' \vec{j}(\vec{r}', t') \right) dV'$$

Для Фурье компонент поперечной и продольной компонент поля отклика получаем

$$\vec{E}_{\perp}(\vec{r}, \omega) = -\frac{i\omega}{c^2} \int \frac{\vec{n}' [\vec{n}' \vec{j}(\vec{r}', \omega)]}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \exp \left[ i \frac{\omega}{c} |\vec{r} - \vec{r}'| \right] dV',$$

$$\vec{E}_{\parallel}(\vec{r}, \omega) = \int \frac{\vec{n}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \left( \rho(\vec{r}', \omega) + \frac{1}{c} \vec{n}' \vec{j}(\vec{r}', \omega) \right) \exp \left[ i \frac{\omega}{c} |\vec{r} - \vec{r}'| \right] dV'.$$

Амплитуда магнитного поля в ближней зоне поля определяется следующим выражением:

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \frac{1}{c} \int \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \left[ \frac{\partial \vec{j}(\vec{r}', t')}{\partial t} \vec{n}' \right] dV' + \int \frac{[\vec{j}(\vec{r}', t') \vec{n}']}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} dV'.$$

Видно, что в ближней зоне доминирует второе слагаемое.

### 2.3.2 Отклик атома в полях субатомной напряженности

Проанализируем основные закономерности поля отклика атома в полях субатомной напряженности  $\mu_0 \ll 1$ . Матричные элементы дипольного момента связывают состояния с угловым моментом  $l$  и  $l' = l \pm 1$ . Легко показать, что диагональные приведенные матричные элементы  $\langle n_1 l_1 \| j_0 \| n_1 l_1 \rangle$  являются четными функциями амплитуды поля и при  $\mu_0 \ll 1$  принимают значения близкие к единице. Приведенные матричные элементы  $\langle n_1 l_1 \| j_1 \| n_3(l_1 \pm 1) \rangle$  являются нечетными функциями амплитуды поля и при

$\mu_0 \rightarrow 0$  пропорциональны первой степени поля  $\langle n_1 l_1 \| j_1 \| n_3 (l_1 \pm 1) \rangle \sim \mu_0$ . Все другие приведенные матричные элементы имеют гораздо меньшую величину, поскольку  $\langle n_1 l_1 \| j_1 \| n_3 l_1 \rangle \sim \mu_0^2$  при  $n_3 \neq n_1$ , а матричные элементы  $\langle n_1 l_1 \| j_1 \| n_3 (l_1 \pm k) \rangle \sim \mu_0^k$ .

Обратимся к анализу диагональных элементов атомного тока. С учетом вышеприведенных обсуждений в полях субатомной напряженности наибольшую величину имеет следующее диагональное слагаемое

$$\begin{aligned} \langle n_1 l_1 m_1 | \vec{J} | n_1 l_1 m_1 \rangle &= \sum_n k(n_1 l_1, nl) \langle n_1 l_1 \| j_0 \| n_1 l_1 \rangle \langle n_1 l_1 \| r \| nl \rangle \langle nl \| j_1 \| n_1 l_1 \rangle \times \\ &\times \sum_{m=-1}^{+1} \vec{n}^{(m)} Y_{1m}(\vec{e}) \sum_{m'} \langle l_1 m_1 | Y_{1m}(\vec{n}) | l m' \rangle \langle l m' | Y_{1m}^*(\vec{n}) | l_1 m_1 \rangle, \end{aligned} \quad (2.57)$$

где  $l = l_1 \pm 1$ . Для краткости мы ввели коэффициент  $k(n_1 l_1, nl)$ , явный вид которого определяется из выражения (2.51). Проводя суммирование по  $m'$ , для угловой зависимости матричных элементов (2.57) получаем

$$\vec{F}_{l_1 m_1}(\vec{n}, \vec{e}) = \sum_{m=-1}^{+1} \vec{n}^{(m)} Y_{1m}(\vec{e}) C_m(l_1 m_1), \quad (2.58)$$

где

$$\begin{Bmatrix} C_1(l_1 m_1) \\ C_0(l_1 m_1) \\ C_{-1}(l_1 m_1) \end{Bmatrix} = \frac{1}{(2l_1 + 1)(2l_1 + 2)(2l_1 + 3)} \cdot \begin{Bmatrix} (l_1 - m_1 + 1)(l_1 - m_1 + 2) \\ 2(l_1 + m_1 + 1)(l_1 - m_1 + 1) \\ (l_1 + m_1 + 1)(l_1 + m_1 + 2) \end{Bmatrix}. \quad (2.59)$$

Из (2.59) в частности следует:  $C_m(l_1 = 0) = \frac{1}{3}$  и  $\sum_{m_1=-l_1}^{l_1} C_m(l_1 m_1) = \frac{1}{3}$ .

Таким образом, из выражений (2.58) - (2.59) следует, что направление тока отклика атома совпадает с направлением внешнего поля лишь в случаях, когда атом находится в состоянии с равным нулю угловым моментом  $l_1 = 0$ , или же, когда ансамбль атомов, в течение всего процесса взаимодействия с лазерным импульсом, находится в неполяризованном состоянии, т.е. амплитуды населенности подуровней, соответствующих различным

значениям квантового числа  $m_1$ , всегда одинаковы:  $a_{n_1 l_1 m_1}(t) = a_{n_1 l_1}(t)$ .

Действительно, в этих случаях получаем

$$-i\sqrt{12\pi} \sum_{m_1} \vec{F}_{l_1 m_1}(\vec{n}, \vec{e}) = -i\sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sum_{m=-1}^{+1} \vec{n}^{(m)} Y_{1m}(\vec{e}) = \vec{e}. \quad (2.60)$$

Вместе с тем, как следует из формулы (2.59), в общем случае направление тока отклика атома зависит как от направления внешнего поля, так и от направления углового момента атома. Учитывая, что собственные значения краевых задач свободного атома и атома во внешнем поле зависят лишь от квантовых чисел  $(nl)$ , то под диагональными элементами тока можно понимать следующие  $\langle n_1 l_1 m_1 | \vec{J} | n_1 l_1 m'_1 \rangle$ . Однако, как мы видели, в присутствии внешнего поля уровни структуры атома, соответствующие различным значениям квантового числа  $m_1$ , расщепляются, поэтому угловая зависимость указанных матричных элементов будет отличаться от (2.60). Следовательно, диагональные матричные элементы тока отдельного атома имеют тензорную структуру и зависят от направления углового момента атома и направления внешнего поля.

Перейдем теперь к анализу недиагональных матричных элементов атомного тока. Учитывая свойства приведенных матричных элементов  $\langle n'l' \| j_l \| n''l'' \rangle$ , несложно видеть, что в полях субатомной напряженности наибольшую величину будут иметь следующие недиагональные матричные элементы атомного тока

$$\begin{aligned} \langle n_1 l_1 m_1 | \vec{J} | n_2 l_2 m_2 \rangle &= k(n_1 l_1, n_2 l_2) \langle n_1 l_1 \| j_0 \| n_1 l_1 \rangle \langle n_1 l_1 \| r \| n_2 l_2 \rangle \times \\ &\times \langle n_2 l_2 \| j_0 \| n_2 l_2 \rangle \sum_{m=-1}^{+1} \vec{n}^{(m)} \langle l_1 m_1 | Y_{1m}(\vec{n}) | l_2 m_2 \rangle, \end{aligned} \quad (2.61)$$

где  $l_2 = l_1 \pm 1$  и  $k(n_1 l_1, n_2 l_2)$ , как и ранее, коэффициент, явный вид которого определяется из выражения (2.51). Как видно, в отличие от диагональных матричных элементов угловая зависимость недиагональных матричных

элементов определяется лишь направлением углового момента атома и не зависит от направления внешнего поля:

$$\vec{F}_{l_1 m_1, l_2 m_2}(\vec{n}) = \sum_{m=-1}^{+1} \vec{n}^{(m)} \langle l_1 m_1 | Y_{1m}(\vec{n}) | (l_1 \pm 1) m_2 \rangle.$$

В полях субатомной напряженности, как следует из (2.35),  $\langle nl \| j_0 \| nl \rangle \approx 1$ , поэтому  $\langle n_1 l_1 m_1 | \vec{J} | n_2 l_2 m_2 \rangle = k(n_1 l_1, n_2 l_2) \langle n_1 l_1 m_1 | \vec{r} | n_2 l_2 m_2 \rangle$ . Следовательно, правила отбора для недиагональных матричных элементов тока на переходах  $l_1 \rightarrow l_2 = l_1 \pm 1$  совпадают с правилами отбора для оператора дипольного момента, которые однозначно связаны с направлением углового момента атома, т.е. направления матричных элементов  $\langle n_1 l_1 m_1 | \vec{J} | n_2 l_2 m_2 \rangle$  в неполяризованной системе атомов полностью хаотичны.

В отсутствии резонансов между частотой поля и частотами атомных переходов амплитуды населенности уровней в субатомной области напряженностей поля могут быть рассчитаны по теории возмущений. Полагая  $|a_{N_0}(t)| \approx 1$ , из системы уравнений (2.19-2.20) получаем

$$a_{N_0}(t) = a_{N_0} \exp[-i\Phi_0(t)],$$

$$a_{N_1}(t) = a_{N_0} \exp[-i\Phi_1(t)] \int_{-\infty}^t M_{N_1 N_0}(t') \exp[i(\Phi_1(t') - \Phi_0(t'))] dt',$$

где  $\Phi_i(t) = \frac{1}{\hbar} \int_{-\infty}^t M_{N_i N_i}(t') dt'$ . Как мы отмечали ранее, в субатомной области

напряженности поля наибольшую величину имеют матричные элементы переходов  $l_0 \rightarrow l_1 = l_0 \pm 1$ . Для этих переходов выражение (2.27) принимает вид

$$M_{N_1 N_0}(t) = \sqrt{12\pi} i^{l_0 - l_1} (-1)^{m_0} \sqrt{(2l_1 + 1)(2l_0 + 1)} \langle n_1 l_1 \| j_1 \| n_0 l_0 \rangle \times$$

$$\times \left( E_{n_1 l_1} \langle n_1 l_1 \| j_0 \| n_1 l_1 \rangle + E_{n_0 l_0} \langle n_0 l_0 \| j_0 \| n_0 l_0 \rangle \right) \times$$

$$\times \begin{pmatrix} l_1 & 1 & l_0 \\ -m_1 & m_1 - m_0 & m_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} l_1 & 1 & l_0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} Y_{1(m_0 - m_1)}(\vec{e}).$$

В частности, для диагональных матричных элементов получаем

$$M_{N_1 N_1}(t) = E_{n_1 l_1} \left( \langle n_1 l_1 \| j_0 \| n_1 l_1 \rangle \right)^2.$$

Используя вышеприведенные формулы, для недиагонального слагаемого полного атомного тока получаем

$$\begin{aligned} \vec{J}_{N_1 N_0}(t) &= a_{N_1}^*(t) a_{N_0}(t) \langle n_1 l_1 m_1 | \vec{J} | n_0 l_0 m_0 \rangle = |a_{N_0}|^2 k_1(n_1 l_1, n_0 l_0) \cdot \\ &\cdot \langle n_1 l_1 \| j_0(t) \| n_1 l_1 \rangle \langle n_1 l_1 \| r \| n_0 l_0 \rangle \langle n_0 l_0 \| j_0(t) \| n_0 l_0 \rangle \exp[i(\Phi_1(t) - \Phi_0(t))]. \\ &\cdot \int_{-\infty}^t dt' \langle n_1 l_1 \| j_1(t') \| n_0 l_0 \rangle \left( E_{n_1 l_1} \langle n_1 l_1 \| j_0(t') \| n_1 l_1 \rangle + E_{n_0 l_0} \langle n_0 l_0 \| j_0(t') \| n_0 l_0 \rangle \right) \cdot \\ &\cdot \exp[-i(\Phi_1(t') - \Phi_0(t'))] \sum_{m=-1}^{+1} \vec{n}^{(m)} Y_{1m}(\vec{e}(t')) C_m(l_1 m_1, l_0 m_0), \end{aligned}$$

где

$$C_m(l_1 m_1, l_0 m_0) = \begin{pmatrix} l_1 & 1 & l_0 \\ -m_1 & m & m_0 \end{pmatrix}^2.$$

Например, в случае  $l_1 = l_0 + 1$  для коэффициентов  $C_m(l_1 m_1, l_0 m_0)$  с учетом связи  $m_1 = m_0 + m$  получаем

$$\begin{Bmatrix} C_1(l_0 m_0) \\ C_0(l_0 m_0) \\ C_{-1}(l_0 m_0) \end{Bmatrix} = \frac{1}{(2l_0 + 1)(2l_0 + 2)(2l_0 + 3)} \cdot \begin{Bmatrix} (l_0 + m_0 + 1)(l_0 + m_0 + 2) \\ 2(l_0 - m_0 + 1)(l_0 + m_0 + 1) \\ (l_0 - m_0 + 1)(l_0 - m_0 + 2) \end{Bmatrix}.$$

## §2.4 Определение формы лазерного импульса

До сих пор мы не накладывали никаких ограничений на явный вид временной зависимости поля  $T(t)$  (см. п.2.1.4), таким образом вышеописанная теория может быть использована при любом его определении. В настоящем разделе мы рассмотрим случай, когда атом взаимодействует с суперпозицией двух линейно поляризованных полей с произвольными направлениями векторов поляризации  $\vec{e}_1$  и  $\vec{e}_2$ :

$$\vec{A}(t) = \vec{e}_1 A_1(t) + \vec{e}_2 A_2(t), \quad (2.62)$$

где  $A_{1,2}(t)$  можно представить, например, в виде

$$A_{1,2}(t) = a_{1,2} \exp\left[\frac{(t-t_{1,2})^2}{\tau_{1,2}^2}\right] \sin\left[(\omega_{1,2} + \alpha_{1,2}t)(t-t_{1,2}) + \varphi_{1,2}\right],$$

здесь  $\omega_{1,2}$  - несущие частоты,  $\tau_{1,2}$  - длительности и  $t_{1,2}$  - времена задержки импульсов,  $\alpha_{1,2}$  - чирп лазерного поля,  $\varphi_{1,2}$  - фазы компонент поля. В случае взаимодействия атома с суперпозиционным полем вида (2.62) направление вектора поляризации суперпозиционного поля  $\vec{e}(t)$ , определяемого выражением

$$\vec{A}(t) = \vec{e}_1 A_1(t) + \vec{e}_2 A_2(t) = \vec{e}(t) A(t), \quad (2.63)$$

в общем случае меняется во времени.

В целях наглядности и большей простоты интерпретации рассмотрим, например, следующий частный случай. Положим, что вектор  $\vec{e}_1$  направлен вдоль оси  $z$  в лабораторной системе отсчета, а вектор  $\vec{e}_2$  лежит в плоскости  $(y, z)$  и составляет угол  $\theta_0$  с направлением оси  $z$ . В этом случае вектора  $\vec{A}_{1,2}(t)$  имеют вид

$$\vec{A}_1(t) = \{0, 0, A_1(t)\}, \quad \vec{A}_2(t) = \{0, A_2(t)\sin\theta_0, A_2(t)\cos\theta_0\}.$$

Вектор  $\vec{A}(t)$  в этом случае будет всегда лежать в плоскости  $(y, z)$  и составлять с осью  $z$  выбранной системы координат угол  $\theta(t)$ , определяемый выражением

$$\theta(t) = \arctan \frac{A_2(t)\sin\theta_0}{A_1(t) + A_2(t)\cos\theta_0}. \quad (2.64)$$

При этом вектор  $\vec{e}(t)$  и величина вектора  $\vec{A}(t)$  определяются выражениями  $\vec{e}(t) = \{0, \sin\theta(t), \cos\theta(t)\}$ ,  $A(t) = A_1(t)\cos\theta(t) + A_2(t)\cos(\theta_0 - \theta(t))$ . (2.65)

Как видно, угол  $\theta(t)$  не зависит от времени лишь в двух случаях: (а) когда не зависит от времени отношение  $A_1(t)/A_2(t)$ , (б) в случае коллинеарной поляризации падающих волн  $\theta_0 = \pi n$ .

Если угол  $\theta(t)$ , определяемый формулой (2.64), зависит от времени, то поляризация суммарного поля (2.63) перестает быть линейной. В иллюстративных целях на рис. 2.14 а-г показаны траектории описываемые концом вектора  $\vec{A}(t)$  в следующих случаях: а)  $\omega_1 = \omega_2, t_1 = t_2 = 0$ ; б)  $\omega_1 = \omega_2, t_1 = 0, \omega_2 t_2 = 0.5$ ; в)  $\omega_2 = 2\omega_1, t_1 = t_2 = 0$ ; г)  $\omega_2 = 2\omega_1, t_1 = 0, \omega_2 t_2 = 0.5$ . Во всех случаях полагалось:  $a_1 = 1, a_2 = 0.2$  и  $\theta_0 = \pi/2$ . Как видно, поляризация суперпозиционного поля является линейной лишь в случае одинаковости временных профилей импульсов, т.е. при совпадении несущих частот, длительности и времен задержки импульсов. В случае  $\omega_1 = \omega_2$  введение временной задержки между импульсами приводит к тому, что поляризация суперпозиционного поля становится близкой к эллиптической, однако, ввиду временной зависимости огибающей импульса ось эллипса прецессирует во времени. В случае  $\omega_2 = 2\omega_1$  направление вектора поляризации суперпозиционного поля всегда зависит от времени, а введение временной задержки существенно влияет на вид зависимости  $\vec{e}(t)$ .

Временная динамика поляризации суперпозиционного поля отражается, естественно, и на поле отклика атома. При этом, как следует из выражения (2.58), даже в линейном режиме взаимодействия, когда применимо одноуровневое приближение, парциальные направления поляризации полей воздействующих импульсов проявляются в поле отклика лишь в случае, когда основное состояние атома имеет нулевой угловой момент. В случае ненулевого углового момента основного состояния атома это имеет место лишь в приближении одинаковой заселенности подуровней, отвечающих различным значениям проекции углового момента.

Отметим, что случай  $A_1(t) = A_0 \cos \omega t, A_2(t) = A_0 \sin \omega t$  и  $\theta_0 = \pi/2$  соответствует циркулярно поляризованной волне. В этом случае  $A(t) = A_0$ , следовательно, приведенные матричные элементы  $\langle n'l' || j_i || n''l'' \rangle$  перестают зависеть от времени. Как следует из формул (2.57) и (2.61), отклик атома в этом

случае определяется лишь временной зависимостью  $Y_{lm}(\vec{e}(t))$ , т.е. в полях субатомной напряженности доминирующим является отклик на частоте воздействующего поля. Это явление имеет простую и наглядную интерпретацию. Как следует из формулы (2.36), при постоянных  $\langle n'l' || j_l || n''l'' \rangle$  радиальная часть волновых функций не зависит от времени и отклик атома связан с вращением электронного облака как целого. В то же время в случае линейно поляризованной волны радиальная волновая функция меняется во времени. Это означает, что внешнее поле совершает работу, обусловленную движением электрона во внутриатомном потенциале.

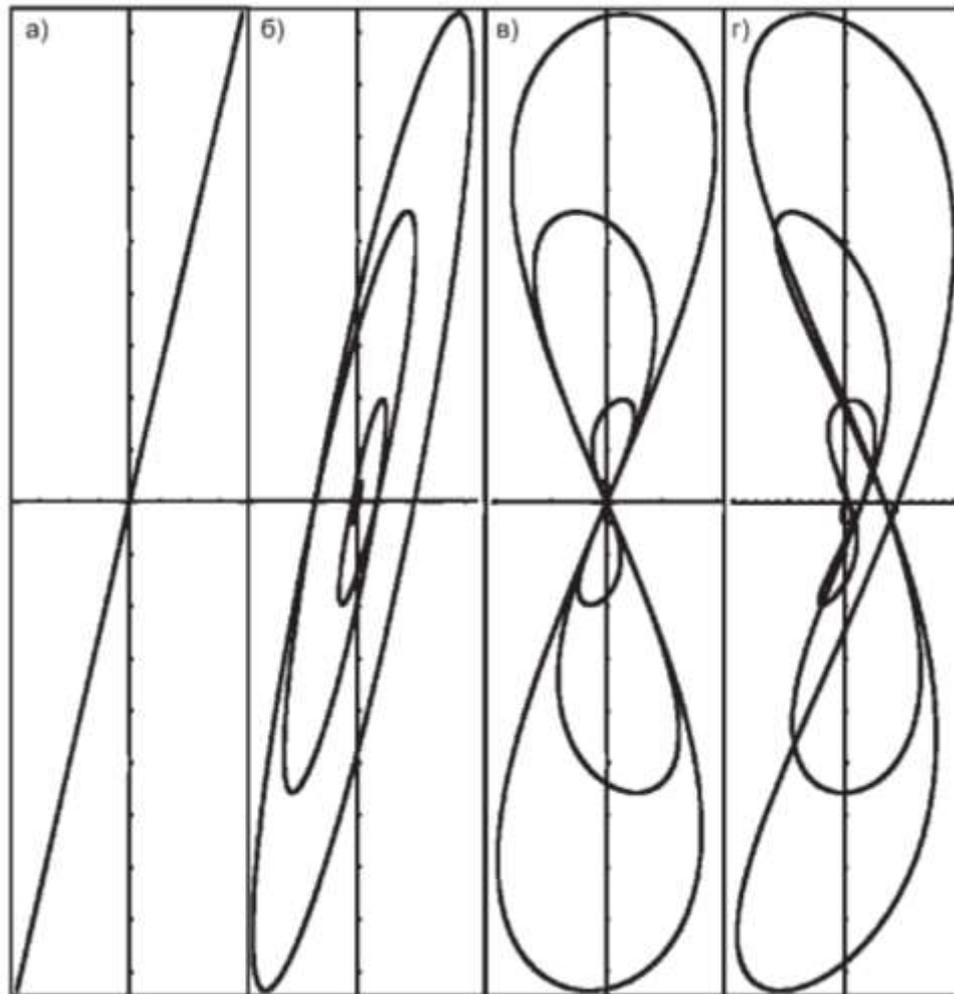


Рис. 2.14: Траектория движения конца вектора  $\vec{A}(t)$  в случаях: а)  $\omega_1 = \omega_2$ ,  $t_1 = t_2 = 0$ ; б)  $\omega_1 = \omega_2$ ,  $t_1 = 0$ ,  $\omega_2 t_2 = 0.5$ ; в)  $\omega_2 = 2\omega_1$ ,  $t_1 = t_2 = 0$ ; г)  $\omega_2 = 2\omega_1$ ,  $t_1 = 0$ ,  $\omega_2 t_2 = 0.5$ . Во всех случаях полагалось:  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 0.2$  и  $\theta_0 = \pi/2$ . Длительность импульсов соответствует 3 осцилляциям поля.

В численных исследованиях, результаты которых представлены в последующих главах, мы будем рассчитывать отклик атома на воздействие одночастотного лазерного поля, который описывается формулой (2.62) с  $A_2(t) = 0$ , двухчастотного лазерного поля, состоящего как из линейно-поляризованных компонент (2.62), так и из циркулярно поляризованных компонент.

## §2.5 Расчет отклика одиночного атома

Развитая выше непертурбативная теория позволяет исследовать не только динамику населенностей уровней дискретного и непрерывного спектра атома, изучить особенности его ионизации и возбуждения, энергетический спектр фотоэлектронов, но также рассчитать фотоэмиссионный спектр отклика атома. В последующих главах детально будут описаны особенности генерации как коротковолнового (за счет эффекта генерации гармоник высокого порядка), так и длинноволнового (в первую очередь, терагерцового) излучения. В настоящем параграфе мы опишем методику расчета отклика одиночного атома, которая позволит проследить особенности использования развитого теоретического подхода.

Тестовый расчет проведем для атома аргона, модельная структура уровней которого представлена в п.2.1.6. Исследуем его отклик на воздействие двухчастотного лазерного поля, образованного линейно поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa ( $\lambda = 800$  нм), параметры которого  $\mu_{01} = 0.1$ ,  $\mu_{02} = 0.1$ ,  $\tau_1 = \tau_2 = 26.6$  fs,  $\theta = \frac{21\pi}{48}$ ,  $t_{02} - t_{01} = 0$ . Временная динамика поля схематически представлена на рис. 2.15. Решим предварительно ограниченную по количеству уравнений систему уравнений (2.19-2.20) и рассчитаем спектр тока атомного отклика с помощью формул 2.49 и 2.51. На рис. 2.16 (а) представлена динамика населенности уровней атома аргона, учтенных в его модели (синей кривой представлена динамика населенности основного состояния атома ( $3p$ ), красной кривой представлена динамика суммы населённости всех 12 возбужденных уровней модельной структуры

атома). Видно, что в центре импульса, когда мгновенная амплитуда поля достигает своих максимальных значений, населенности возбужденных уровней становятся сравнимы по величине с населенностью основного состояния атома, следовательно, они вносят соизмеримый вклад при формировании тока атомного отклика и генерации когерентного излучения.

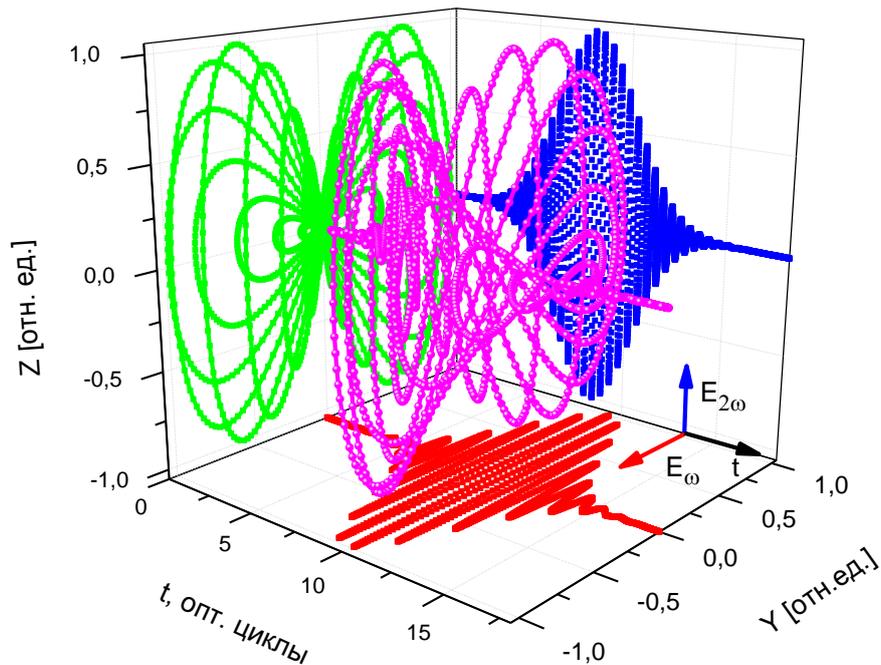
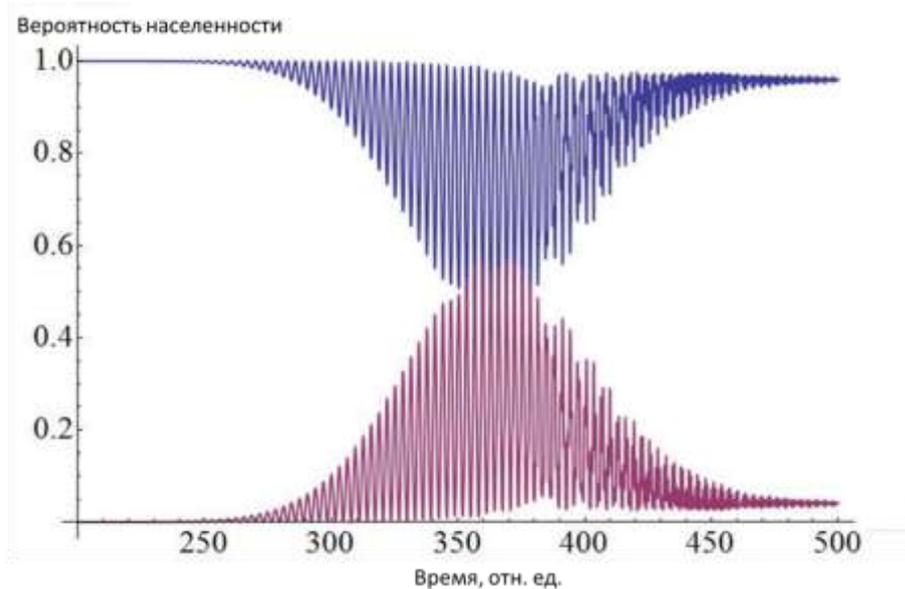


Рис. 2.15. Временная динамика двухчастотного лазерного поля, образованного линейно поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa ( $\lambda=800$  нм), параметры которого  $\mu_{01}=0.1$ ,  $\mu_{02}=0.1$ ,  $\tau_1=\tau_2=26.6$  fs,  $\theta=\frac{21\pi}{48}$ ,  $t_{02}-t_{01}=0$ .

При увеличении амплитуды компонент двухчастотного поля (см. рис. 2.16 б) суммарная населённость возбужденных уровней может превосходить населённость основного состояния, следовательно, их вклад в формирование тока атомного отклика становится принципиальным. Расчет амплитуд населенностей уровней атома позволяет также восстановить динамику волновой функции исходного нестационарного уравнения Шредингера (2.1). На рис. 2.16 б представлено распределение модуля волновой функции  $|\psi(r,t)|^2$  в конкретные моменты времени (по осям отложены расстояния в единицах боровских радиусов). Представленные распределения наглядно демонстрируют сложную динамику изменения волновой функции, а также то,

что ее пространственные размеры в определенные моменты времени существенно превосходят область распределения волновой функции основного состояния в начальный момент времени.

а)



б)

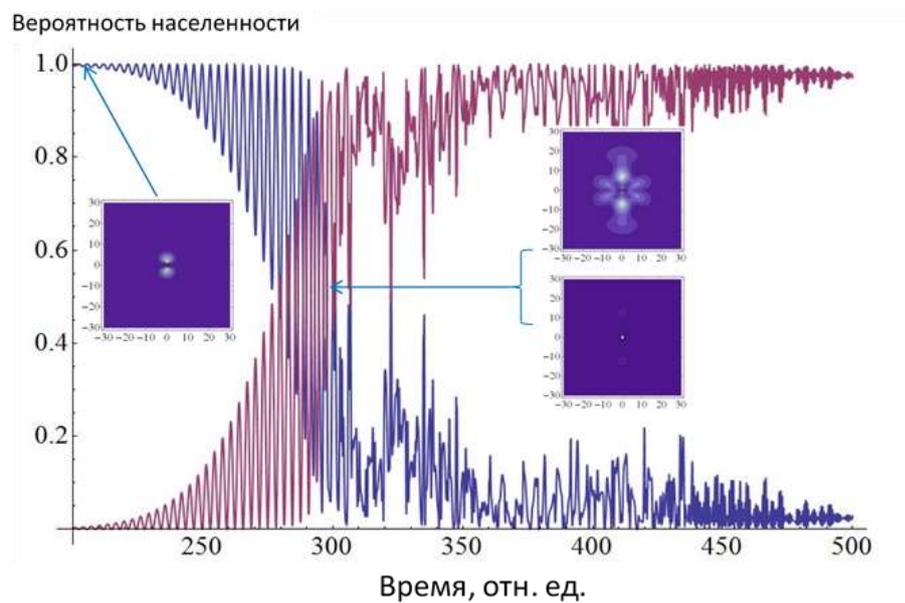


Рис. 2.16. Динамика населенности уровней атома аргона (синяя кривая описывает динамику основного состояния, красная кривая – суммарную динамику населенностей всех учтенных возбужденных состояний атома аргона (см. п.2.1.6)), вычисленного для двухчастотного лазерного поля, характеризующегося следующими параметрами

$$\mu_{01} = 0.1, \quad \mu_{02} = 0.1, \quad \tau_1 = \tau_2 = 26.6 \text{ fs}, \quad \theta = \frac{21\pi}{48}, \quad t_{02} - t_{01} = 0 \text{ (а)},$$

$$\mu_{01} = 0.3, \quad \mu_{02} = 0.3, \quad \tau_1 = \tau_2 = 26.6 \text{ fs}, \quad \theta = 0, \quad t_{02} - t_{01} = 0 \text{ (б)}$$

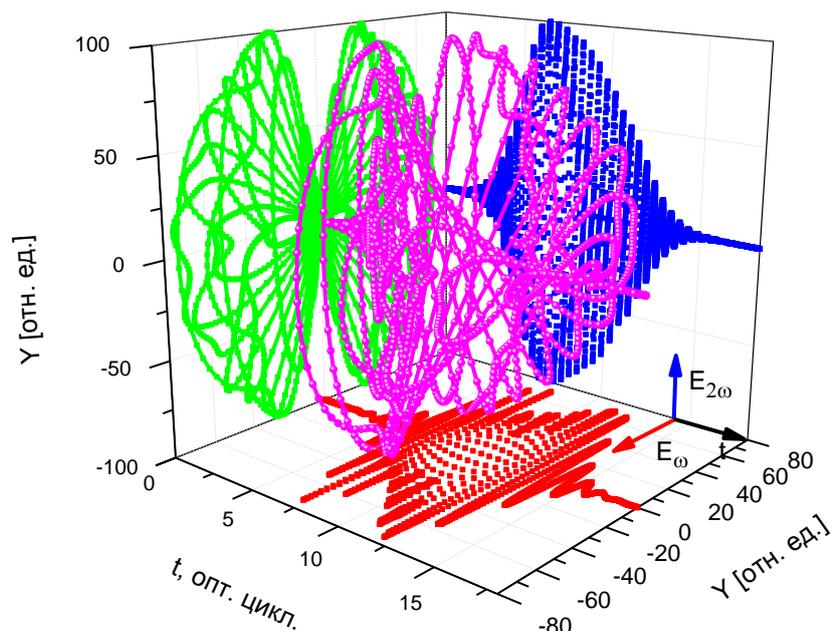


Рис. 2.17. Временная динамика плотности тока атомного отклика, рассчитанного с помощью формул 2.49 и 2.51 для поля, явный вид которого представлен на рис. 2.15

С помощью формул 2.49 и 2.51 рассчитаем плотность тока атомного отклика. Временная динамика плотности тока атомного отклика представлена на рис. 2.17. Видно, что плотность тока повторяет симметрию поля, он имеет ненулевые две проекции на перпендикулярные оси. Фотоэмиссионный спектр отклика одиночного атома, полученный с помощью Фурье-преобразования плотности тока, представленного на рис. 2.17, представлен на рис. 2.18 (а) синей кривой с треугольниками. В виду того, что поляризации компонент двухчастного лазерного поля неколлинеарны друг другу, фотоэмиссионный спектр содержит в себе обе проекции поля на оси  $z$  и  $y$  (плоскость поляризации лазерного поля схематически представлена на вставке рис. 2.18. б), которые изображены черной кривой с квадратами и красной кривой с кружками, соответственно. Фотоэмиссионный спектр (и его проекции) состоит из последовательности нечетных и четных гармоник поля. Важно отметить, что несмотря на близость угла между компонентами двухчастотного поля к  $\pi/2$ , в обеих проекциях спектра присутствуют как четные, так и нечетные гармоники поля.

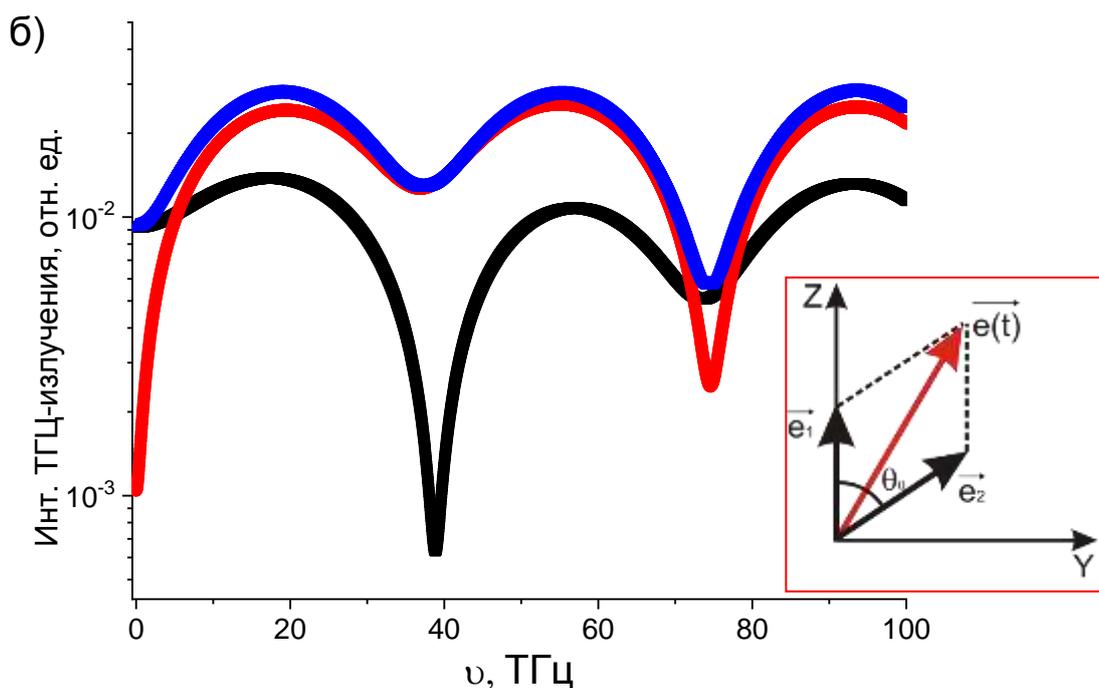
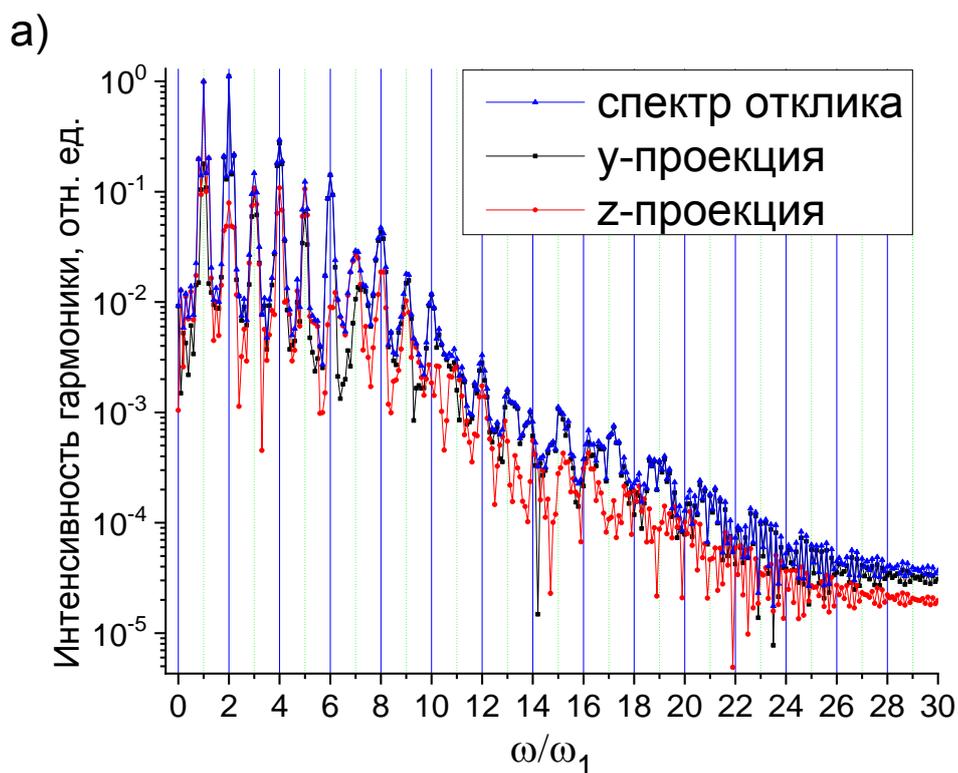


Рис. 2.18. Фотоэмиссионный спектр отклика атома (синяя кривая с треугольниками), и его проекции на перпендикулярные оси (черная кривая с квадратами и красная кривая с кружками) (а) и его длинноволновая часть (б), рассчитанный для атома аргона, взаимодействующего с лазерным полем, параметры которого  $\mu_{01} = 0.1$ ,  $\mu_{02} = 0.1$ ,  $\tau_1 = \tau_2 = 26.6 \text{ fs}$ ,  $\theta = \frac{21\pi}{48}$ ,  $t_{02} - t_{01} = 0$ .

Фотоэмиссионный спектр отклика атома, представленный на рис. 2.18 также содержит ненулевой сигнал на «нулевой» частоте. Поскольку

длительности воздействующих лазерных импульсов составляют десятки фемтосекунд, «нулевая» частота ассоциируется с ТГц излучением. Чтобы это доказать, временной интервал расчета плотности тока атомного отклика был существенно расширен (чтобы увеличить частоту дискретизации спектра), в результате чего, удалось визуализировать спектр «нулевой» гармоники, который (вместе с проекциями на перпендикулярные оси) представлен на рис. 2.18 б. Таким образом, в численных экспериментах было показано, что при взаимодействии одиночного атома в двухчастотным лазерным полем фемтосекундной длительности помимо спектра гармоник высокого порядка генерируется ТГц излучение.

## §2.6 Отклик ансамбля атомов – интерференционная модель отклика среды

В случае ансамбля идентичных атомов плотность заряда и тока имеют вид

$$\rho(\vec{r}, t) = \sum_i \rho_i(\vec{r} - \vec{r}_i, t - t_i), \quad (2.66)$$

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = \sum_i \vec{j}_i(\vec{r} - \vec{r}_i, t - t_i), \quad (2.67)$$

где  $\vec{r}_i$  - положение центра масс  $i$ -го атома, а  $t_i$  - время прихода лазерного импульса в точку расположения  $i$ -го атома. Формулы для Фурье-компонент поперечной и продольной компонент поля отклика (см. п. 2.3.1) принимают в этом случае следующий вид

$$\vec{E}_\perp(\vec{r}, \omega) = -\frac{i\omega}{c^2} \sum_i \int \frac{[\vec{n}'_i [\vec{n}'_i \vec{j}_i(\vec{r}', \omega)]]}{|\vec{r} - \vec{r}_i - \vec{r}'|} \exp\left[i\frac{\omega}{c}|\vec{r} - \vec{r}_i - \vec{r}'| + i\omega t_i\right] dV', \quad (2.68)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_\parallel(\vec{r}, \omega) = \sum_i \int \frac{\vec{n}'_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i - \vec{r}'|^2} \left( \rho_i(\vec{r}', \omega) + \frac{1}{c} \vec{n}'_i \vec{j}_i(\vec{r}', \omega) \right) \times \\ \times \exp\left[i\frac{\omega}{c}|\vec{r} - \vec{r}_i - \vec{r}'| + i\omega t_i\right] dV', \end{aligned} \quad (2.69)$$

где  $\vec{n}'_i = (\vec{r} - \vec{r}_i - \vec{r}') / |\vec{r} - \vec{r}_i - \vec{r}'|$ .

В приближении модели точечного атома ( $|\vec{r} - \vec{r}_i| \gg a_B$ , где  $a_B$  - боровский радиус) получаем

$$\vec{E}_\perp(\vec{r}, \omega) = -\frac{i\omega}{c^2} \sum_i \frac{1}{R_i} \exp\left(i\frac{\omega}{c} R_i\right) \int [\vec{n}_i [\vec{n}_i \vec{j}_i(\vec{r}', \omega)]] \exp\left[i\left(\omega t_i - \frac{\omega}{c} \vec{n}_i \vec{r}'\right)\right] dV', \quad (2.70)$$

$$\vec{E}_\parallel(\vec{r}, \omega) = \sum_i \frac{\vec{n}_i}{R_i^2} \exp\left(i\frac{\omega}{c} R_i\right) \int \left(\rho_i(\vec{r}', \omega) + \frac{1}{c} \vec{n}_i \vec{j}_i(\vec{r}', \omega)\right) \exp\left[i\left(\omega t_i - \frac{\omega}{c} \vec{n}_i \vec{r}'\right)\right] dV'. \quad (2.71)$$

где  $\vec{R}_i = \vec{r} - \vec{r}_i$  и  $\vec{n}_i = \vec{R}_i / R_i$ .

Наконец, в дальней зоне излучения, которая определяется условием  $|\vec{r}| \gg |\vec{r}_i|$ , получаем

$$\begin{aligned} \vec{E}_\perp(\vec{r}, \omega) = & -\frac{i\omega \exp(i\omega r)}{c^2} \frac{1}{r} \sum_i \exp\left[i\left(\omega t_i - \frac{\omega}{c} \vec{n} \vec{r}_i\right)\right] \times \\ & \times \int [\vec{n} [\vec{n} \vec{j}_i(\vec{r}', \omega)]] \exp\left(-i\frac{\omega}{c} \vec{n} \vec{r}'\right) dV', \end{aligned} \quad (2.72)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_\parallel(\vec{r}, \omega) = & \frac{\vec{n}}{r^2} \exp\left(i\frac{\omega}{c} r\right) \sum_i \exp\left[i\left(\omega t_i - \frac{\omega}{c} \vec{n} \vec{r}_i\right)\right] \times \\ & \times \int \left(\rho_i(\vec{r}', \omega) + \frac{1}{c} \vec{n} \vec{j}_i(\vec{r}', \omega)\right) \exp\left(-i\frac{\omega}{c} \vec{n} \vec{r}'\right) dV', \end{aligned} \quad (2.73)$$

где  $\vec{n} = \vec{r} / r$ .

В случае идентичности атомов среды и в предположении о неизменности формы профиля лазерного импульса имеем

$$\rho_i(\vec{r}, \omega) = \rho_0(\vec{r}, \omega), \quad \vec{j}_i(\vec{r}, \omega) = \vec{j}_0(\vec{r}, \omega), \quad (2.74)$$

тогда формулы (2.72)-(2.73) принимают вид

$$\vec{E}_\perp(\vec{r}, \omega) = -\frac{i\omega \exp(i\omega r)}{c^2} \frac{1}{r} f(\vec{k}, \vec{k}_0) \int [\vec{n} [\vec{n} \vec{j}_0(\vec{r}', \omega)]] \exp(-i\vec{k} \vec{r}') dV', \quad (2.75)$$

$$\vec{E}_\parallel(\vec{r}, \omega) = \frac{\vec{n}}{r^2} \exp\left(i\frac{\omega}{c} r\right) f(\vec{k}, \vec{k}_0) \int \left(\rho_0(\vec{r}', \omega) + \frac{1}{c} \vec{n} \vec{j}_0(\vec{r}', \omega)\right) \exp(-i\vec{k} \vec{r}') dV'. \quad (2.76)$$

Форм-фактор  $f(\vec{k}, \vec{k}_0)$  определяется выражением

$$\begin{aligned}
f(\vec{k}, \vec{k}_0) &= \sum_i g_\omega(\vec{r}) \exp \left[ i \left( \omega t_i - \frac{\omega}{c} \vec{n} \vec{r}_i \right) \right] = \\
&= \sum_i g_\omega(\vec{r}) \exp \left[ i \frac{\omega}{c} (\vec{n}_0(\omega_0) - \vec{n}(\omega)) \vec{r}_i \right],
\end{aligned} \tag{2.77}$$

где  $\vec{n}(\omega) = \vec{k}c/\omega$  и  $\vec{n}_0(\omega_0) = \vec{k}_0c/\omega_0$ .

При выводе (2.77) мы воспользовались следующими соображениями.

Во-первых, время  $t_i$  в (2.66-2.67) определяется фазой поля накачки в месте расположения  $i$ -го атома  $\Phi_i(\vec{r}, t) = \omega_0 t_i - \vec{k}_0 \vec{r}_i$ , где  $\vec{k}_0$  - волновой вектор поля накачки, а  $\omega_0$  - частота. Таким образом,  $t_i = \frac{\vec{k}_0 \vec{r}_i}{\omega_0}$ .

Во-вторых, при учете наличия макроскопической среды необходимо учесть наличие дисперсии, поэтому вектора  $\vec{n}(\omega)$  и  $\vec{n}$  не совпадают, поскольку фазовая скорость распространения поля на частоте  $\omega$  отличается от скорости света, т.е.  $|\vec{n}(\omega)| \neq |\vec{n}|$ .

В-третьих, появление фактора  $g_\omega(\vec{r})$  в (2.77) связано с тем, что плотность атомного тока на частоте гармоники  $h = \omega/\omega_0$  пропорциональна, как минимум, напряженности лазерного импульса в степени  $E_0^h$ . Реально, с ростом напряженности лазерного импульса количество слагаемых в степенном ряду, определяющем величину атомного тока на частоте гармоник, существенно растет с приближением амплитуды лазерного импульса к внутриатомным значениям. Поскольку профиль лазерного пучка не является прямоугольным, то амплитуда воздействующей волны различна в разных частях поперечного и продольного профиля лазерного поля.

Таким образом, в рамках приближения заданного поля накачки получаем

$$\vec{E}_\perp(\vec{r}, \omega) = -\frac{i\omega \exp(i\omega r)}{c^2 r} f(\vec{k}, \vec{k}_0) \left[ \vec{n} \left[ \vec{n} \vec{j}_0(\vec{k}, \omega) \right] \right], \tag{2.78}$$

$$\vec{E}_{\parallel}(\vec{r}, \omega) = \frac{\vec{n}}{r^2} \exp\left(i \frac{\omega}{c} r\right) f(\vec{k}, \vec{k}_0) \left( \rho_0(\vec{k}, \omega) + \frac{1}{c} \vec{n} \vec{j}_0(\vec{k}, \omega) \right), \quad (2.79)$$

где введены пространственные Фурье компоненты четырех - вектора плотности тока

$$j_{\mu}(\vec{k}, \omega) = \int j_{\mu}(\vec{r}, \omega) \exp(-i\vec{k}\vec{r}) dV.$$

Следует отметить, что в протяженных средах предположение о неизменности профиля лазерного импульса никогда строго не выполняется. В случае одночастотного поля накачки это связано с отличием фазовой и групповой скоростей импульса, что приводит к зависимости времени задержки импульса от положения атома в ансамбле. В случае многочастотного поля накачки в дополнение к указанным причинам существенную роль начинает играть дисперсия, приводящая к серьезному изменению как фазовых, так и групповых скоростей, составляющих импульса накачки. В следствии чего, атомные токи  $\vec{j}_i(\vec{r}, \omega)$  начинают зависеть от положения атома (т.е. от векторов  $\vec{r}_i$ ), поскольку групповые скорости компонент также в общем случае различны. Следовательно, пространственно – временной профиль импульса изменяется по мере его распространения в среде.

В длинноволновом приближении ( $\frac{\omega}{c} a_B \ll 1$ ) формула (2.70) принимает

вид:

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = -\frac{i\omega}{c^2} \sum_i \left[ \vec{n}_i \left[ \vec{n}_i \vec{J}_i(\omega) \right] \right] \frac{1}{R_i} \exp\left(i \frac{\omega}{c} R_i\right), \quad (2.80)$$

где  $\vec{J}(\omega) = \int \vec{j}(\vec{r}, \omega) dV$ .

Формула (2.80) определяет напряженность поля отклика макроскопического ансамбля атомов в произвольной точке наблюдения, расположенной как внутри ансамбля, так и вне него. Действительно, единственные приближения, которые использовались при выводе (2.80) состоят в том, что (i) размер атомных оболочек много меньше длины волны испускаемого излучения и (ii) расстояние до точки наблюдения много больше

размеров атома. Эти приближения, конечно же, вносят определенные ограничения на положение точки наблюдения, однако, они часто являются несущественными.

Перейдем теперь к выводу формул для дальней зоны наблюдения. В этом случае полагается, что  $|\vec{r}| \gg |\vec{r}_i|$ , т.е. расстояние до точки наблюдения много больше линейных размеров ансамбля. В этом случае из (2.80) получаем

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = -\frac{i\omega}{c^2} \frac{1}{r} \exp\left(i\frac{\omega}{c}r\right) \sum_i [\vec{n} [\vec{n} \vec{J}_i(\omega)]] \exp(-i\vec{k}\vec{r}_i), \quad (2.81)$$

где  $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \frac{\vec{r}}{r}$ .

Формула (2.80) будет использоваться для расчета отклика протяженных газовых сред в рамках интерференционной модели. Эта модель выглядит следующим образом. Среда представляет собой набор невзаимодействующих друг с другом атомов, расположенных, в общем, случае, в цилиндре, ориентированном вдоль направления распространения лазерного излучения, длины  $L$  и радиусом  $R$  (двумерная проекция области локализации атомов представлена на рис. 2.19). Фотоэмиссионные отклики атомов рассчитываются с помощью представленной выше развитой непertурбативной теории. Спектральные компоненты генерируемого одиночными атомами излучения «суммируются» с помощью формулы (2.80) при расчете величины поля в определенной точке пространства в ближней зоне и с помощью формулы (2.81) – при расчете величины поля в дальней зоне. Формулы учитывают интерференцию вкладов от различных источников поля.

Таким образом, интерференционная модель обладает сочетанием уникальных преимуществ: она позволяет рассчитывать отклик среды, учитывая отклики одиночных атомов, рассчитанных квантово-механически с использованием разработанного непertурбативного теоретического подхода. Это позволяет прослеживать модификации фотоэмиссионных спектров при распространении лазерного излучения в среде, сохраняя особенности спектра отклика одиночных атомов, что становится критически важно при

исследовании гармоник высокого порядка, поскольку считается, что природа генерации гармоник высокого порядка заключается в отклике одиночного атома. Вместе с тем, интерференционная модель может служить альтернативой моделям сред, которые используют тензоры нелинейной восприимчивости среды, определенных, как правило, феноменологически. Преимуществом интерференционной модели среды является то, что нелинейности среды имеют квантово-механическую, а не феноменологическую природу.

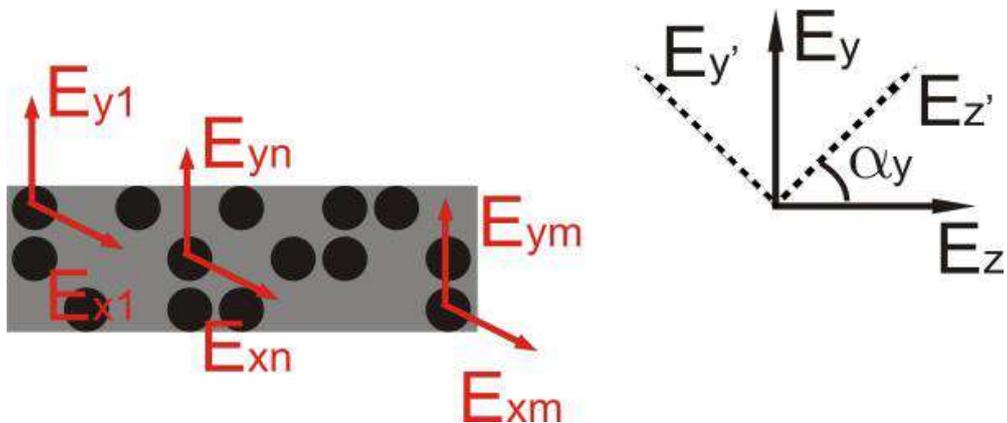


Рис. 2.19 Схематическое изображение газа (серый прямоугольник) с атомами (черные кружки), генерирующими электромагнитное поле (красные стрелки указывают две его проекции). Черными сплошными стрелками и черными пунктирными стрелками обозначены две проекции поля, повернутые друг относительно друга на угол поворота  $\alpha_y$ .

В общем случае воздействия многочастотного произвольно поляризованного лазерного поля, отклик среды имеет 3 проекции на перпендикулярные оси. Предположим для начала, что лазерное поле линейно поляризованное, направление поляризации совпадает с направлением углового момента атома. Тогда и ток атомного отклика, и соответствующее ему генерируемое электрическое поле обладают линейной поляризацией. Одиночный атом в данном случае является источником сферической волны, соответственно величина поля может быть рассчитана для любой точки пространства, окружающую среду с помощью формулы (2.80). Зафиксировав точку наблюдения, можно рассчитать отклик ансамбля атомов, расположенных в среде, с использованием векторного сложения

соответствующих напряженностей полей. Технически, это реализуется суммированием двух проекций напряженности поля на перпендикулярные оси, генерируемых одиночным атомом в точке наблюдения с последующим вычислением интенсивности излучения. В случае взаимодействия протяженной среды с полем, поляризация которого имеет двумерное распределение (например, эллиптически поляризованное одночастотное поле, или двухчастотное лазерное поле, состоящее из двух линейно поляризованных компонент, направления поляризации которых составляют ненулевой угол), генерируемое одиночным атомом поле может быть представлено двумя проекциями на перпендикулярные оси  $E_{xj} = |E_{xj}| e^{i\sigma_{xj}}$  и  $E_{yj} = |E_{yj}| e^{i\sigma_{yj}}$  (см. рис. 2.19). С использованием (2.80) можно найти две проекции суммарного поля в заданной точке площадки для каждой проекции ( $x$  – и  $y$  –) поля в отдельности (см. рис. 2.19 где показаны две проекции только для  $y$  – компоненты поля, две другие проекции для  $x$  – компоненты поля лежат в перпендикулярной плоскости). В результате две проекции одноатомного отклика поля трансформируются в четыре при рассмотрении задачи отклика протяженных газовых сред. Но поворот двух перпендикулярных осей на угол может уменьшить количество проекций. Действительно, если мы повернем оси  $yz$  – на угол  $\alpha$ , то проекции генерируемого поля на новые  $y'z'$  – оси станут равными

$$\begin{aligned} E_{y'} &= E_y \cos \alpha + E_z \sin \alpha, \\ E_{z'} &= -E_y \sin \alpha + E_z \cos \alpha. \end{aligned}$$

Если угол поворота выбрать следующим образом  $\tan \alpha_y = \frac{E_z}{E_y}$ , то  $E_{z'} = 0$ , а  $E_{y'}$

будет иметь вид  $E_{y'} = E_y \cos \left( \arctan \left( \frac{E_z}{E_y} \right) \right) + E_z \sin \left( \arctan \left( \frac{E_z}{E_y} \right) \right)$ .

В результате только одна комплексная проекция имеет ненулевое значение. При выполнении следующей процедуры с двумя другими проекциями (с соответствующими  $x$  – компонентам откликов атомов) мы будем иметь только одну проекцию поля в точке наблюдения, которая имеет вид

$$E_{x'} = E_x \cos\left(\arctan\left(\frac{E_z}{E_x}\right)\right) + E_z \sin\left(\arctan\left(\frac{E_z}{E_x}\right)\right).$$

Таким образом, можно добиться, чтобы комплексных проекций поля в каждой точке пространства было всего две. Используя это преобразование, в каждой точке пространства можно охарактеризовать параметры генерируемого поля (интенсивность, эллиптичность, угол поляризации).

Описанной выше интерференционной моделью мы будем пользоваться при расчете отклика в ТГц диапазоне. Для исследования особенностей генерации гармоник высокого порядка, в виду существенной зависимости эффективности генерации от интенсивности лазерного поля, мы будем пользоваться одномерной интерференционной моделью, представляющей собой цепочку атомов, расположенных на оси распространения импульса, предполагая, что интенсивность лазерного поля быстро спадает при отдалении от оси распространения лазерного поля. Схематическое изображение одномерной интерференционной модели (на примере взаимодействия одночастотного линейно поляризованного лазерного поля) представлено на рис. 2.20.

Как отмечалось выше, дисперсия света в среде приводит к серьезному изменению как фазовых, так и групповых скоростей составляющих импульса накачки. Так, например, для двухчастотного лазерного импульса, образованного излучением на частотах  $\omega_0$  и  $2\omega_0$ , за счет дисперсии при распространении в среде возникают дополнительные фазовые набегги  $\varphi_1 = \vec{k}_1 \vec{r} = \frac{\omega_0}{c} n_1(\omega_0) z$ ,  $\varphi_2 = \vec{k}_2 \vec{r} = \frac{2\omega_0}{c} n_2(2\omega_0) z$ , где  $n_{1,2}$  - показатели преломления атомной среды на основной частоте лазерного импульса и на частоте второй гармоники, соответственно. В результате чего, появляется разность фаз, которая зависит от координаты в среде:

$$\Delta\varphi = 2\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\omega_0}{c} (n_1(\omega_0) - n_2(2\omega_0)) z.$$

В результате чего, атомный ток оказывается промодулированным по длине среды с пространственной частотой

$$\Lambda = \frac{\pi c}{2\omega_0} \frac{1}{n_1(\omega_0) - n_2(2\omega_0)}. \quad (2.82)$$

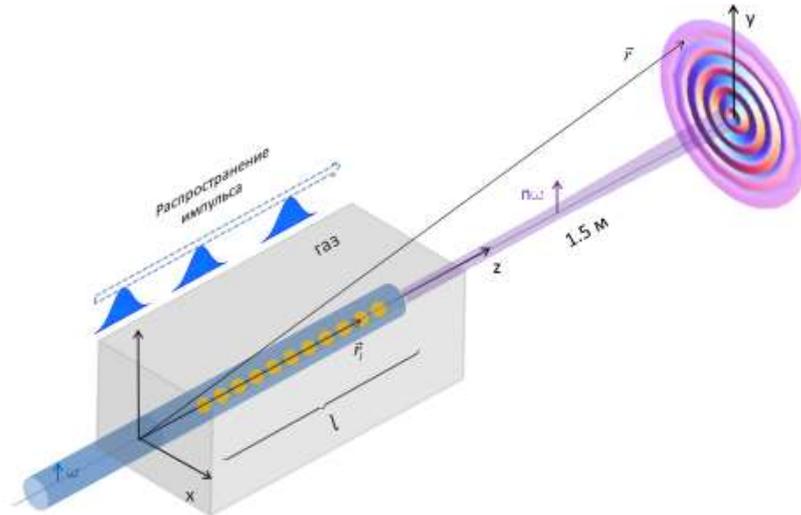


Рис. 2.20 Схематическое изображение одномерной интерференционной модели: линейно поляризованное лазерное поле распространяется вдоль цепочки атомов (желтые кружки), лабораторный набор координат  $(x, y, z)$  используется для определения положения атомной ячейки и детектора.

Таким образом, в случае протяженной атомной среды различные атомы ансамбля находятся в различных условиях. Эти различия связаны со следующим. Во-первых, поперечная неоднородность лазерного пучка приводит к тому, что амплитуда воздействующего поля оказывается зависящей от координаты в плоскости поперечной к направлению волнового вектора двухчастотного лазерного поля. Во-вторых, эффекты пространственной дисперсии приводят к тому, что амплитуда тока атомного отклика оказывается промодулирована вдоль направления распространения лазерного пучка. В третьих, эффекты пространственной дисперсии приводят не только к амплитудной модуляции атомного отклика, но и к фазовой задержке

$$\Delta\varphi = 2\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\omega_0}{c} (n_1(\omega_0) - n_2(2\omega_0))z, \quad (2.83)$$

поэтому, поле отклика протяженной атомной среды в дальней зоне принимает вид

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = -\frac{i\omega}{c^2} \frac{1}{r} \left[ \vec{n} \left[ \vec{n} \vec{J}(\omega, \vec{k}) \right] \right]$$

где  $\vec{J}(\omega, \vec{k}) = \sum_i \vec{J}_i(\omega) \exp \left[ i(\Delta\varphi_i - \vec{k} \vec{r}_i) \right]$ .

Полагая, что плотность атомов в пределах ансамбля однородна, получаем

$$\vec{J}(\omega, \vec{k}) = \vec{J}_0(\omega) \int_0^\infty d\rho \rho \int_0^{2\pi} d\varphi \exp \left( -\frac{\rho^2}{d^2} \right) \exp(i\Delta\vec{k}_\perp \vec{\rho}) \int_{-L/2}^{L/2} dz f(z) \exp(i\Delta k_\parallel z), \quad (2.84)$$

где  $\vec{J}_0(\omega)$  - ток отклика одиночного атома, находящегося на оси пучка лазерного поля и при нулевой задержке импульсов двухчастотного поля;  $d$  - поперечный размер лазерного пучка;  $L$  - продольный размер атомной среды.

С учетом (2.83), для  $\Delta\vec{k}$  получаем

$$\Delta\vec{k} = 2\vec{k}_1 - \vec{k}_2 - \vec{k}.$$

Функция  $f(z)$  в (2.84) описывает периодический пространственный профиль отклика атомной среды с пространственным периодом (2.82). Как показывают численные расчеты (см. п.3.6.1), этот профиль хорошо аппроксимируется следующим выражением

$$f(z) = |\sin(Kz)|, \quad (2.85)$$

где  $K = 2\pi/\Lambda$  и  $\Lambda$  - пространственный период профиля. Подставляя (2.85) в (2.84) и проводя интегрирование, получаем

$$\begin{aligned} \vec{J}(\omega, \vec{k}) = \vec{J}_0 \frac{\pi d^2 K}{K^2 - \Delta k_\parallel^2} \exp \left( -\frac{\Delta k_\perp^2 d^2}{4} \right) \frac{\sin \left( \Delta k_\parallel \Lambda \frac{N+1}{2} \right)}{\sin \left( \frac{\Delta k_\parallel \Lambda}{2} \right)} \times \\ \times \exp \left( i\Delta k_\parallel \Lambda \frac{N}{2} \right) \left( 1 + \exp \left( i \frac{\Delta k_\parallel \Lambda}{2} \right) \right)^2 \end{aligned}, \quad (2.86)$$

где  $N = L/\Lambda$ .

В виду поперечной ограниченности падающего лазерного пучка, лазерное поле в области атомной среды представляет собой суперпозицию плосковолновых компонент с характерной поперечной шириной  $\Delta k_{\perp} = \pi/d$ . С другой стороны, в виду продольной пространственной периодичности поля отклика атомной среды мы имеем

$$k_{\parallel}^{(n)} = k_{\parallel}^{(0)} + \frac{2\pi n}{\Lambda},$$

где  $k_{\parallel}^{(0)}$  - проекция волнового вектора падающего поля на направление его распространения. Таким образом, результирующий угловой спектр генерируемого излучения на частоте  $\omega = 2\pi c/\lambda$  зависит от соотношения длины волны  $\lambda$  и параметров  $d$  и  $\Lambda$  и представляет собой, в общем случае, суперпозицию вложенных конусов. Для одномерной цепочки атомов эта суперпозиция вложенных конусов вырождается.

## §2.7 Основные результаты главы II

В настоящей главе представлено последовательное описание развиваемого в диссертационной работе непertурбативного квантово-механического подхода к описанию взаимодействия атома с произвольно поляризованными полихроматическими лазерными импульсами. Выведены и обсуждены формулы для расчета динамики населенностей уровней атома, тока атомного отклика, спектр которого совпадает со спектром генерируемого одиночным атомом излучения в дальней зоне. Прослежена модификация формул для расчета отклика ансамбля атомов. Предложена и обсуждена интерференционная модель отклика протяженной среды.

Описаны модельные структуры уровней атомов, которые используются для получения результатов диссертационной работы.

Описана методика расчета фотоэмиссионного спектра отклика одиночного атома, взаимодействующего с последовательностью лазерных импульсов. Показано, что фотоэмиссионный спектр отклика одиночного атома состоит из последовательности четных и нечетных гармоник поля.

Также показано, что в случае взаимодействия одиночного атома с двухчастотным лазерным полем, образованным первой и второй гармониками лазерного поля, в спектре атома существует ненулевой отклик на «нулевой» частоте. Доказано, что в случае фемтосекундных длительностей импульсов воздействующих полей, спектр «нулевой» частоты лежит в терагерцовой области частот. Таким образом, доказана генерация терагерцового излучения одиночным атомом, взаимодействующим с последовательностью лазерных импульсов фемтосекундной длительности.

### **Глава III Генерация гармоник одиночными атомами и протяженными газовыми средами**

Настоящая глава посвящена обсуждению особенностей генерации гармоник высокого порядка одиночными атомами, газовыми и плазменными средами, взаимодействующими с лазерными импульсами, предложены новые управляющие параметры, ранее не обсуждаемые в литературе. Исследованы такие эффекты, как насыщение частоты отсечки, генерация подбарьерных, околобарьерных и надбарьерных гармоник высокого порядка. Особое внимание уделено исследованию поляризационных свойств генерируемого излучения. Генерация эллиптически поляризованных гармоник высокого порядка исследована в двухчастотных лазерных полях, образованных как линейно, так и эллиптически поляризованным излучением лазерного источника на основной и удвоенной частотах, причем в случае циркулярно поляризованных компонент, варьировалась также их относительная спиральность. Исследовано влияние вкладов возбужденных уровней атома на энергетические и поляризационные характеристики генерируемого излучения.

Эффекты фазового и квази-фазового согласования исследовались с применением интерференционной модели на нескольких пространственных масштабах периодичности среды, способа их создания, различных типов веществ. Численные расчеты проводились для импульсного лазерного излучения различных интенсивностей, длительностей, длин волн и спектрального состава. Продемонстрировано хорошее согласование проведенных расчетов с полученными в эксперименте зависимостями. Предложены новые способы увеличения эффективности генерации гармоник в средах, представляющих собой набор газовых струй, а также в газовых средах вблизи поверхности решеток. Предложены простые соотношения, связывающие макропараметры среды (ее характерные пространственные размеры, давление) с параметрами генерируемого излучения (энергией

фотона), которые позволяют оптимизировать эффективность генерации когерентного излучения.

### **§3.1 Управление эффективностью генерации гармоник, возникающих при взаимодействии одиночного атома с лазерным полем**

Генерация гармоник – нелинейно-оптический процесс преобразования энергии лазерного излучения из одного спектрального диапазона (в котором располагается длина волны лазерного излучения) в спектральный диапазон, соответствующий более коротковолновому (по сравнению с длиной волны лазерного излучения) спектральному диапазону, сопровождающийся появлением в спектре излучения на кратных частотах. Это явление возникает за счет движения электрона в суперпозиционном поле внешней электромагнитной волны и кулоновского потенциала атома. Рассмотрим основные особенности эффекта генерации гармоник на примере классической модели движения электрона в потенциале.

#### **3.1.1. Классический подход к описанию явления генерации гармоник высокого порядка**

На простейшей модели атома Бора можно проиллюстрировать основные физические закономерности явления генерации гармоник высокого порядка. Классическое уравнение для движения электрона в поле внешней электромагнитной волны ( $\vec{E}$ ) и внутриатомного потенциала ( $U$ ) имеет вид:

$$m\ddot{\vec{r}} = -\frac{\partial U}{\partial \vec{r}} + e\vec{E}. \quad (3.1)$$

В случае свободного атома скалярное умножение этого уравнения на вектор скорости  $\dot{\vec{r}}$ , а также векторное умножение на  $\vec{r}$ , позволяет получить законы сохранения энергии и импульса:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{m\dot{\vec{r}}^2}{2} + U(r) \right) = 0, \quad \frac{d}{dt} \left( m[\vec{r}\dot{\vec{r}}] \right) = 0. \quad (3.2)$$

Если мы предположим, что движение электрона происходит в плоскости  $z=0$ , то, следуя правилу квантования Бора, основное энергетическое состояние должно определяться следующим образом:

$$m\rho^2\dot{\phi} = \hbar. \quad (3.3)$$

Подставляя (3.3) в закон сохранения энергии (3.2) получим:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\hbar^2}{2m\rho^2} - \frac{e^2}{\rho} \right) = 0.$$

Отсюда получаем радиус устойчивой орбиты - радиус Бора, - определяется при  $\dot{z}=0$  и  $\dot{\rho}=0$ :  $\rho_0 = \frac{\hbar^2}{me^2} = a_B$ , энергия этого состояния выражается через величину, называемую Ридберг, что совпадает с энергией основного состояния атома водорода:

$$\varepsilon_0 = \frac{\hbar^2}{2m\rho_0^2} - \frac{e^2}{\rho_0} = -\frac{me^4}{2\hbar^2} = -Ry.$$

Пусть теперь атом взаимодействует с линейно-поляризованной волной. В этом случае мы получаем следующее уравнение для момента движения электрона:

$$\frac{d}{dt} \left( m \left[ \vec{r} \dot{\vec{r}} \right] \right) = e \left[ \vec{r} \vec{E} \right]. \quad (3.4)$$

Из уравнения (3.4) становится ясно, что при взаимодействии с таким полем интегралом движения является проекция момента движения электрона на направление поля. Следовательно, если поле ориентировано вдоль оси  $z$  то продолжая совершать движение в кулоновском потенциале в плоскости перпендикулярной  $z$ ,  $z=0$ , вдоль оси  $z$  он будет совершать колебательные движения вслед полю (см. рис.3.1).

В приближении слабого поля амплитуда этих колебаний  $a_0 \ll \rho_0$ , следовательно, лазерное поле оказывает слабое влияние на движение электрона в кулоновском поле:  $r(t) = \sqrt{\rho_0^2 + z^2(t)} \approx \rho_0$ . Тогда компонента

скорости электрона вдоль оси  $z$  может быть записана исключительно через векторный потенциал падающего поля:

$$\dot{z}_0 = -eA(t)/mc.$$

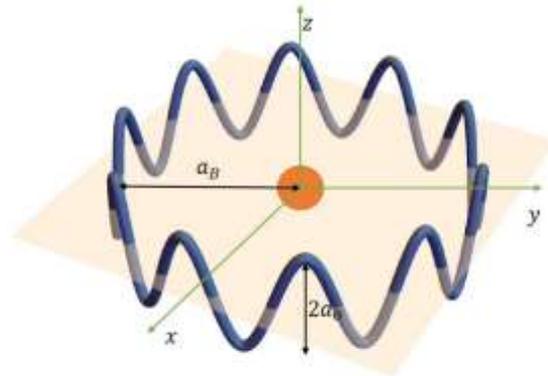


Рис. 3.1. Схематическое изображение движения электрона в рассматриваемой модели.

В слабом поле амплитуда колебаний электрона будет равна  $a_0 = eE_0/m\omega^2$ , что много меньше радиуса Бора  $a_0 \ll a_B$ . Если направление лазерного поля не совпадает с направлением углового момента атома, он начинает прецессировать вокруг направления поля по закону волчка.

С увеличением амплитуды падающего лазерного поля,  $E_0$ , разность  $\sqrt{\rho_0^2 + z^2} - \rho_0$  начинает увеличиваться, что необходимо принимать во внимание. Скалярное умножение (3.1) на  $\dot{r} + e\vec{A}/mc$  дает закон сохранения энергии в следующем виде:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{2m} \left( m\dot{r} + \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 + U(x, y, z_0 + \delta z) \right] = 0.$$

Если ввести отклонение  $\delta z = z(t) - z_0(t)$ , но считать его малой величиной  $|\delta z| < a_0$ , мы получим следующее выражение для компоненты скорости вдоль оси  $z$ :

$$\dot{z} = \dot{z}_0 + z_0(t) \sqrt{\frac{e^2}{m} \left( \frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\sqrt{\rho_0^2 + z_0^2(t)}} \right)} = \dot{z}_0 + \frac{e^2}{\hbar} z_0(t) \sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (z_0(t)/a_B)^2}}}. \quad (3.5)$$

При  $z_0 < a_B$  его можно переписать следующим образом

$$\dot{z} = \dot{z}_0 + z_0(t) \frac{e^2}{\hbar a_B} \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\Gamma(n+3/2)}{\Gamma(1/2)\Gamma(n+2)} \left(\frac{z_0(t)}{a_B}\right)^{2n}}. \quad (3.6)$$

Как мы отмечали в §2.3 спектр генерируемого излучения в дальней зоне совпадает со спектром тока атомного отклика. В классическом представлении, ток атомного отклика пропорционален скорости электрона. Из (3.6) видно, что при  $a_0 \ll a_B$  спектр излучения атома, взаимодействующего с монохроматическим лазерным полем  $E = E_0 \cos \omega t$  представляет собой последовательность нечетных гармоник поля, амплитуды которых пропорциональны  $(a_0/a_B)^{2n+1}$ .

Заметим также, что, применив биномиальную теорему к экспоненциальному представлению для функции косинуса можно получить

$$\cos^{2n} \omega t = \sum_{m=0}^{2n} C_{2n}^m \exp[i2\omega(n-m)t].$$

То есть амплитуда  $(2k+1)\omega$  гармоники является бесконечной суммой  $n$ -ой и  $m$ -ой гармоник, если  $m = n - k$ . То есть при приближении амплитуды колебаний электрона ( $a_0$ ) к радиусу Бора  $a_B$  спектре отклика должны происходить существенные изменения.

В очень сильном лазерном поле расстояние между электроном и ядром в некоторые моменты времени может превышать радиус Бора. Из уравнения (3.5) видно, что в эти моменты времени  $\dot{z} \approx \dot{z}_0$ , а следовательно амплитуды гармоник должны существенно уменьшаться. Следовательно, спектр отклика должен испытывать насыщение при  $a_0 > a_B$ .

В представленном рассмотрении мы предположили, что внутриатомный потенциал является потенциалом кулоновского поля. Из правой части (3.5) видно, что характер атомного отклика существенно зависит от пространственного профиля внутриатомного потенциала. Следовательно, спектр отклика тяжелых атомов может отличаться от спектра атома водорода из-за эффекта экранирования ядра. Важно отметить, что при выводе уравнения

(3.5) мы предположили, что движение электрона в плоскости остается неизменным.

Таким образом, происхождение нелинейного атомного отклика вполне разумно моделируется уравнением (3.5), которое наглядно демонстрирует основные механизмы этого процесса и, следовательно, предоставляет нам информацию о его базовой физике. При этом для описания явления нам не пришлось привлекать такие процессы как электронные переходы между различными атомными стационарными состояниями атома или ионизация. Тем не менее, необходимо иметь в виду, что классическая теория может служить только качественной моделью явления, поскольку она не обеспечивает согласованного описания электронных переходов между атомными стационарными состояниями. Согласованная теория должна основываться на использовании волновых уравнений.

### **3.1.2. Генерация гармоник высокого порядка в полях околоатомной интенсивности**

Обсуждение результатов численных расчетов, полученных в рамках разработанной непертурбативной квантово-механической теории, целесообразно начать с описание отклика одиночного атома на воздействие однокомпонентного фемтосекундного лазерного импульса. Опишем влияние параметров лазерного поля на эффективность генерации гармоник.

#### *Влияние амплитуды лазерного импульса*

Рассмотрим отклик одиночного атома серебра (модельная структура уровней атома и область применения модели обсуждалась в п. 2.1.6), взаимодействующего с одночастотным импульсом Ti:Sa лазера (длина волны 800 нм). Временной профиль импульса определяется формулой (2.62), длительность импульса принята равной  $\tau = 27$  фс, остальные управляющие параметры (чирп и фаза поля) для простоты приняты равными нулю.

Амплитуда напряженности лазерного поля варьируется в широком диапазоне от субатомных до почти атомных значений.

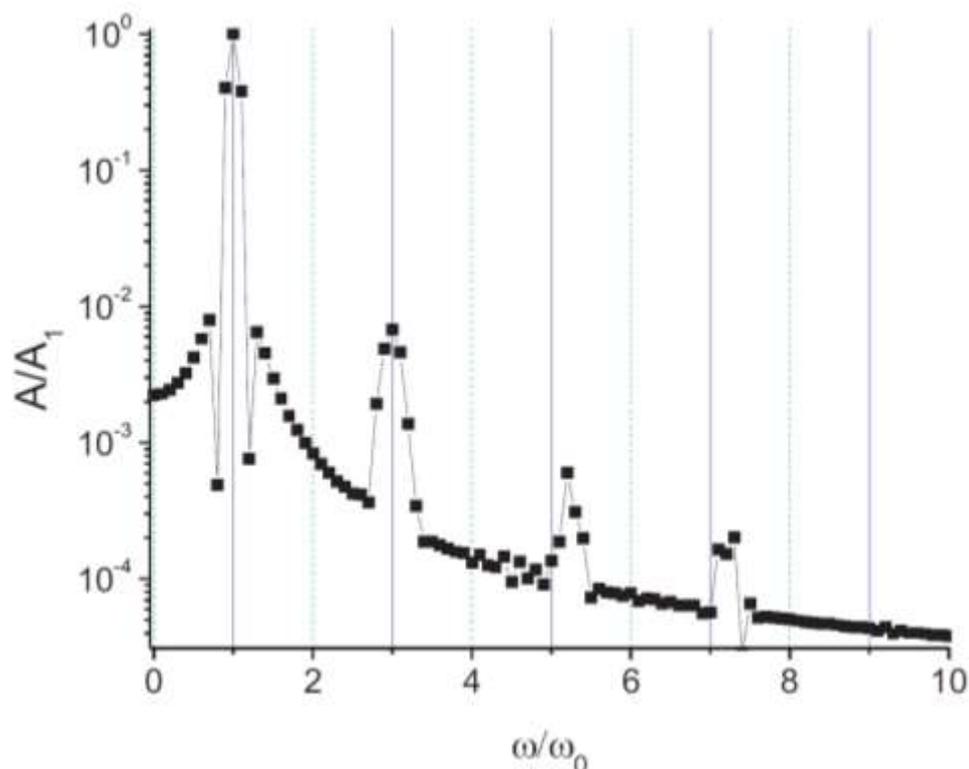


Рис. 3.2. Фотоэмиссионный спектр отклика атома серебра, вычисленный при взаимодействии атома с полем  $\mu_0 = 0.0045$ .

В полях существенно субатомной напряженности  $\mu_0 \ll 10^{-4}$  спектр поля отклика содержит лишь компоненту на частоте воздействующего импульса, т.е. отклик атома является линейным и не содержит гармоник несущей частоты лазерного импульса. При увеличении напряженности поля лазерного импульса в спектре отклика появляются нечетные гармоники частоты лазерного импульса (см. рис. 3.2), величина амплитуды которых резко падает с ростом номера гармоники. Такой характер спектра поля отклика атома вполне предсказуем на основе формулы (2.48). Действительно, матричные элементы  $V_{mt}$ , как следует из определения (2.14), являются бесконечными степенными рядами параметра  $\mu_0$ . Причем эти степенные ряды содержат четные степени  $\mu_0^{2n}$  в случае, когда состояния  $n$  и  $m$  обладают одинаковой четностью, и нечетные  $\mu_0^{2n+1}$ , когда состояния  $n$  и  $m$  обладают противоположной четностью. При нерезонансном взаимодействии атома с

излучением в области существенно субатомных значений напряженности лазерного импульса наибольшую населенность имеет основное состояние  $|a_0|^2 \approx 1$ , поэтому (2.49) принимает в этом случае вид

$$\vec{J}(t) = i \sum_{p,q} \omega_{pq} V_{0p}^{-1}(t) \vec{d}_{pq} V_{q0}(t).$$

Матричные элементы  $\vec{r}_{pq}$  отличны от нуля лишь для переходов между состояниями противоположной четности, поэтому один из матричных элементов  $V_{0p}^{-1}$  или  $V_{q0}$  содержит лишь четные степени поля, а другой – нечетные (свойства матричных элементов подробно описаны в п.2.1.4). Следовательно, ток атомного отклика в области субатомных значений напряженности лазерного поля содержит лишь нечетные гармоники поля отклика.

Приведенное выше обсуждение демонстрирует принципиальное различие между свойствами собственных состояний базисов (2.2) и (2.4). Собственные функции краевой задачи о свободном атоме (2.2) не зависят от времени. Следовательно, средние значения квантово-механических операторов могут зависеть от времени только в том случае, когда населенность различных атомных состояний изменяется со временем. Атом не может генерировать излучение, находясь все время в основном состоянии. Это означает, что если использовать базис собственных функций свободного атома, то поле отклика может возникнуть только в результате неупругих процессов взаимодействия света с атомом, когда атом переходит в возбужденные состояния, поглощая энергию электромагнитного поля с последующей рекомбинацией и испусканием фотона. Напротив, собственные функции – точные решения краевой задачи (2.4) зависят от времени, а собственные значения остаются неизменными. В результате атом, находясь все время в основном состоянии энергетического спектра краевой задачи (2.4), может генерировать излучение. Генерация электромагнитного поля происходит за счет изменения волновой функции краевой задачи «об атоме в

поле» во времени. Эти изменения порождают ток атомного отклика, который является «инструментом» рождения фотонов.

Причиной этого излучения является индуцированная светом (и, следовательно, зависящая от времени) анизотропия пространственного профиля волновой функции электрона: лазерное поле вызывает радиальное движение электрона во внутриатомном потенциальном поле и, следовательно, создает внешнюю работу по перемещению электрона в поле ядра атома. Это движение неизбежно приводит к появлению гармоник в поле отклика, если внутриатомный потенциал не является гармоническим.

Так, например, волновая функция атома водорода в состоянии с энергией, отвечающей энергии  $1s$  состояния свободного атома, в присутствии внешнего поля перестает быть сферически симметричной и отвечает цилиндрической симметрии суммарного поля, являющегося суперпозицией внутриатомного поля и поля внешней волны. Как результат, угловая часть волновой функции не описывается сферическими гармониками  $Y_{lm}$  с  $l = 0$ , а с неизбежностью включает сферические гармоники с  $l > 0$ . Это, однако, не означает, что имеют место переходы из состояния  $1s$ , например, в состояние  $2p$ , а является лишь следствием светоиндуцированной анизотропии состояния атома во внешнем поле, т.е. обусловлено деформацией углового распределения волновой функции атомного электрона во внешнем поле.

При напряженности поля лазерного импульса  $\mu_0 \approx 10^{-2}$  профиль спектра отклика атома начинает изменяться. Ширина спектра отклика атома увеличивается, в спектре отклика появляется плато с ярко выраженной частотой отсечки (см. рис. 3.3). Дальнейший рост напряженности поля приводит ко все более явному проявлению указанных тенденций: ширина плато значительно увеличивается, а частота отсечки становится более контрастной (см. рис. 3.4). Было проведено исследование зависимости частоты отсечки от значения параметра  $\mu_0$ . Результаты расчетов показывают, что эта зависимость насыщается (см. рис. 3.5).

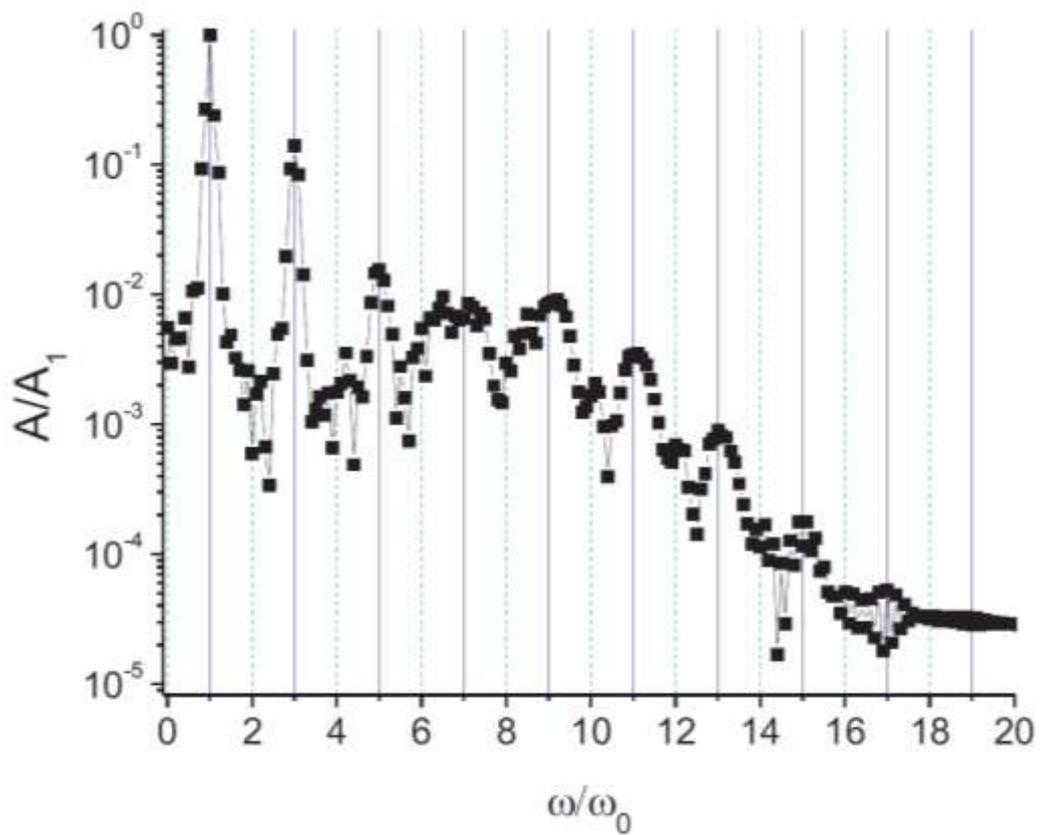


Рис. 3.3. Фотоэмиссионный спектр отклика атома серебра, вычисленный при взаимодействии атома с полем  $\mu_0 = 0.025$ .

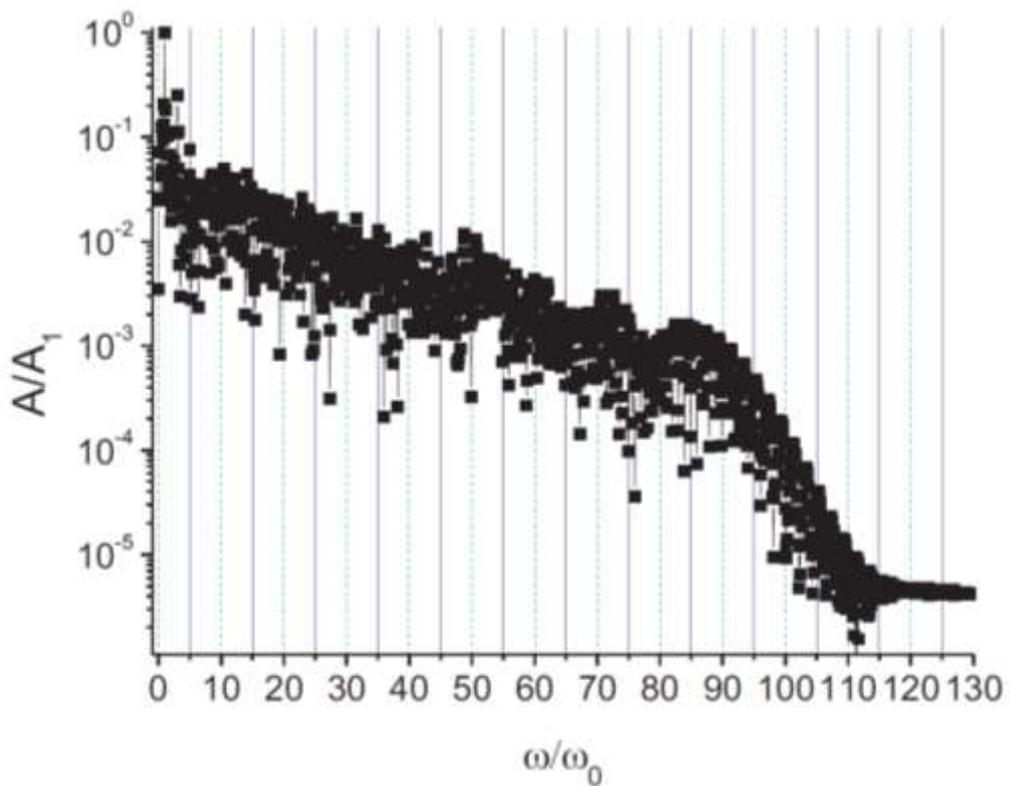


Рис. 3.4. Фотоэмиссионный спектр отклика атома серебра, вычисленный при взаимодействии атома с полем  $\mu_0 = 0.08$ .

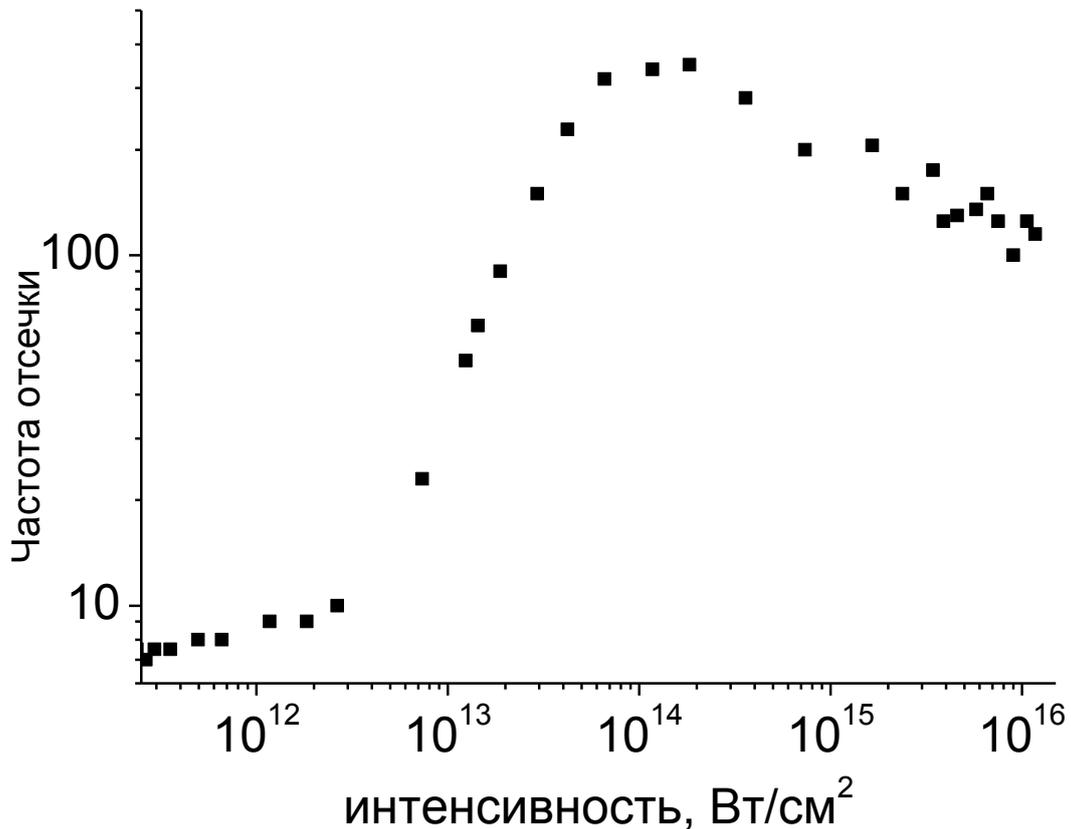


Рис. 3.5. Зависимость частоты отсечки от интенсивности ( $I \sim \mu_0^2$ ) лазерного поля, вычисленная для одиночного атома серебра (соответствующая зависимость от параметра  $\mu_0$  представлена на рис. 3.6).

Частота отсечки определяется как максимальный номер гармоники на плато в спектре отклика атома. Вместе с тем, максимальный номер гармоники и граница плато, не всегда совпадают. Действительно, гармоники в спектре отклика атома возникают и в полях существенно субатомной напряженности, когда можно пользоваться одноуровневым приближением. В этом случае ограничение спектра отклика атома связано с тем, что амплитуда определенной гармоники в спектре отклика становится меньше амплитуды Фурье - спектра воздействующего импульса, поскольку в рамках одноуровневого приближения амплитуды гармоник монотонно падают. Отклик атома в одноуровневом приближении связан с временной эволюцией волновой функции атома, находящегося в состоянии с энергией, отвечающей энергии основного состояния свободного атома. Например, в случае атома серебра это есть состояние  $5s$ . Возникновение плато в спектре отклика атома связано с переходами атома между различными энергетическими состояниями

(например,  $5s \rightarrow 5p$  и т.д.), т.е. с изменением амплитуды населенности уровней как непрерывного, так и дискретного спектров атома. Развиваемый нами подход, основанный на использовании собственных волновых функций краевой задачи “об атоме в поле”, позволяет наглядно продемонстрировать возникающие отличия. Действительно, как мы отмечали выше, амплитуды  $a_n(t)$  есть амплитуды разложения волновой функции нестационарного уравнения Шредингера в ряд по собственным функциям краевой задачи свободного атома  $u_n(\vec{r})$ . В присутствии внешнего поля эти функции являются суперпозицией собственных функций краевой задачи «об атоме в поле»  $\varphi_n(\vec{r}, t)$ , относительный вклад каждой из которых определяется матричными элементами  $V_{nm}$ . Каждая волновая функция отвечает различным собственным значениям, поэтому эффективная энергия электрона зависит от амплитуды внешнего поля и определяется составными матричными элементами (2.27), вычисленными для  $n = m$  (т.е. составными диагональными матричными элементами). Временная зависимость матричных элементов  $M_{mm}(t)$  определяется временным профилем воздействующего импульса.

В целях дальнейшей интерпретации полезно обратиться к анализу решений системы уравнений (2.19-2.20). В отсутствие резонансов между частотой поля и частотами атомных переходов амплитуды населенности уровней в субатомной области напряженностей поля могут быть рассчитаны в упрощенном виде (см. п.2.3.2).

Рассмотрим переход  $1s \rightarrow 2p$  водородоподобного атома. Для приведенных матричных элементов  $\langle nl | \hat{V} | nl \rangle$  в этом случае получаем

$$\langle 1s | \hat{V} | 1s \rangle = \frac{1}{\left(1 + \frac{\mu^2(t)}{4}\right)^2}, \quad \langle 2p | \hat{V} | 2p \rangle = \frac{1 - \mu^2(t)}{\left(1 + \mu^2(t)\right)^4}. \quad (3.7)$$

В случае полей субатомной напряженности можно ограничиться учетом лишь квадратичных по напряженности поля слагаемых в этих выражениях. Тогда для составных матричных элементов  $M_m$  получаем

$$M_{2p}(t) \approx E_{2p}(1 - 10\mu^2(t)), \quad M_{1s}(t) \approx E_{1s}(1 - \mu^2(t)), \quad (3.8)$$

где для краткости мы вели обозначения  $M_n = M_m$ . Проводя интегрирование по времени, для  $\Phi_n(t)$  получаем

$$\begin{aligned} \Phi_{2p}(t) - \omega_{2p}t = & -\omega_{2p} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{5\mu_0^2\tau_0}{4} \cdot \\ & \cdot \left[ 2\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}t}{\tau_0}\right) + i \exp\left(-\frac{\omega_0^2\tau_0^2}{2}\right) \left( \operatorname{erfi}\left(\frac{-2it + \omega_0\tau_0^2}{\tau_0}\right) - \operatorname{erfi}\left(\frac{2it + \omega_0\tau_0^2}{\tau_0}\right) \right) \right], \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{1s}(t) - \omega_{1s}t = & -\omega_{1s} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\mu_0^2\tau_0}{8} \cdot \\ & \cdot \left[ 2\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}t}{\tau_0}\right) + i \exp\left(-\frac{\omega_0^2\tau_0^2}{2}\right) \left( \operatorname{erfi}\left(\frac{-2it + \omega_0\tau_0^2}{\tau_0}\right) - \operatorname{erfi}\left(\frac{2it + \omega_0\tau_0^2}{\tau_0}\right) \right) \right], \end{aligned}$$

(3.10)

где  $\operatorname{erf}(z)$  - функция ошибок и  $\operatorname{erfi}(z) = \operatorname{erf}(iz)/i$ . Первое слагаемое в квадратных скобках последних выражений описывает сдвиг уровней, зависящий от огибающей профиля лазерного импульса, а второе слагаемое описывает осцилляции на удвоенной несущей частоте воздействующего импульса. Второе слагаемое равно нулю в случае лазерного импульса с прямоугольной огибающей и пренебрежимо мало в случае гауссовского профиля импульса при его длительности, удовлетворяющей условию  $\omega_0\tau_0 \gg 1$ . Тогда в субатомной области напряженности лазерного импульса ( $\mu_0 \ll 1$ ) фазы  $\Phi_i(t)$  хорошо аппроксимируются следующими выражениями

$$\begin{aligned} \Phi_{2p}(t) = & \omega_{2p} \left[ t - \frac{5}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \mu_0^2\tau_0 \tanh\left(\frac{\sqrt{3}t}{\tau_0}\right) \right], \\ \Phi_{1s}(t) = & \omega_{1s} \left[ t - \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \mu_0^2\tau_0 \tanh\left(\frac{\sqrt{3}t}{\tau_0}\right) \right]. \end{aligned}$$

Следовательно, в течение действия импульса мгновенная частота перехода зависит от времени и имеет вид

$$\Omega(t) = \frac{d}{dt}(\Phi_{2p}(t) - \Phi_{1s}(t)) = \omega_{2p} - \omega_{1s} - \sqrt{\frac{3\pi}{2}} \mu_0^2 \left( \frac{5}{2} \omega_{2p} - \frac{1}{4} \omega_{1s} \right) \cosh^{-2} \left( \frac{\sqrt{3}t}{\tau_0} \right).$$

Как видно, в процессе действия лазерного импульса частота перехода смещается на величину

$$\Delta\omega = \sqrt{\frac{3\pi}{2}} \mu_0^2 \left( \frac{5}{2} \omega_{2p} - \frac{1}{4} \omega_{1s} \right). \quad (3.11)$$

Для перехода  $1s \rightarrow 2p$  атома водорода величина энергетического сдвига уровней  $\Delta E = \hbar |\Delta\omega|$  принимает вид

$$\Delta E = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{3\pi}{2}} U_p,$$

где  $U_p$  - пондеромоторный потенциал, определяемый выражением

$$U_p = \frac{e^2 E_0^2}{4m\omega^2}.$$

Последовательность преобразований показывает, что ширина спектра определяется недиагональными матричными элементами тока атомного отклика (2.50), в то время, как спектр диагональных матричных элементов тока атомного отклика состоит из последовательности гармоник. Ширина спектра генерируемого излучения сильно зависит от спектральной ширины лазерного импульса. Для ультракоротких лазерных импульсов (содержащих несколько осцилляций поля) генерируется спектр шириной  $2\Delta E$ . Таким образом, в субатомных лазерных полях (когда справедливо приближение (3.8)) частота отсечки может быть определена следующим образом:

$$E_{cut-off} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{3\pi}{2}} U_p = 3.26 \cdot U_p.$$

Видно, что полученное уравнение приблизительно совпадает с известным уравнением  $E_{cut-off} = E_i + 3.17 \cdot U_p$ , где  $E_i$  - энергия ионизации атома, предложенным в [62, 72] и рассчитанным в [295].

Следует отметить, что величина указанного сдвига является постоянной только в случае взаимодействия атома с монохроматическим полем. В этом случае возможно возникновение условий резонанса (см. п.2.3.2)

$$\Omega \approx (2n + 1)\hbar\omega_0,$$

тогда амплитуда резонансной гармоники в спектре резко возрастет. В случае больших отстроек от резонанса спектр отклика, обусловленный недиагональными слагаемыми атомного тока, будет близок к спектру диагональных слагаемых.

Вместе с тем, в случае импульса, имеющего произвольный зависящий от времени профиль огибающей, величина сдвига зависит от времени. Это может привести к существенному отличию спектров диагональных и недиагональных слагаемых атомного тока. Действительно, если величина сдвига превосходит спектральную ширину падающего импульса, то вместо последовательности ярко выраженных гармоник спектр будет представлять собой квазинепрерывное плато, простирающееся до удвоенного значения частоты (3.11).

Формула (3.11) справедлива лишь в субатомной области напряженности лазерного импульса, т.е. при  $\mu_0 \ll 1$ , когда мы можем воспользоваться приближением (3.8) матричных элементов (3.7). Как следует из свойств приведенных матричных элементов при  $\mu_0 \geq 1$  они начинают падать с ростом  $\mu_0$  (см. свойства матричных элементов, описанных в п.2.1.4), поэтому в области  $\mu_0 \geq 1$  с ростом напряженности поля эффективная энергия связанных состояний частота отсечки насыщается.

Такие же расчеты легко провести для атома серебра. Вычислим величину сдвига уровней  $5s$  и  $5p$  (основной и возбужденный уровни атома серебра). Для составных матричных элементов при  $\mu_0 \ll 1$  получаем

$$M_{5p}(t) \approx E_{5p}(1 - 900\mu^2(t)), \quad M_{5s}(t) \approx E_{5s}(1 - 525\mu^2(t)). \quad (3.12)$$

Тогда во время воздействия лазерного импульса частота перехода смещается на величину

$$\Delta\omega = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{3\pi}{2}} \mu_0^2 (900\omega_{5p} - 525\omega_{5s}). \quad (3.13)$$

Величина энергетического сдвига уровней принимает вид

$$\Delta E = 36.42 \cdot U_p. \quad (3.14)$$

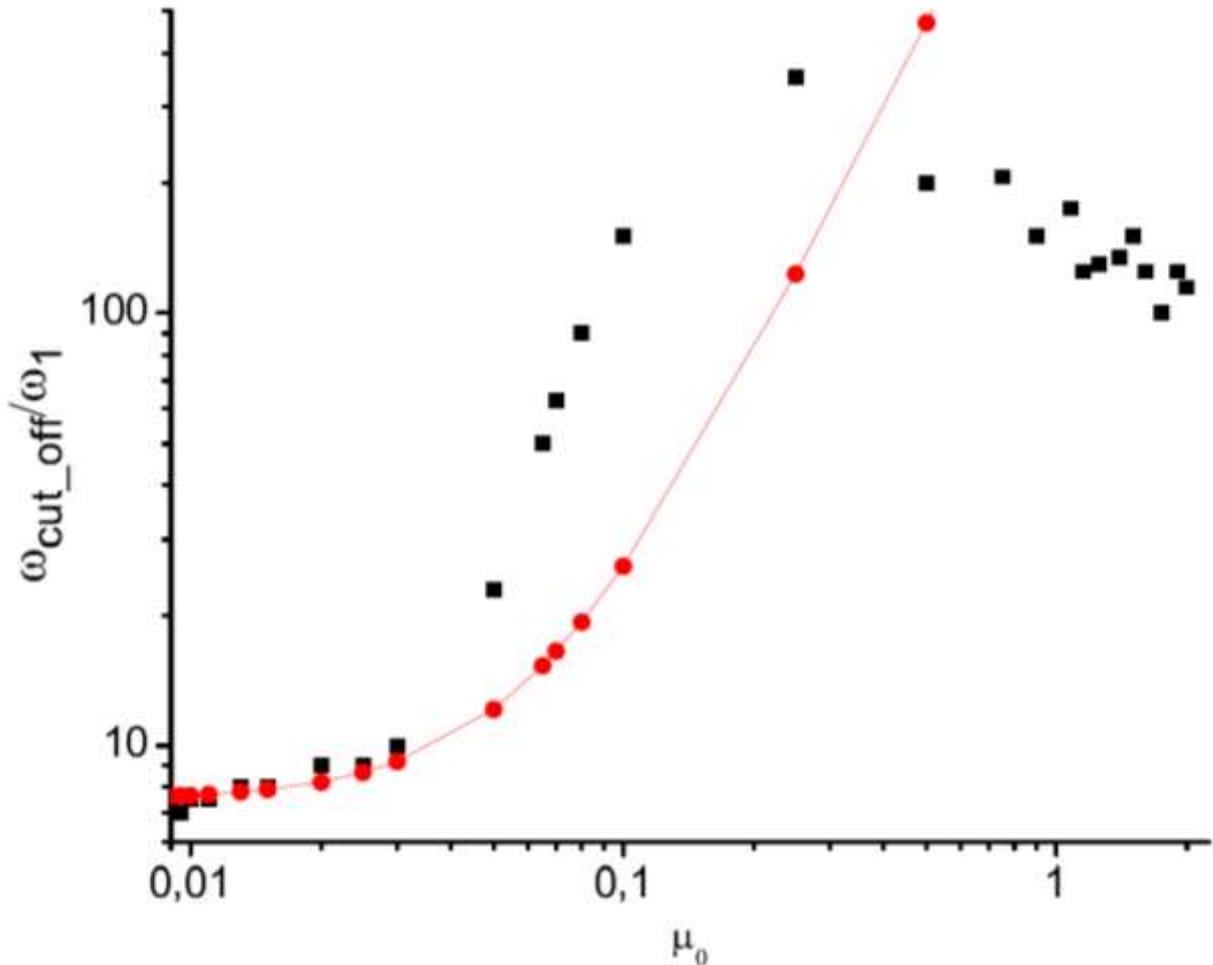


Рис. 3.6. Зависимость частоты отсечки от напряженности поля. Точки соответствуют результатам численного эксперимента, кривая с точками вычислена по формулам (3.12-3.14) для перехода между уровнями  $5s-5p$ .

Численно рассчитанная зависимость частоты отсечки от напряженности лазерного поля ( $\mu_0$ ) представлена на рис. 3.6 (квадратики). Для сравнения представлена зависимость, вычисленная по формулам (3.12-3.14) для перехода между уровнями  $5s-5p$  (кружки). В области слабых полей ( $\mu_0 \ll 1$ ), где переход  $5s-5p$  наиболее вероятен по сравнению с другими дискрет - дискретными и дискрет - континуумными переходами, мы видим хорошее совпадение рассчитанной зависимости и кривой, полученной в численном эксперименте. При увеличении пиковой напряженности лазерного поля, скорость роста

частоты отсечки, наблюдаемой в численном эксперименте, превышает скорость роста зависимости, вычисленной по формулам (3.12-3.14) для перехода  $5s-5p$ . Такое отличие связано с вкладом дополнительных возбужденных дискретных уровней атома.

При дальнейшем возрастании интенсивности поля ( $\mu_0 > 0.1$ ) зависимость частоты отсечки насыщается. Насыщение частоты отсечки связано с тем, что при таких интенсивностях поля вероятность однократной ионизации атома после взаимодействия с импульсом близка к единице [A29]. Следовательно, начиная с определенной интенсивности ( $\mu_0 \sim 0.1$ ) атом ионизируется, его валентный электрон переходит в свободное состояние и перестает рассеиваться на атомном остове, и, следовательно, перестает генерировать лазерное излучение. Однако, в силу того, что временной профиль поля имеет вид (2.62), некоторое количество гармоник успевает образоваться на переднем фронте импульса. Таким образом, полная ионизация атома приводит к насыщению зависимости частоты отсечки от интенсивности лазерного поля.

*Учет эффектов распространения электромагнитного излучения в среде.*

Экспериментальные исследования зависимости частоты отсечки при вариации интенсивности лазерного поля демонстрируют ее насыщение [296]. Вместе с тем, величина максимально наблюдаемой в эксперименте гармоники меньше, чем в представленных выше расчетах, проведенных для одиночного атома (см. рис. 3.6). Действительно, в численных исследованиях частота отсечки спектров, генерируемых одиночным атомом серебра, насыщается на уровне 120-130 гармоники поля, в эксперименте, зависимость частоты отсечки от интенсивности лазерного поля насыщается на уровне 50-60 гармоники поля [296].

Для исследования причин такого различия, рассчитаем отклик плазмы серебра (объект, который использовался в эксперименте [296]) на воздействие

интенсивного лазерного поля. Для этого, используем представленный в §2.6 метод описания отклика протяженной среды.

Согласно классической теории Лоренца, показатель преломления для электромагнитной волны, распространяющейся в ионизованной газовой среде, определяется выражением

$$n(\omega) \approx 1 - \frac{1}{2} \left[ \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega^2 - \omega_{0\alpha}^2 + i\omega\gamma_{\alpha}} + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 + i\omega\gamma_e} \right],$$

где величина  $\omega_{p\alpha(e)} = \sqrt{\frac{4\pi e^2 N_{\alpha(e)}}{mV}}$  определяет плазменные частоты соответствующих компонентов плазмы: нейтральных атомов ( $\alpha = I$ ), плазменная частота вычислена для валентных электронов, ионов ( $\alpha = II$ ) и свободных электронов (e)  $N_{\alpha}$  - количество нейтральных атомов и ионов в соответствующем объеме  $V$  взаимодействия,  $N_e$  - число электронов,  $\hbar\omega_{0I(II)}$  - энергии связи основного состояния атома серебра ( $\alpha = I$ ) и иона серебра ( $\alpha = II$ ),  $\gamma_{\alpha(e)}$  - обратно пропорциональна пространственной ширине лазерного импульса. В случае плазмы, образованной прохождением мощного лазерного импульса в среде, ее плотность зависит от времени, поскольку для количества нейтральных атомов, ионов и электронов можно записать следующие соотношения  $N_I = N_0(1 - p(t))$ ,  $N_{II} = N_0 p(t)$ , и  $N_e = N_0 p(t)$ , где  $p(t)$  - вероятность ионизации, которая определяется как сумма населенностей непрерывного спектра атома, рассчитываемая при решении системы уравнений (2.19-2.20).

В случае гауссовского лазерного профиля поля эффективная плотность взаимодействующей среды может быть записана в следующем виде

$$\rho_{\omega}(r) = \frac{N_0}{V} \left[ \exp\left(-\frac{z^2}{L^2} - \frac{\rho^2}{d^2}\right) \right]^{\omega/\omega_0},$$

где  $d$  – длина перетяжки лазерного пучка,  $L$  зависит как от конфокального параметра лазерного пучка, так и пространственного распределения плотности среды.

Представленная модель учета отклика плазменной среды позволяет качественно установить влияние дисперсионных эффектов на вид фотоэмиссионного спектра отклика среды. Известно, что в случае нейтральной газовой среды показатель преломления изменяется значительно в видимой части спектра, а также в ближнем УФ диапазоне и практически равен единице в области ВУФ и рентгеновского излучения. С другой стороны, в случае полностью ионизованной среды, фазовая расстройка возникает в результате наличия дисперсии в плазме. Действительно, в данном случае, показатель преломления имеет вид:

$$n(\omega) \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega^2} \left( 1 + \frac{1}{1 - \omega_{0II}^2/\omega^2} \right).$$

В этом случае восприимчивость отрицательна как для лазерного импульса, так и для излучения гармоник высокого порядка. Длина когерентности  $L_c$  может быть получена с учетом следующего соотношения  $\frac{\omega}{c} L_c \Delta n = \pi$ , где  $\Delta n = n(\omega) - n(\omega_0)$ , которая в околоатомных лазерных полях имеет вид  $\Delta n \approx \omega_p^2 / 2\omega_0^2$ . Следовательно, длина когерентности определяется следующим выражением

$$L_c = \frac{4\pi^2}{h\lambda_0} \left( \frac{\omega_p}{c} \right)^{-2}.$$

Видно, что она обратно пропорциональна порядковому номеру гармоники  $h$ . Однако, следует заметить, что в виду неравномерного распределения интенсивности лазерного импульса в области взаимодействия (за счет его фокусировки), эффективная длина взаимодействия (а следовательно, и длина когерентности) зависит от номера гармоники  $h$ :  $L_\omega = L/\sqrt{h}$ .

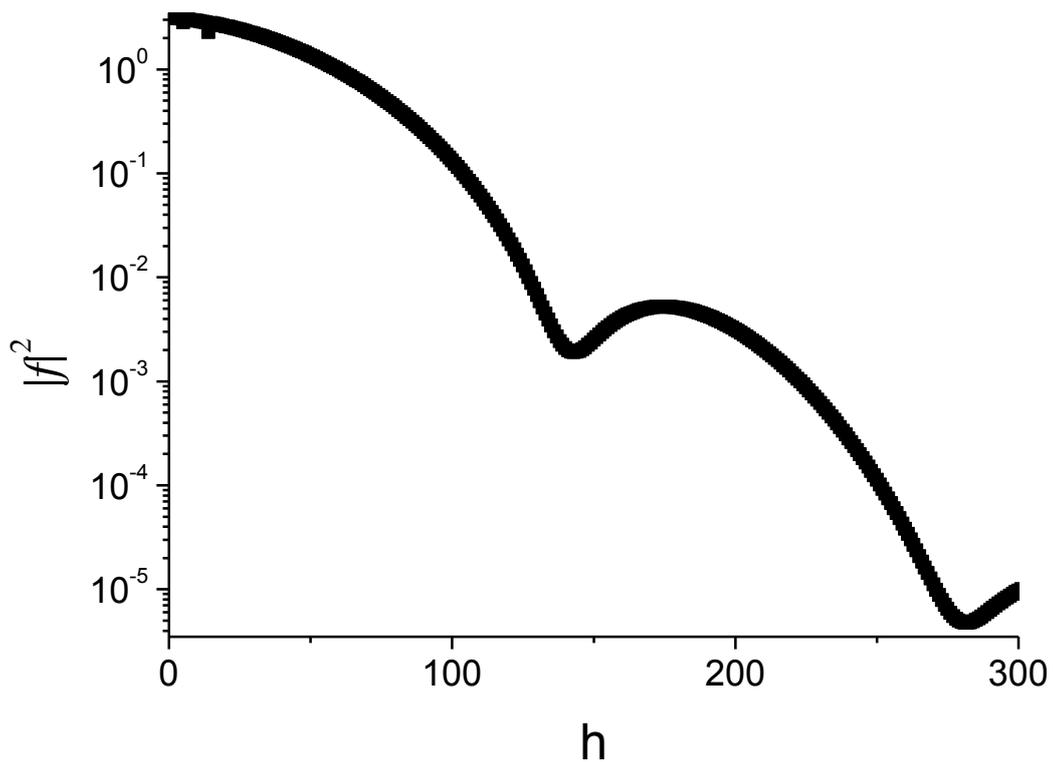
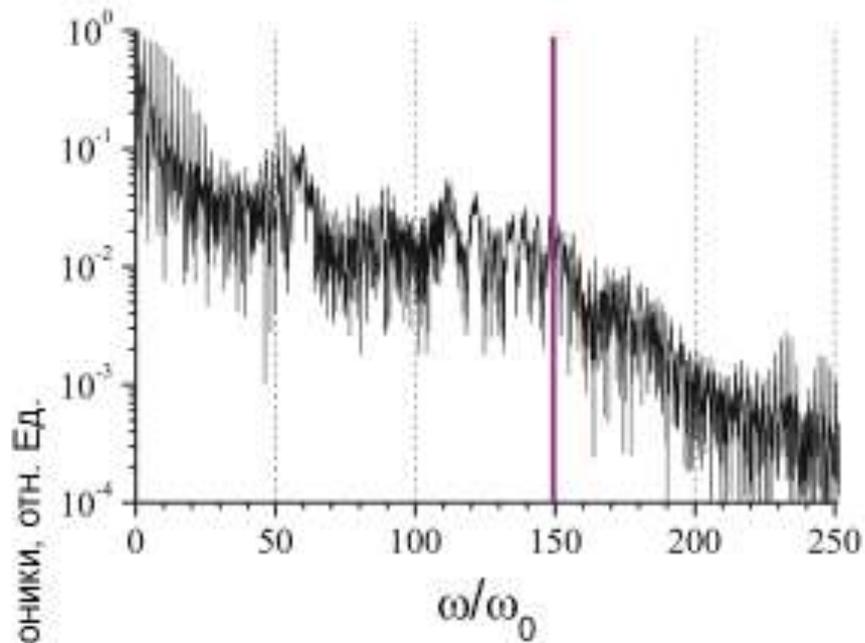


Рис 3.7. Вид функции  $|f(\vec{k}, \vec{k}_0)|^2$ , рассчитанный для конкретных экспериментальных условий, представленных в [296].

Таким образом, дисперсионные свойства распределенного ансамбля атомов могут значительно изменить фотоэмиссионный спектр отклика одиночного атома. С учетом конкретных экспериментальных условий, описанных в [296] для каждой величины интенсивности лазерного импульса мы рассчитали функцию  $|f(\vec{k}, \vec{k}_0)|^2$ , учитывая нелинейную зависимость вероятности ионизации от интенсивности лазерного поля [A29]. Типичный вид форм-фактора среды  $|f(\vec{k}, \vec{k}_0)|^2$  представлен на рис. 3.7. Видно, что она немонотонно зависит от номера гармоники. Из рис. 3.7 можно сделать вывод, что дисперсионные эффекты среды существенно подавляют высокие гармоники поля, генерируемые отдельным атомом. Отметим, что вид зависимости форм-фактора от порядкового номера гармоники сильно зависит

от плотности ионизационной среды, в случае ее уменьшения, подавление высоких гармоник значительно уменьшается.

а)



б)

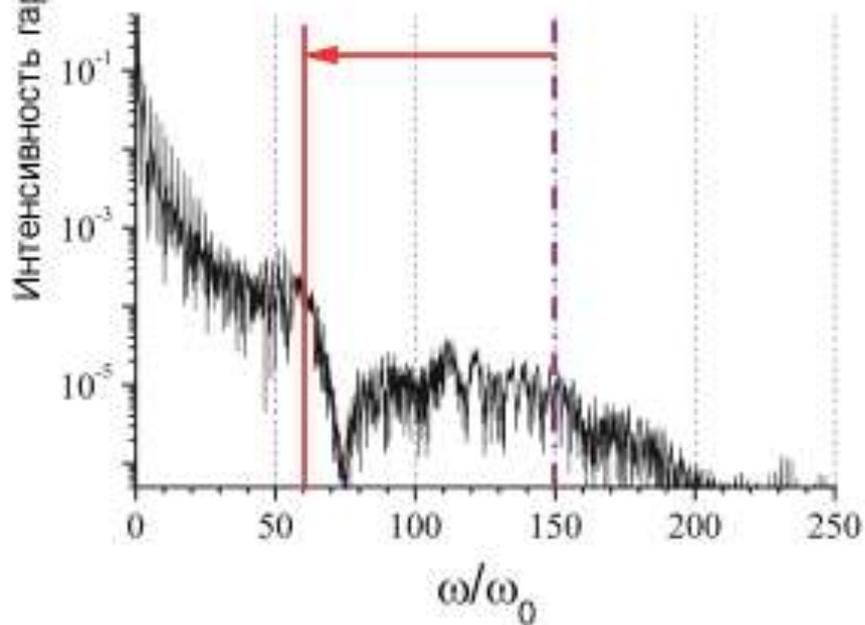


Рис. 3.8. Сравнение фотоэмиссионных спектров, генерируемых одиночным атомом серебра (а) и протяженным ансамблем атомов серебра (б).

На рисунке 3.8 в сравнении показан фотоэмиссионный спектр отклика одиночного атома (рисунок 3.8 а) и отклик пространственно распределенного ансамбля атомов (рисунок 3.8 б). При расчете  $|f(\vec{k}, \vec{k}_0)|^2$  чтобы учесть

временную зависимость вероятности ионизации, мы провели усреднение по  $0 \leq p \leq 1$ . Рис. 3.8 наглядно демонстрирует, что частота отсечки, рассчитанная для ансамбля атомов, находится в более длинноволновой части спектра, по сравнению с положением частоты отсечки фотоэмиссионных спектров атомов, рассчитанных для одиночного атома.

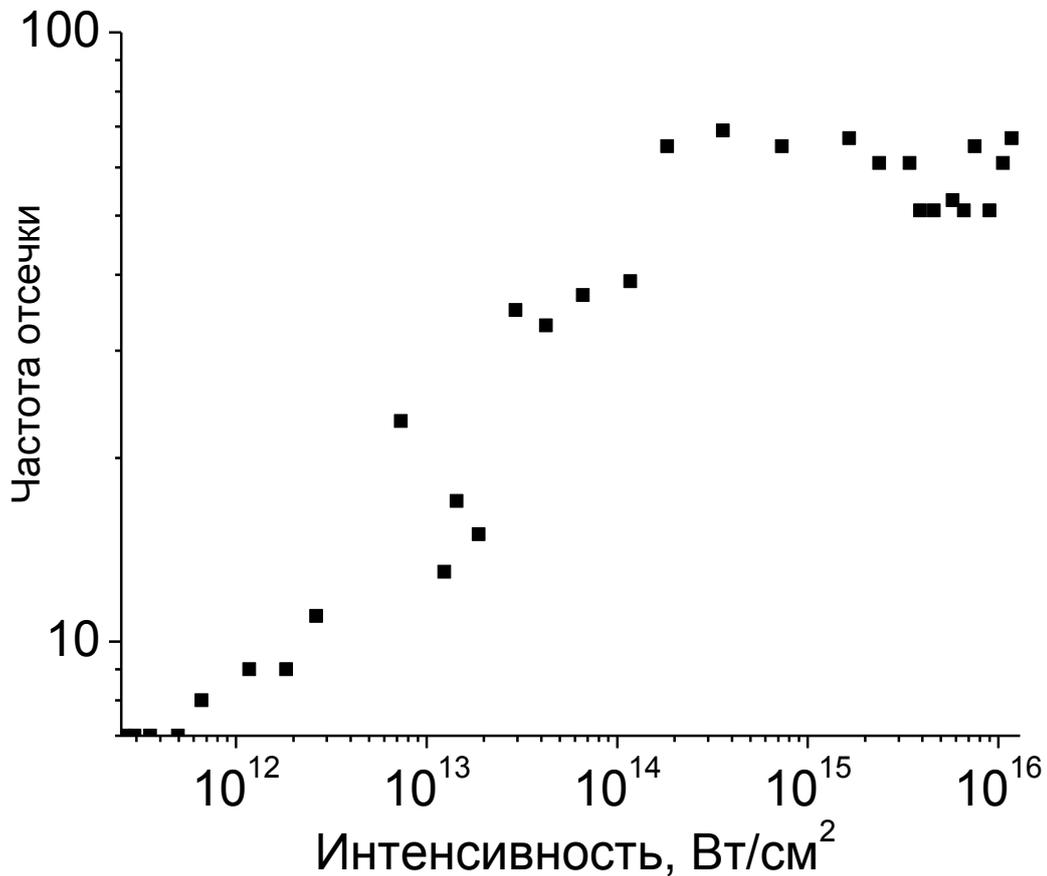


Рис. 3.9. Зависимость частоты отсечки от интенсивности лазерного поля, вычисленная для ансамбля атомов серебра.

Используя вышеописанные рассуждения, мы построили зависимость отклика ансамбля атомов серебра, взаимодействующего с интенсивным лазерным полем Ti:Sa лазера от величины интенсивности лазерного поля. Она представлена на рис. 3.9. Видно, что максимальный номер гармоники, полученной протяженной средой существенно меньше максимального номера гармоники, полученного одиночным атомом. Полученные зависимости находят количественное согласие с соответствующими экспериментальными результатами, опубликованными в [296, A24]. Таким образом, проведенные рассуждения позволили согласовать теоретические расчеты и

экспериментально полученную зависимость не только величины частоты отсечки, но и значение поля, при котором указанная зависимость начинает насыщаться.

Таким образом, было рассмотрено влияние величины напряженности лазерного излучения на параметры фотоэмиссионного спектра отклика атома (в первую очередь, на эффективность генерации гармоник и ширину спектра). Исследуем влияние относительной фазы лазерного излучения.

### *Влияние фазы поля*

Параметр  $\varphi$  (2.62) играет важную роль, когда количество колебаний поля в форме импульса невелико. Действительно, в зависимости от значения фазы меняется относительное положение пика осцилляции поля и огибающей. Если эти положения совпадают, напряженность такого поля будет максимальной, следовательно, нелинейно-оптический отклик атома тоже должен быть большим, чем в случае, когда, например, максимум огибающей импульса соответствует нулевому значению «набивки». Исследуем, при каких длительностях импульса зависимость от фазы пропадает.

На рис. 3.10 представлены фотоэмиссионные спектры, вычисленные при длительностях а)  $\omega\tau = 1$ , б)  $\omega\tau = 5$ , в)  $\omega\tau = 10$ , г)  $\omega\tau = 20$  и при двух значениях фаз  $\varphi = 0$  и  $\varphi = \pi/2$ . В расчетах предполагалось, что атом серебра взаимодействует с излучением Ti:Sa лазера, амплитуда поля которого равна  $\mu_0 = 0.1$ . В правых верхних углах рисунков изображены временные профили поля. В случае, когда импульс состоит из одной гармоники поля (рис. 3.10 а), фаза поля оказывает сильное влияние на фотоэмиссионный спектр. При возрастании длительности импульса различия в спектрах уменьшаются. Причем, они сначала исчезают в области низких гармоник поля, различия же в области высоких гармоник поля сохраняются (рис. 3.10 б). Таким образом, высокие гармоники несут большую информацию о фазе поля. Это объясняется тем, что высокие гармоники генерируются тем эффективнее, чем больше амплитуда колебаний электрона во внутриатомном потенциале. Амплитуда

колебаний электрона пропорциональна мгновенному значению поля, которое зависит от величины  $\varphi$ .

При дальнейшем возрастании длительности импульса (см. рис. 3.10 в) и г)) исчезают различия и в коротковолновой части спектра отклика атома. Таким образом, можно считать, что при  $\omega\tau = 10$  влияние фазы поля исчезает в широкой области фотоэмиссионного спектра.

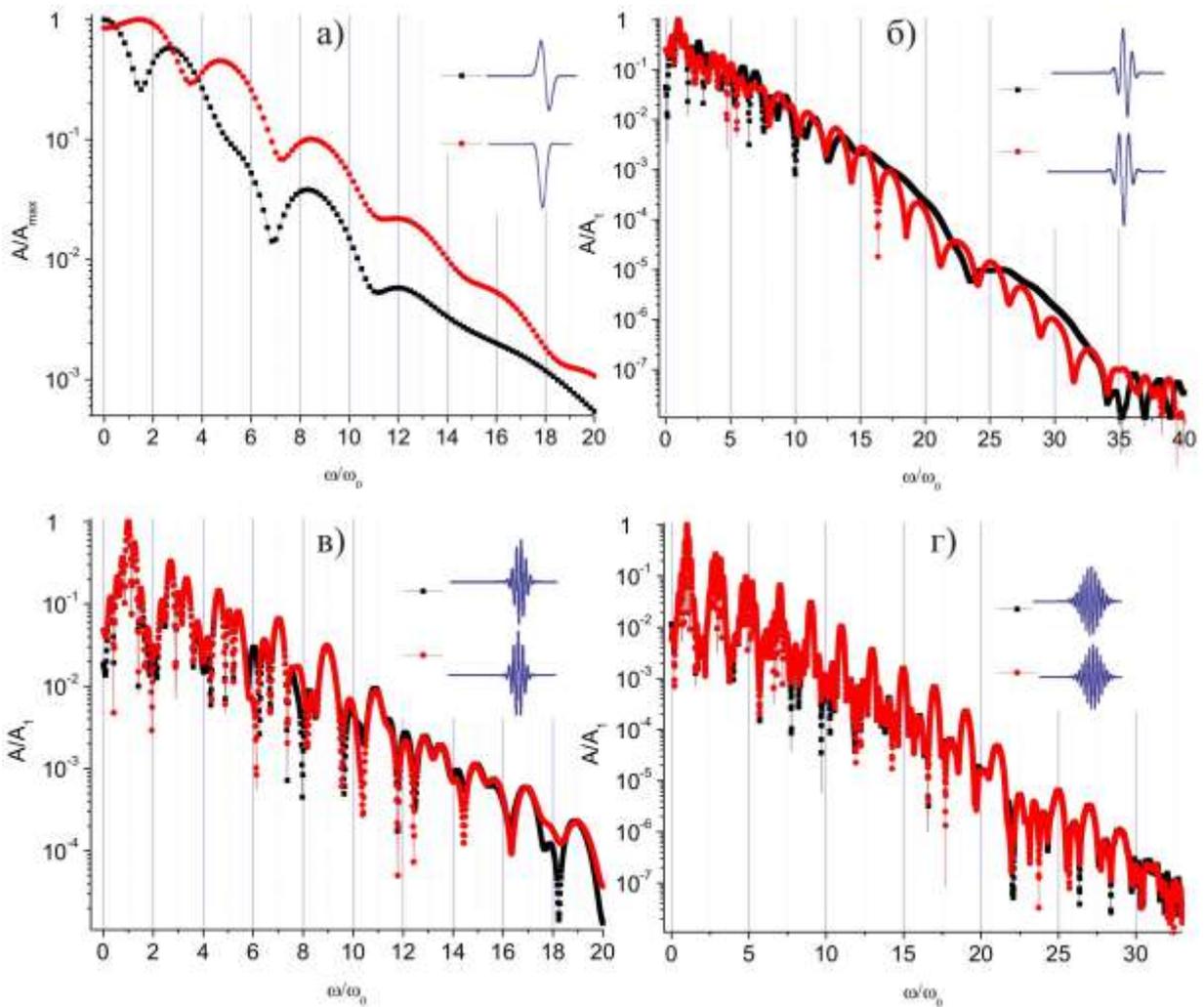


Рис. 3.10. Фотоэмиссионные спектры отклика атома серебра, вычисленные при длительностях а)  $\omega\tau = 1$ , б)  $\omega\tau = 5$ , в)  $\omega\tau = 10$ , г)  $\omega\tau = 20$ . Во всех случаях амплитуда поля составляет  $\mu_0=0.1$ .

### 3.1.3. Отклик атома на воздействие двух линейно поляризованных импульсов

Обратимся к обсуждению отклика одиночного атома на воздействие многочастотного лазерного поля. Даже в случае добавления второго поля, количество управляющих характеристиками фотоэмиссионного спектра

отклика атома параметров существенно возрастает (2.62): помимо параметров, определяющих одночастотные компоненты полей (амплитуды, длительности импульсов, фазы и чирпы полей, несущие частоты, состояния поляризации), появляются такие параметры, как временная задержка между импульсами, угол между направлениями поляризаций компонент поля, отношения амплитуд и частот, спиральности. Исследуем влияние параметров поля на моделях атомов аргона и неона.

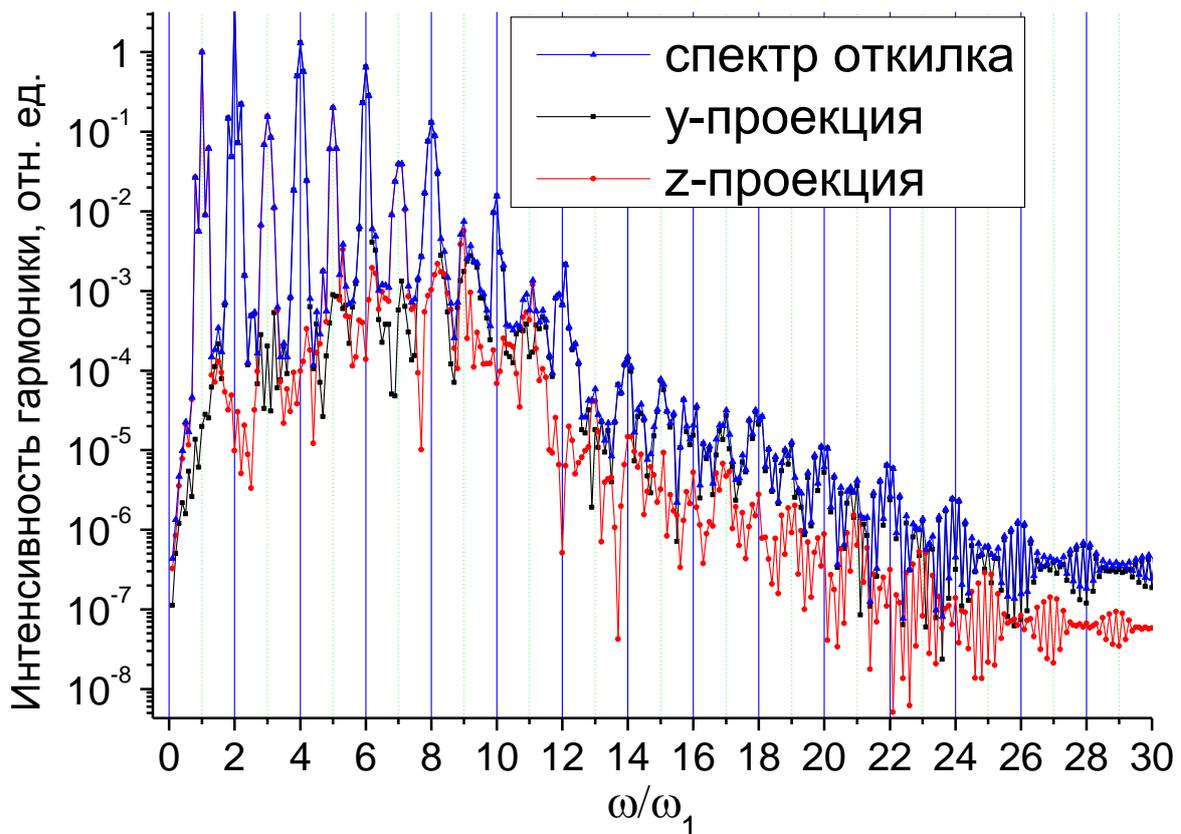


Рис. 3.11. Фотоэмиссионный спектр отклика атома аргона (синяя кривая с треугольниками), и его проекции на перпендикулярные оси (черная кривая с квадратами и красная кривая с кружками), рассчитанный для случая взаимодействия с лазерным полем, параметры которого  $\mu_{01} = 0.1$ ,  $\mu_{02} = 0.1$ ,  $\tau_1 = \tau_2 = 26.6\text{фс}$ ,  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,  $t_{02} - t_{01} = 0$ .

Типичный спектр фотоэмиссионного отклика атома, полученный для двухчастотного поля, образованного линейно поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера, представлен на рис. 2.18. Он вычислен для следующих значений параметров поля

$\mu_{01} = 0.1$ ,  $\mu_{02} = 0.1$ ,  $\tau_1 = \tau_2 = 26.6\text{фс}$ ,  $\theta = \frac{21\pi}{48}$ ,  $t_{02} - t_{01} = 0$ . Как мы отмечали в §2.5,

фотоэмиссионный спектр отклика атома представляет собой последовательность четных и нечетных гармоник поля, причем, как четные, так и нечетные гармоники присутствуют в проекциях фотоэмиссионного спектра на перпендикулярные оси.

На рис. 3.11 представлен фотоэмиссионный спектр отклика атома (зеленая кривая с треугольниками) и его две проекции на перпендикулярные оси (черная кривая с квадратами и красная кривая с кружками), одна из которых совпадает как с направлением углового момента атома, так и с направлением поляризации излучения на основной частоте (ось  $z$ ). Направление поляризации второй гармоники совпадает с осью  $x$ . Фотоэмиссионный спектр отклика атома рассчитан для случая двухчастотного поля, образованного линейно-поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера ( $\mu_{01} = 0.1$ ,  $\mu_{02} = 0.1$ ,  $\tau_1 = \tau_2 = 26.6 fs$ ,  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,  $t_{02} - t_{01} = 0$ ).

Видно, что в случае ортогонально поляризованных полей нечётные гармоники, в основном, имеют направление поляризации, совпадающее с направлением поляризации компоненты поля на фундаментальной частоте, а четные гармоники - в основном, имеют направление поляризации, совпадающее с направлением поляризации компоненты поля на удвоенной частоте. Тем не менее, эффекты кросс-действий ясно демонстрируют себя в средней части представленного спектра: генерируемые в этой области спектра гармоники имеют обе ненулевые проекции на перпендикулярные оси. Такое распределение направлений поляризаций компонент фотоэмиссионного спектра, генерируемого в ортогональных двухчастотных полях, демонстрируется в [297-298]. В то же время в случае неортогонально поляризованных импульсов (рис. 2.18), эффекты смешивания проявляются в любой части фотоэмиссионного спектра. Как будет продемонстрировано в §3.2, увеличение амплитуд компонент двухчастотного поля приводит в росту нелинейного отклика атома в целом, и росту эффектов кросс-действий в частности, что приводит не только к наличию интенсивных проекций как

четных, так и нечетных гармоник на перпендикулярные оси, так и к генерации эллиптически поляризованных гармоник.

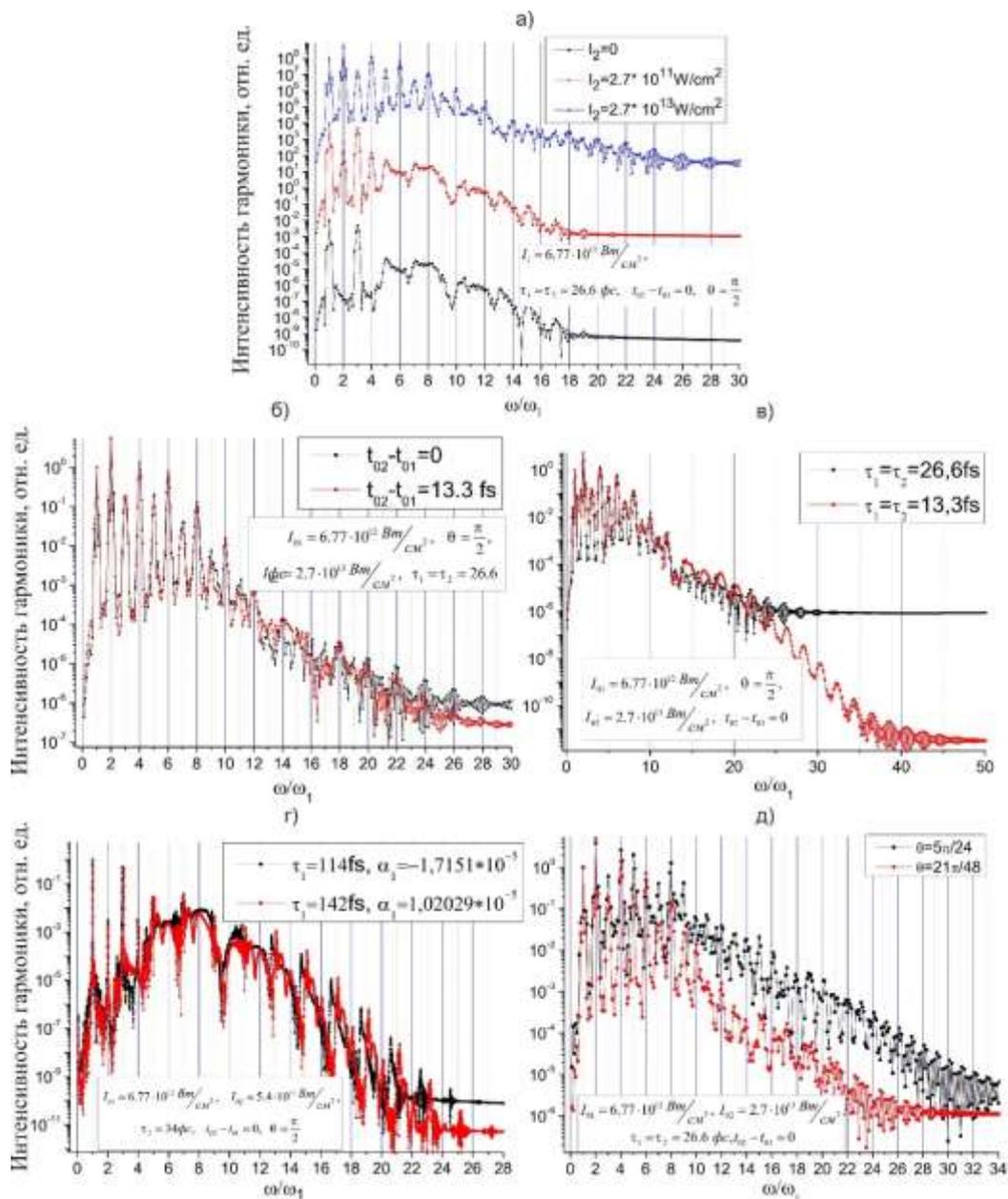


Рис. 3.12. Фотоэмиссионные спектры отклика атома аргона, взаимодействующего с двухчастотным лазерным полем, образованным линейно поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера: (а)  $\mu_{02} = 0$  (черная кривая с квадратами),  $\mu_{02} = 0.01$  (красная кривая с кружками),  $\mu_{02} = 0.1$  (синяя кривая с треугольниками); (б)  $t_{02} - t_{01} = 13.3\text{фс}$  (красная кривая с кружками),  $t_{02} - t_{01} = 0$  (черная кривая с квадратами); (в)  $\tau_1 = \tau_2 = 26.6\text{фс}$  (черная кривая с квадратами),  $\tau_1 = \tau_2 = 13.3\text{фс}$  (красная кривая с кружками); (г)  $\alpha_1 = 1.02029 \cdot 10^{-5}$  (красная кривая с кружками),  $\alpha_1 = -1.7151 \cdot 10^{-5}$  (черная кривая с квадратами); (е)  $\theta = 5\pi/24$  (черная кривая с квадратами),  $\theta = 21\pi/48$  (красная кривая с кружками). Остальные параметры представлены во вставках к соответствующим спектрам.

Влияние основных параметров двухчастотного поля на вид фотоэмиссионного спектра отклика атома, возникающего при воздействии двухчастотного поля, продемонстрировано на рис. 3.12. В каждом из представленных сравнительных фотоэмиссионных спектров варьируется один из параметров поля при сохранении неизменными остальных параметров. Так, на рис. 3.12 а представлены 3 спектра, рассчитанные для 3 значений амплитуды второй гармоники:  $\mu_{02} = 0$  (черная кривая с квадратами),  $\mu_{02} = 0.01$  (красная кривая с кружками),  $\mu_{02} = 0.1$  (синяя кривая с треугольниками). Остальные параметры двухчастотного поля имеют вид  $\mu_{01} = 0.1$ ,  $\tau_1 = \tau_2 = 26.6\phi c$ ,  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,  $t_{02} - t_{01} = 0$ . Спектр, рассчитанный для  $\mu_{02} = 0$  состоит из нечетных гармоник поля. Четные гармоники спектра, рассчитанного для  $\mu_{02} = 0.01$ , меньше нечетных гармоник. Интенсивности четных и нечетных гармоник поля становятся соразмерными при дальнейшем увеличении поля (см. синюю кривую с треугольниками). Важно отметить, что ширина спектра в последнем случае больше (по сравнению с предыдущими случаями). Это связано как с дополнительным нарушением симметрии поля, которое обычно возникает в двухчастотных лазерных полях и является причиной генерации четных гармоник поля, так и с возрастанием общей нелинейности отклика атома за счет большей энергии лазерного поля. Указанная динамика относительных интенсивностей четных и нечетных гармоник вполне предсказуема. Рис. 3.12 а представлен для дополнительной верификации получаемых результатов.

Влияние вариации временной задержки между импульсами представлено на рис. 3.12 б, на котором представлены фотоэмиссионные спектры, рассчитанные для  $t_{02} - t_{01} = 13.3\phi c$  (красная кривая с кружками),  $t_{02} - t_{01} = 0$  (черная кривая с квадратами). Остальные параметры двухчастотного поля имеют вид:  $\mu_{01} = 0.1$ ,  $\mu_{02} = 0.1$ ,  $\tau_1 = \tau_2 = 26.6\phi c$ ,  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . Расчеты показывают, что временная задержка между импульсами слабо меняет форму спектра, если время задержки меньше, чем временная ширина импульса. Существует только

небольшая разница в области высоких гармоник,  $N \geq 20$ . Вместе с тем, расчет с меньшим по величине изменением временной задержки между импульсами демонстрирует существенное влияние этого параметра на эффективность генерации гармоник. На рис. 3.13 представлены зависимости нормированных интенсивностей 5-ой (черная кривая с квадратами), 6-ой (красная кривая с кружками) и 18-ой (синяя кривая с треугольниками) гармоник от величины временной задержки между импульсами. Расчет проводился для следующих параметров двухчастотного поля, образованного линейно поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера:  $\mu_{01} = 0.1, \mu_{02} = 0.0147, \tau_1 = \tau_2 = 26.6\text{фс}, \theta_0 = 0$ . Видно, что эффективность генерации гармоники зависит от величины временной задержки между импульсами как периодическая функция, причем для всех гармоник период осцилляций равен  $660 \text{ ас}$ . Период осцилляций в точности совпадает с величиной, равной половине периода осцилляций поля на частоте второй гармоники. Это значение вполне предсказуемое, поскольку временная зависимость двухчастотного лазерного поля будет повторяться при изменении временной задержки на эту величину (в предположении большого количества осцилляций поля в импульсе). Важно отметить, что для каждой гармоники зависимость от временной задержки уникальна. Так, зависимости, рассчитанные для 18-ой и 6-ой гармоник, в представленных расчетах находятся в «противофазе»: максимум зависимости, рассчитанной для 18-ой гармоники, приходится на минимум зависимости, рассчитанной для 5-ой гармоники. Кроме того, амплитуда осцилляций для высоких гармоник больше. Это связано с меняющейся при изменении временной задержки между импульсам амплитудой двухчастотного поля (см. рис. 4.8). Вместе с тем, зависимость «фазы» указанной периодической зависимости от номера гармоники свидетельствует о конкуренции различных каналов генерации той или иной гармоники: например, 5-я гармоника может являться результатом поглощения 5-ти фотонов первой гармоники лазерного источника, или 2-х фотонов второй гармоники и одного фотона первой гармоники лазера, или,

например, одного фотона 3-ей гармоники и 2-х фотонов первой гармоники лазера. Эффективность этих каналов генерации естественным образом зависит от достижимых величин полей, которые зависят от временной задержки между импульсами (см. рис. 4.8.). Конкуренция возможных каналов генерации заданной гармоники приводит к наличию «фазы» в зависимости интенсивности генерации гармоник от временной задержки между импульсами. Отметим также, что при изменении длины волны лазерного поля, период осцилляций обсуждаемой зависимости также изменится.

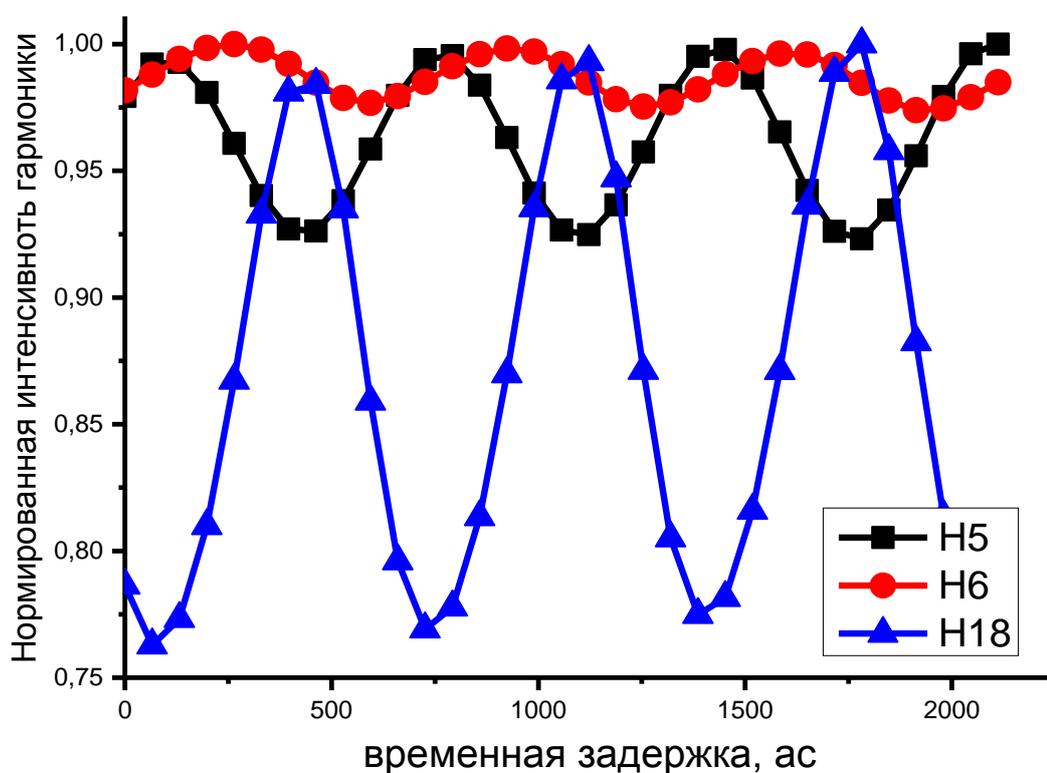


Рис. 3.13. Зависимости нормированных интенсивностей 5-ой (черная кривая с квадратами), 6-ой (красная кривая с кружками) и 18-ой (синяя кривая с треугольниками) гармоник от величины временной задержки между импульсами, рассчитанные для следующих параметров двухчастотного поля, образованного линейно поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера:  $\mu_{01} = 0.1, \mu_{02} = 0.0147, \tau_1 = \tau_2 = 26.6\text{фс}, \theta_0 = 0$ .

Влияние вариации длительности импульсов представлено на рис. 3.12 в: черной кривой с квадратами обозначен фотоэмиссионный спектр отклика атома, рассчитанный при  $\tau_1 = \tau_2 = 26.6\text{фс}$ , красной кривой с кружками обозначен фотоэмиссионный спектр отклика атома, рассчитанный при

$\tau_1 = \tau_2 = 13.3\phi c$ . Остальные параметры двухчастотного поля имеют вид  $\mu_{01} = 0.1$ ,  $\mu_{02} = 0.1$ ,  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,  $t_{02} - t_{01} = 0$ . Видно, что из-за большей спектральной ширины импульсов при меньшей временной длительности, ширина гармоник, рассчитанных для  $\tau_1 = \tau_2 = 13.3\phi c$  больше ширины гармоник, рассчитанных для  $\tau_1 = \tau_2 = 26.6\phi c$ . В виду большой спектральной ширины лазерных импульсов при  $\tau_1 = \tau_2 = 13.3\phi c$  в высокочастотной части фотоэмиссионных спектров отклика атома четные и нечетные гармоники «сливаются», образуя спектр, похожий на спектр суперконтинуума [299]. В месте с тем, в фотоэмиссионном спектре отклика атома, рассчитанного для более длинных лазерных импульсов, четные и нечетные гармоники могут быть спектрально разрешены во всем наблюдаемом спектральном диапазоне.

Влияние чирпа на фотоэмиссионные спектра отклика атома иллюстрируется на рис. 3.12 г, где представлены спектры, рассчитанные для положительного  $\alpha_1 = 1.02029 \cdot 10^{-5}$  (красная кривая с кружками), и отрицательного  $\alpha_1 = -1.7151 \cdot 10^{-5}$  (черная кривая с квадратами) чирпа. В расчетах предполагалась вариация величины чирпа на основной частоте лазера, вторая гармоника двухчастотного поля предполагалась нечирпированной. Остальные параметры поля имеют вид  $\mu_{01} = 0.1$ ,  $\mu_{02} = 0.0141$ ,  $\tau_2 = 34\phi c$ ,  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,  $t_{02} - t_{01} = 0$ . Расчеты показывают, что влияние чирпа поля наиболее интенсивное в коротковолновой части генерируемого фотоэмиссионного спектра. Положение гармоник в низкочастотной части спектра существенно не зависит от чирпа поля.

На рис. 3.12 д представлены фотоэмиссионные спектры, рассчитанные для двух разных углов между направлениями поляризаций падающих лазерных импульсов на частотах  $\omega$  и  $2\omega$ :  $\theta = 5\pi/24$  (черная кривая с квадратами),  $\theta = 21\pi/48$  (красная кривая с кружками). Другие параметры лазерного поля имеют вид  $\mu_{01} = 0.1$ ,  $\mu_{02} = 0.1$ ,  $\tau_1 = \tau_2 = 26.6\phi c$ ,  $\theta_0 = 0$ . Оба спектра содержат как четные, так и нечетные гармоники лазерного поля.

Можно видеть, что интенсивность гармоник  $N > 10$  отличается друг от друга до нескольких порядков. Таким образом, изменение ориентации векторов поляризации падающих импульсов является одним из наиболее эффективных методов управления параметрами гармоник высокого порядка. Важно отметить, что изменение угла между компонентами двухчастотного поля не меняет общую энергию двухчастотного поля, а лишь перераспределяет ее в плоскости поляризации. Причиной столь значительного изменения параметров - в зависимости матричных элементов оператора  $\hat{V}$  (2.33), составных матричных элементов (2.43-2.44), которые определяют динамику населенности уровней атома, и, наконец, матричных элементов тока атомного отклика (2.51) от угла между поляризациями двухчастотного лазерного поля.

Численные расчеты влияния параметров лазерного поля на фотоэмиссионный спектр отклика атома проведены также для случая экстремально коротких лазерных импульсов. На рис. 3.14 а-г представлено сравнение спектров, вычисленных при варьировании одного из параметров и неизменных значениях других параметров. На рис. 3.14 а спектры получены при следующих неизменных параметрах поля:  $\mu_{01} = \mu_{02} = 0.1, \tau_1 = 4.25$  фс,  $t_{01} - t_{02} = 0, \theta = 3\pi/8$ , а длительность второго импульса в первом случае составляла  $\tau_2 = 3.8$  фс (квадратики), во втором  $\tau_2 = 1.3$  фс (кружки). Из рис. 3.14 а видно, что лазерному импульсу большей длительности отвечают более высокие значения эффективности преобразования как в коротковолновую, так и в длинноволновую области спектра. Учитывая абсолютные значения длительности импульсов, которые соответствуют импульсам в несколько периодов оптических колебаний, такая зависимость вполне объяснима. Импульсу большей длительности (при неизменных других параметрах лазерного поля) отвечает большая энергия лазерного поля, поэтому он приводит к большему изменению величины населенности возбужденных уровней.

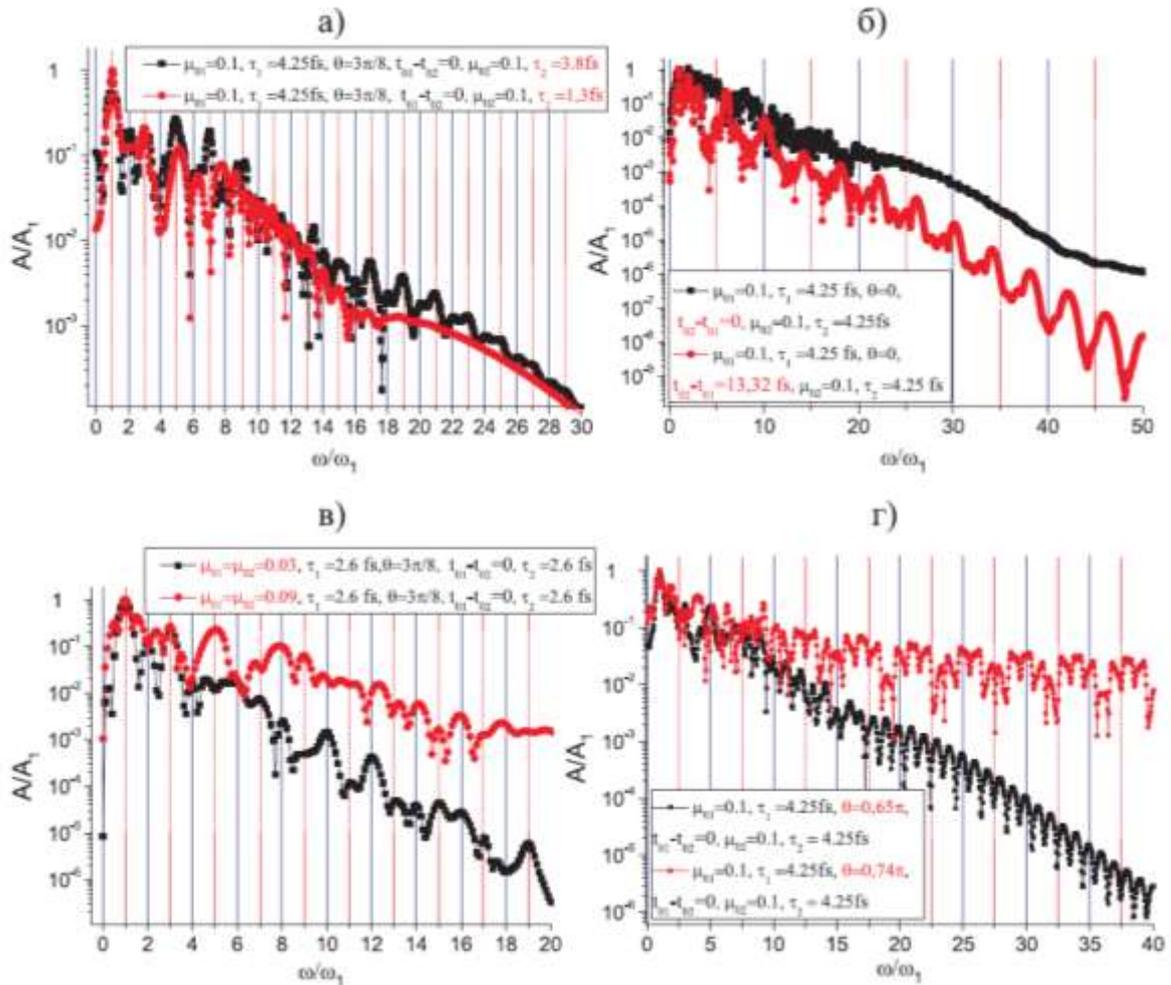


Рис. 3.14: Спектр отклика атома аргона, рассчитанный при различных значениях параметров лазерного поля: а)  $\mu_{01} = \mu_{02} = 0.1, \tau_1 = 4.25$  фс,  $t_{01} - t_{02} = 0, \theta = 3\pi/8, \tau_2 = 3.8$  фс (квадратики),  $\tau_2 = 1.3$  фс (кружки), б)  $\mu_{01} = \mu_{02} = 0.1, \tau_1 = \tau_2 = 4.25$  фс,  $\theta = 0, t_{02} - t_{01} = 0$  (квадратики),  $t_{02} - t_{01} = 13.32$  фс (кружки), в)  $\tau_1 = \tau_2 = 2.6$  фс,  $t_{01} - t_{02} = 0, \theta = 3\pi/8, \mu_{01} = \mu_{02} = 0.03$  (квадратики),  $\mu_{01} = \mu_{02} = 0.09$  (кружки), г)  $\mu_{01} = \mu_{02} = 0.1, \tau_1 = \tau_2 = 4.25$  фс,  $\theta = 0.65\pi$  (кривая с квадратами) и  $\theta = 0.74\pi$  (кривая с кружками).

Спектры, представленные на рис. 3.14 б, получены при следующих неизменных параметрах импульсов:  $\mu_{01} = \mu_{02} = 0.1, \tau_1 = \tau_2 = 4.25$  фс,  $\theta = 0$ , временная задержка между импульсами в первом случае равна нулю (квадратики), во втором составляет величину  $t_{02} - t_{01} = 13.32$  фс (кружки). Видно, что в случае полной временной синхронизации импульсов генерация гармоник происходит более эффективно. Это связано с тем, что при использованной во втором случае временной задержке импульсы не перекрываются, поэтому атом взаимодействует с последовательностью

одиночных импульсов лазерного поля. В первом же случае, напряженности полей суммируются, и существуют моменты времени, когда они конструктивно складываются, увеличивая эффективную интенсивность падающего поля и нелинейность взаимодействия.

На рис. 3.14 в представлены спектры, полученные при следующих неизменных параметрах поля:  $\tau_1 = \tau_2 = 2.6$  фс,  $t_{01} - t_{02} = 0$ ,  $\theta = 3\pi/8$ , а амплитуда импульсов лазерного поля в первом случае составляла  $\mu_{01} = \mu_{02} = 0.03$  (квадратики), во втором  $\mu_{01} = \mu_{02} = 0.09$  (кружки). Из анализа рис. 3.14 в видно, что чем выше амплитуда лазерных импульсов, тем выше амплитуда спектральных компонент поля отклика атома как в длинноволновой, так и коротковолновой частях спектра. Этот факт также легко объясняется анализом матричных элементов оператора  $\hat{V}$  (см. п. 2.1.4), поскольку чем выше интенсивность лазерного поля, тем более нелинейными становятся матричные элементы, соответственно, тем большее количество состояний атома эффективно возбуждаются и вносят заметный вклад в отклик атома.

На рис.3.14 г представлены спектры отклика атома, вычисленные при одинаковых значениях амплитуд напряженности компонент поля ( $\mu_{01} = \mu_{02} = 0.1$ ), длительности импульсов ( $\tau_1 = \tau_2 = 4,25$  фс), но при различных углах между поляризациями:  $\theta = 0.65\pi$  (кривая с квадратами) и  $\theta = 0.74\pi$  (кривая с кружками). Из анализа рис. 3.14 г видно, что изменение угла между поляризациями компонент двухцветного поля приводит к качественному изменению отклика атома как в коротковолновой области (эффективность выхода высоких гармоник в случае, когда  $\theta = 0.74\pi$  существенно выше), так и в длинноволновой (эффективность выхода излучения на нулевой гармонике поля в случае, когда  $\theta = 0.65\pi$  ниже).

Отметим, что на рис. 3.14 приведены значения амплитуд векторного потенциала, который фигурирует в уравнении Шредингера (2.1) и потому непосредственно определяет функциональную зависимость решений этого

уравнения. Поскольку  $|E_{n\omega}| = n\omega|A_{n\omega}|/c$ , то, например, амплитуда напряженности поля на частоте второй гармоники вдвое выше амплитуды векторного потенциала на частоте второй гармоники.

Результаты, представленные на рис. 3.12 д и 3.14 г, позволяют сделать вывод, что изменение угла между направлениями векторов поляризации компонент двухцветного лазерного поля является наиболее эффективным методом управления спектром высоких оптических гармоник.

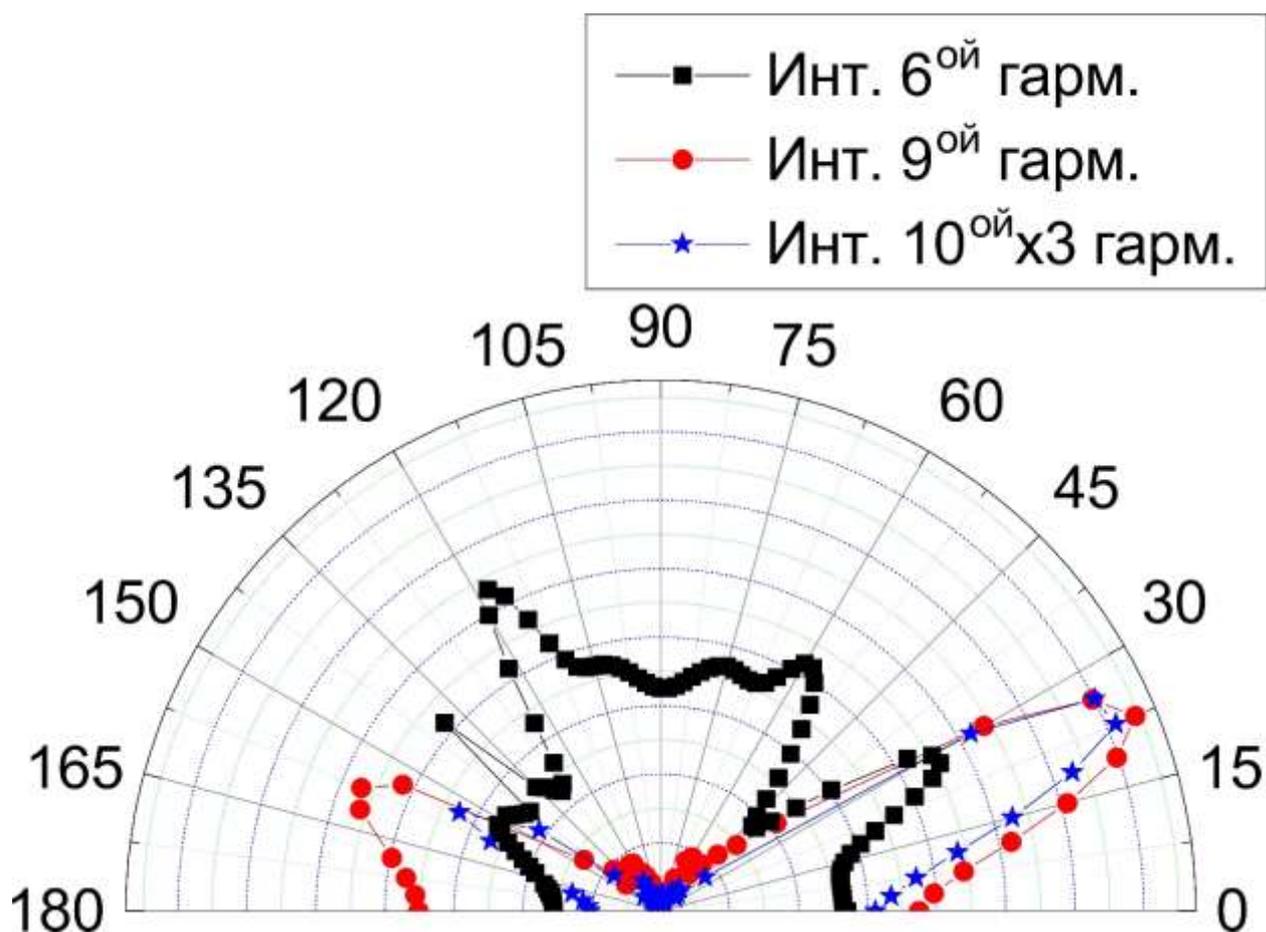


Рис. 3.15: Эффективность генерации шестой (черная кривая с квадратами), девятой (красная кривая с кружками) и десятой гармоник (синяя кривая со звездочками) гармоник в зависимости от угла между векторами поляризации компонент двухцветного лазерного поля. Расчет проводился для следующих значения параметров поля:  $\mu_{01} = \mu_{02} = 0.1, \tau_1 = \tau_2 = 26.6$  фс,  $t_{01} - t_{02} = 0$ . Эффективность генерации 10-ой гармоники умножена на коэффициент 3 для более удобного представления.

Дополнительная иллюстрация эффективности метода контроля поляризации приведена на рис. 3.15, где представлена угловая зависимость эффективности генерации шестой (черная кривая с квадратами), девятой

(красная кривая с кругами), а также десятой (синяя кривая со звездочками) гармоник. Расчеты выполнены для следующих параметров двухчастотного лазерного поля, образованного линейно поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера:  $\mu_{01} = \mu_{02} = 0.1, \tau_1 = \tau_2 = 26.6$  фс,  $t_{01} - t_{02} = 0$ . Видно, что амплитуды гармоник зависят нелинейно и немонотонно от угла между направлениями поляризации компонент поля из-за нелинейной зависимости матричных элементов от угла. Следовательно, путем изменения этого угла, можно оптимизировать эффективность генерации выделенных гармоники или группой гармоник.

### **3.1.4. Природа генерации гармоник высокого порядка**

В п. 3.1.2 и 3.1.3 представлены результаты численных расчетов параметров фотоэмиссионного спектра отклика атома, вычисленных при использовании двух модельных атомов: модельная структура атома серебра учитывала вклад динамики населенностей квазиуровней непрерывного спектра атома, в то время, как модельная структура атома аргона не учитывала вклады движения населенностей по квазиуровням непрерывного спектра атома. В то же время, в обоих рассматриваемых моделях генерировались гармоники достаточно высокого порядка: фотоэмиссионный спектр отклика атома аргона не ограничивался подбарьерными или околобарьерными гармониками [300-302]. Следовательно, учет влияния квазиуровней непрерывного спектра атома в рамках развиваемого подхода не является необходимым условием генерации гармоник высокого порядка. Это утверждение находится в некотором противоречии с «трехступенчатой» моделью, которая наиболее часто используется для объяснения эффекта генерации гармоник высокого порядка [72, 303]. Действительно, в рамках «трехступенчатой» модели, валентный электрон ионизуется полем внешней электромагнитной волны, набирает энергию в поле, и потом, при смене направления вектора поляризации электромагнитного поля, возвращается к родительскому ядру, рекомбинирует, излучая накопленную энергию в виде

гармоники. Следовательно, ионизация атома является необходимой «ступенью» при генерации гармоник высокого порядка.

Покажем, откуда берутся гармоники в фотоэмиссионном спектре отклика атома. Для простоты, рассмотрим случай взаимодействия атома с одночастотным лазерным полем. Рассмотрим случай слабых полей, когда наиболее населенными будут основное и первое возбужденное состояние атома, связанное с основным состоянием дипольно разрешенным переходом. Рассмотрим модель двухуровневого атома на примере атома водорода. Тогда формула для тока атомного отклика (2.49) может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} \vec{J}(t) = & i \left( a_{1s}^*(t) a_{1s}(t) \left( V_{1s1s}^{-1}(t) \omega_{1s2p} \vec{d}_{1s2p} V_{2p1s}(t) + V_{1s2p}^{-1}(t) \omega_{2p1s} \vec{d}_{2p1s} V_{1s1s}(t) \right) + \right. \\ & + a_{1s}^*(t) a_{2p}(t) \left( V_{1s1s}^{-1}(t) \omega_{1s2p} \vec{d}_{1s2p} V_{2p2p}(t) + V_{1s2p}^{-1}(t) \omega_{2p1s} \vec{d}_{2p1s} V_{1s2p}(t) \right) + \\ & + a_{2p}^*(t) a_{1s}(t) \left( V_{2p2p}^{-1}(t) \omega_{2p1s} \vec{d}_{2p1s} V_{1s1s}(t) + V_{2p1s}^{-1}(t) \omega_{1s2p} \vec{d}_{1s2p} V_{2p1s}(t) \right) + \\ & \left. + a_{2p}^*(t) a_{2p}(t) \left( V_{2p2p}^{-1}(t) \omega_{2p1s} \vec{d}_{2p1s} V_{1s2p}(t) + V_{2p1s}^{-1}(t) \omega_{1s2p} \vec{d}_{1s2p} V_{2p2p}(t) \right) \right), \end{aligned} \quad (3.15)$$

где  $a_\alpha(t)$  амплитуда населенности уровня ( $\alpha = 1s, 2p$ ), матричный элемент дипольного момента, рассчитанный для перехода между уровнями  $\alpha$  и  $\beta$ . Видно, что ток атомного отклика (3.15) определяется матричными элементами  $V_{\alpha\beta}(t)$ , амплитудами населенностей уровней  $a_\alpha^*(t) a_\beta(t)$  и может быть представлен как сумма 4 блоков, имеющих одинаковую структуру. В слабых полях, населенность основного состояния существенно больше населенности первого возбужденного уровня атома  $|a_{1s}| \gg |a_{2p}|$ , следовательно первая часть суммы (3.15) будет давать наибольший вклад.

Разложим матричные элементы  $V_{\alpha\beta}(t)$  в ряд по степеням поля. Так, матричный элемент  $V_{1s1s}^{-1}(t)$  будет иметь вид:

$$V_{1s1s}^{-1}(t) \equiv \frac{16}{\left(4 + (\mu_0 \cos(\omega t))^2\right)^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{-n-2} \Gamma(n+3)}{n!} \frac{2 \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{n+1} (\mu_0 \cos(\omega t))^n. \quad (3.16)$$

Матричный элемент  $V_{1s2p}^{-1}(t)$  имеет подобную структуру:

$$V_{1s2p}^{-1}(t) \equiv \frac{384\sqrt{2}\mu_0 \cos(\omega t)}{\left(9 + 4(\mu_0 \cos(\omega t))^2\right)^2} = \quad (3.17)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^{-n-4} \Gamma(n+4) \frac{i(-i)^n (1 - (-1)^n)}{2\sqrt{2}(n+2)n!} (\mu_0 \cos(\omega t))^n.$$

Матричный элемент (3.16) рассчитан между уровнями, обладающими одинаковым угловым моментом  $l$ . Следовательно, пространственная четность начального и конечного состояний одинакова. В результате матричный элемент  $V_{1s1s}^{-1}(t)$  (см. (3.16)) представляет собой набор четных степеней амплитуды лазерного поля ( $n = 2, 4, 6 \dots 2N$ ). С другой стороны, матричные элементы  $d_{\alpha\beta}$  имеют ненулевые значения только для переходов между состояниями противоположной четностью, тогда вторым матричным элементом, «закрывающим» расчет парциального матричного элемента тока должен быть матричный элемент  $V_{\beta\alpha}(t)$ , рассчитанный для перехода между уровнями с различной четностью (см. 3.17), представляющий собой ряд нечетных степеней поля. На рис. 3.16 а и б представлены сумма первых 9 членов разложения матричных элементов (3.16) и (3.17), соответственно. Для наглядности, представлены результаты, вычисленные для двух значений параметра  $\mu_0$ :  $\mu_0 = 0.1$  (кружки) and  $\mu_0 = 2$  (квадраты). Видно, что матричные элементы, вычисленные для перехода между уровнями с одинаковой четностью, представляют собой последовательность четных, а матричные элементы, вычисленные для переходов между уровнями с разной четностью, - последовательность нечетных степеней амплитуды поля ( $n$ ). Кроме того, при малой величине параметра  $\mu_0$  значения вкладов в матричные элементы коэффициентов при степенях поля, резко падают с возрастанием степени. При больших значениях  $\mu_0$ , которые представлены в качестве иллюстрации поведения разложения матричных элементов по степеням поля, это падение происходит существенно медленнее.

Используя разложения (3.16) и (3.17), представим разложение коэффициента при амплитудах населенностей уровней первого блока уравнения (3.15):

$$\begin{aligned}
 j_{1s1s}(t) &= V_{1s1s}^{-1}(t) \omega_{1s2p} d_{1s2p} V_{2p1s}(t) + V_{1s2p}^{-1}(t) \omega_{2p1s} d_{2p1s} V_{1s1s}(t) = \\
 &= \frac{R \gamma a_B q}{81 \hbar \omega} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{3-n} \Gamma(n+3)}{n!(n+1)} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) (\mu_0 \cos(\omega t))^n \cdot \\
 &\cdot \sum_{n'=0}^{\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^{-n'-4} \frac{(-i)^{n'} (1 - (-1)^{n'}) \Gamma(n'+4)}{n'!(n'+2)} (\mu_0 \cos(\omega t))^{n'}.
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Видно, что она представляет собой последовательность нечетных гармоник поля, амплитуда которых зависит от значения параметра  $\mu_0$ . На рис. 3.16 в представлены сумма первых 9 членов разложения (3.18).

Таким образом, мы показали, что парциальные матричные элементы тока (2.50) представляют собой последовательность нечетных гармоник поля в случае одночастотной накачки. Природа генерации гармоник заключается в нелинейностях матричных элементов оператора  $\hat{V}$ , связывающего волновые функции – точные решения краевой задачи «об атоме в поле» (2.4) и краевой задачи свободного атома (2.2). Экспоненциальная зависимость матричного элемента позволяет учитывать все возможные переходы между виртуальными уровнями, соответствующими  $k$ -фотонным переходам, как следствие, развиваемый подход позволяет учесть все возможные нелинейности отклика одиночного атома. Вместе с тем, учет всех возможных  $k$ -фотонных переходов при использовании волновых функций – точных решений краевой задачи «об атоме в поле» позволяет даже в случае доионизационного режима взаимодействия (когда не учитывается динамика населенностей квазиуровней непрерывного спектра атома) учитывать вклад переходов с виртуальных переходов, энергия которых  $k\hbar\omega_0$ , не накладывая никаких ограничений на значение  $k$ . Следовательно, процессы перехода на виртуальный уровень, находящийся выше порога ионизации атома, не являются запрещенными, что показывает, что развитый способ описания генерации гармоник является более фундаментальным, по сравнению с «трехступенчатой» моделью

описания явления генерации гармоник высокого порядка [72], но не противоречит ей.

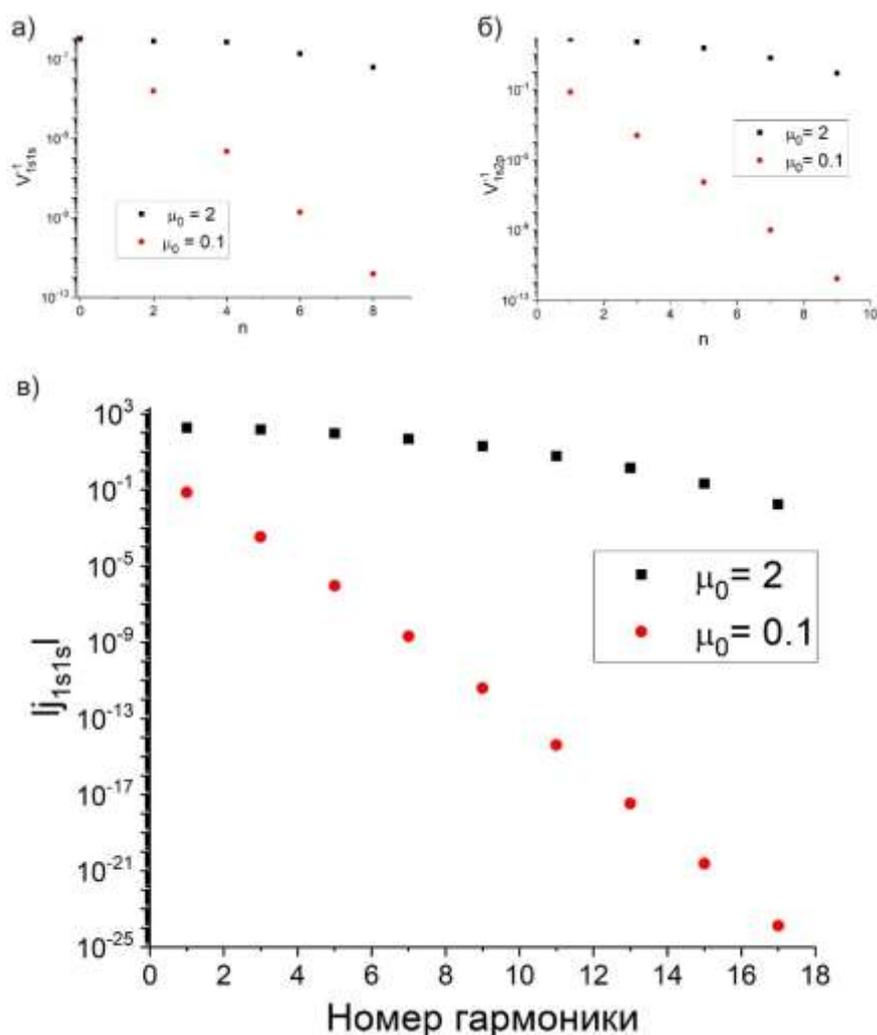


Рис. 3.16: Первые девять составляющих суммы в (3.16) а), (3.17) б) и в (3.18) в) рассчитаны для  $\mu_0 = 0.1$  (кружки) и  $\mu_0 = 2$  (квадраты).

### §3.2 Генерация эллиптически поляризованных гармоник высокого порядка в двухчастотных лазерных полях

В данном параграфе представлены результаты исследования поляризационных характеристик гармоник высокого и низкого порядка, возникающих при взаимодействии одиночного атома с многокомпонентными лазерными полями. Исследования проводились с использованием модельной структуры уровней атомов аргона и неона, описанных в п. 2.1.6. Моделировался отклик атома на воздействие двухчастотного лазерного поля,

образованного первой и второй гармониками Ti:Sa лазера, состояние поляризации компонент которого варьировалась.

Расчет поляризационных характеристик генерируемого излучения проводился в соответствии с методом, описанным в [304]. Расчет отклика одиночного атома позволяет для каждой гармоники получить распределение ее комплексной амплитуды в пространстве, которое в общем случае будет иметь три ненулевые проекции на ортогональные оси. Вместе с тем, в расчетах, представленных в данном параграфе, предполагается, что направление поляризации компоненты двухчастотного поля на основной частоте и направление углового момента атома совпадают, а лазерное поле представляет собой плоскую волну. Это означает, что поляризация генерируемого излучения распределена в плоскости  $xz$ . Следовательно, две ненулевые проекции поля могут быть представлены в виде:

$E_x = E_{x_0} e^{i\delta_x}$ ,  $E_z = E_{z_0} e^{i\delta_z}$ . Пусть  $\chi = \frac{E_{x_0}}{E_{z_0}} e^{i(\delta_x - \delta_z)}$ , тогда эллиптичность излучения и

угол наклона эллипса могут быть вычислены с использованием следующих формул:

$$\varepsilon = \text{Tan} \left[ \frac{1}{2} \text{Arcsin} \left( \frac{2 \frac{E_{x_0}}{E_{z_0}} \sin(\delta_x - \delta_z)}{1 + \left| \frac{E_{x_0}}{E_{z_0}} \right|^2} \right) \right], \quad (3.19)$$

$$\text{Tan}[2\theta] = \frac{2 \frac{E_{x_0}}{E_{z_0}} \cos(\delta_x - \delta_z)}{1 - \left| \frac{E_{x_0}}{E_{z_0}} \right|^2}. \quad (3.20)$$

Расчеты поляризационных характеристик генерируемого излучения, выполненные с помощью (3.19-3.20) и с помощью параметров Стокса, демонстрируют совпадающие результаты.

### 3.2.1. Генерация эллиптически поляризованных гармоник высокого порядка в эллиптически поляризованных одночастотных полях и низкоинтенсивных двухчастотных ортогонально поляризованных полях

Проведем расчет характеристик генерируемых гармоник в случае, когда атом взаимодействует с эллиптически поляризованным одночастотным лазерным полем. Рассмотрим эллиптически поляризованное излучение Ti:Sa лазера средней интенсивности с длиной волны 800 нм ( $\sim 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>, 38 фс), взаимодействующее с аргоном. Результаты сравнения экспериментально измеренных и численно рассчитанных зависимостей эффективности генерации 25-ой и 27-ой гармоник от величины эллиптичности лазерного поля представлены на рис. 3.17. Численный расчет и экспериментальные измерения, выполненные в группе проф. В. Малка (Палезо, Франция), показывают хорошее согласование. Важно отметить, что представленные на рис. 3.17 зависимости достаточно хорошо согласуются с результатами, представленными в [305]. Более того, численно рассчитанное поведение демонстрирует качественное совпадение с экспериментальными результатами, представленными в [169, 306] и полученными для импульсов большей длительности. Также имеется хорошее совпадение с численными расчетами, приведенными в [166].

Также проведем исследование поляризационных свойств гармоник высокого порядка в двухчастотных ортогонально поляризованных полях низкой интенсивности, взаимодействующих с атомом неона [307]. Низкая интенсивность лазерного импульса ( $I_{\omega} \sim I_{2\omega} \sim 10^{13}$  Вт см<sup>-2</sup>) была выбрана в [307] для проведения исследования, чтобы населенность основного состояния атома ( $2p$ ) сильно не менялась в процессе взаимодействия с лазерным полем. Результатом такого взаимодействия должна быть генерация гармоник, каждая из которых обладает линейной поляризацией, причем, направление поляризации четных гармоник совпадает с направлением поляризации излучения второй гармоники, а направление поляризации нечетных гармоник совпадает с направлением поляризации нечетных гармоник поля. Цель

численных исследований заключалась в том, чтобы показать, что если основное состояние существенно не возбуждается при прохождении импульса (как было реализовано в эксперименте [307]), то эллиптичность гармоник высокого порядка близка к нулю. В качестве параметров расчета использовались нулевое время задержки между импульсами, нулевое значение относительной фазы и одинаковая временная ширина 38 фс для импульсов  $\omega$  и  $2\omega$  (FWHM). Результаты представлены на рис. 3.18. Рис. 3.18 (а) представляет временную зависимость основного состояния (черная кривая) и суммы населенностей возбужденных состояний (красная кривая). Хорошо видно, что даже в той области, где лазерное поле достигает максимального значения (см. на синюю кривую), населенность основного состояния намного больше, чем заселенность всех возбужденных состояний. Рис. 3.18 (б) показывает, что в этих численных условиях фотоэмиссионный спектр содержит линейно поляризованные нечетные и четные гармоники. Результаты численных расчетов демонстрируют хорошее совпадение с соответствующими исследованиями [307-308].

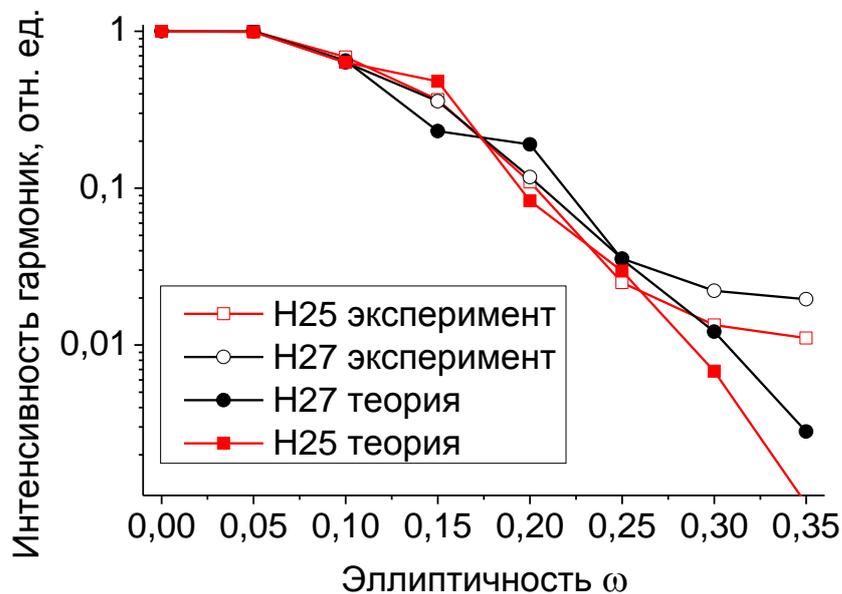


Рис. 3.17: Численно рассчитанные (кривые с квадратами и кружками) и измеренные (кривые с незакрашенными квадратами и кружками, эксперимент выполнен в группе проф. В. Малка, Палезо, Франция) эффективности генерации 25-ой (красные линии) и 27-ой (черные линии) гармоник как функции эллиптичности лазерного поля. Исследования проводились для одночастотного лазерного излучения Ti:Sa лазера ( $\sim 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>, 38 фс).

Таким образом, два рассмотренных случая иллюстрируют, что численная модель способна воспроизвести некоторые типичные характерные свойства спектров гармоник высокого порядка в стандартных условиях.

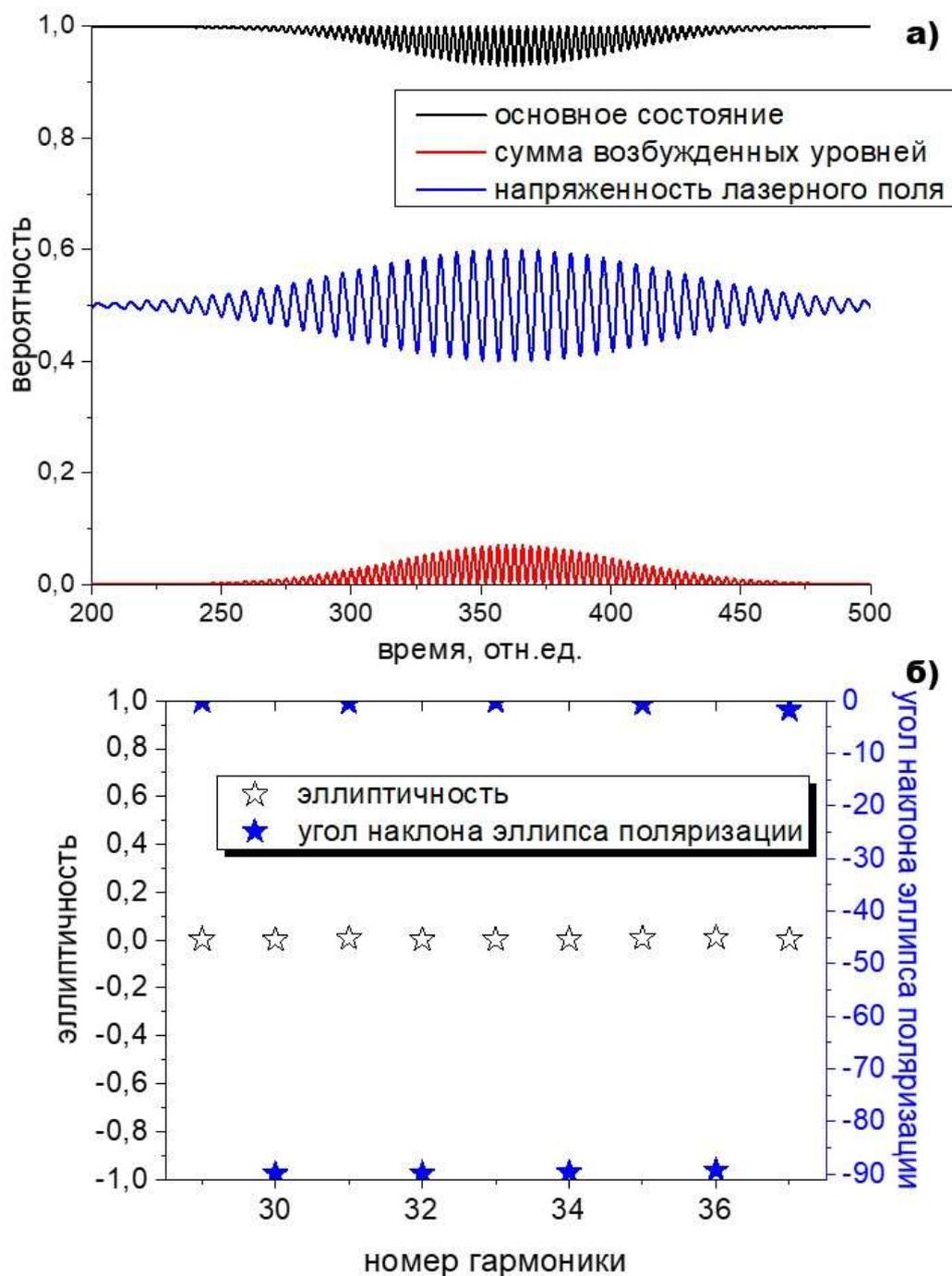


Рис. 3.18. Временная динамика населенностей основного состояния (синий) и суммы населенностей возбужденных состояний (розовый) (а). Численно рассчитанные эллиптичность (незакрашенные звезды) и угол поляризации (голубые звезды) (б). Случай двухчастотного ортогонально поляризованного лазерного поля, образованного первой и второй гармониками Ti:Sa лазера, для которого каждая соответствующая составляющая лазерного импульса имеет относительно низкую интенсивность (около  $10^{13}$  Вт / см<sup>2</sup>)

### 3.2.2. Генерация эллиптически поляризованных гармоник высокого порядка в интенсивных двухчастотных ортогонально поляризованных полях

Исследуем генерацию гармоник высокого порядка в интенсивных двухчастотных ортогонально поляризованных полях [A20]. В численных расчетах интенсивность компонент двухчастотного поля, образованного ортогонально поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера, составляла величину  $\sim 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>, длительности импульсов  $\tau_{1,2}=42$  фс. Параметры двухчастотного поля были выбраны в соответствии с конкретным экспериментом [A20]. В нем излучение лазерного поля на основной частоте Ti: Sa-лазера ( $\lambda = 800$  нм) фокусируется внутри газовой кюветы длиной 5 мм, заполненной неоном, находящимся под давлением 40 мбар. После линзы непосредственно внутри лазерного пучка помещен кристалл ВВО, причем положение осей кристалла ВВО соответствует условиям идеального фазового синхронизма для генерации второй гармоники. После кристалла образуется двухчастотное лазерное поле ( $\omega+2\omega$ ) с линейно поляризованными компонентами, направления поляризации которых составляют угол  $\pi/2$ , обладающими фазовым сдвигом  $\Delta\varphi=\pi/2$  относительно друг друга и ненулевой временной задержкой между импульсами  $\Delta t$ . В экспериментах, выполненных в группе проф. В. Малка (Палезо, Франция) использовались кристаллы ВВО двух толщин: 100 мкм и 250 мкм, временная задержка между импульсами  $\omega$  и  $2\omega$  для этих толщин кристаллов равна  $\Delta t = 14$  фс и  $\Delta t = 42$  фс соответственно. Изменение толщины кристалла приводит к изменению абсолютной и относительной интенсивности полей  $\omega$  и  $2\omega$ :  $I_\omega = 1,5 \cdot 10^{14}$  Вт см<sup>-2</sup>,  $I_{2\omega} = 1,3 \cdot 10^{13}$  Вт см<sup>-2</sup> (для 100 мкм) и  $I_\omega = 3 \cdot 10^{14}$  Вт см<sup>-2</sup>,  $I_{2\omega} = 0,4 \cdot 10^{14}$  Вт см<sup>-2</sup> (для 250 мкм).

При этих параметрах временная динамика населенностей основного и возбужденных состояний резко отличается по сравнению с предыдущим рассмотренным случаем (см. п. 3.2.1). Населенность основного состояния атома неона после прохождения поля становится намного меньше, чем

заселенность возбужденных состояний (см. рис. 3.19, который рассчитан для случая 100 мкм).

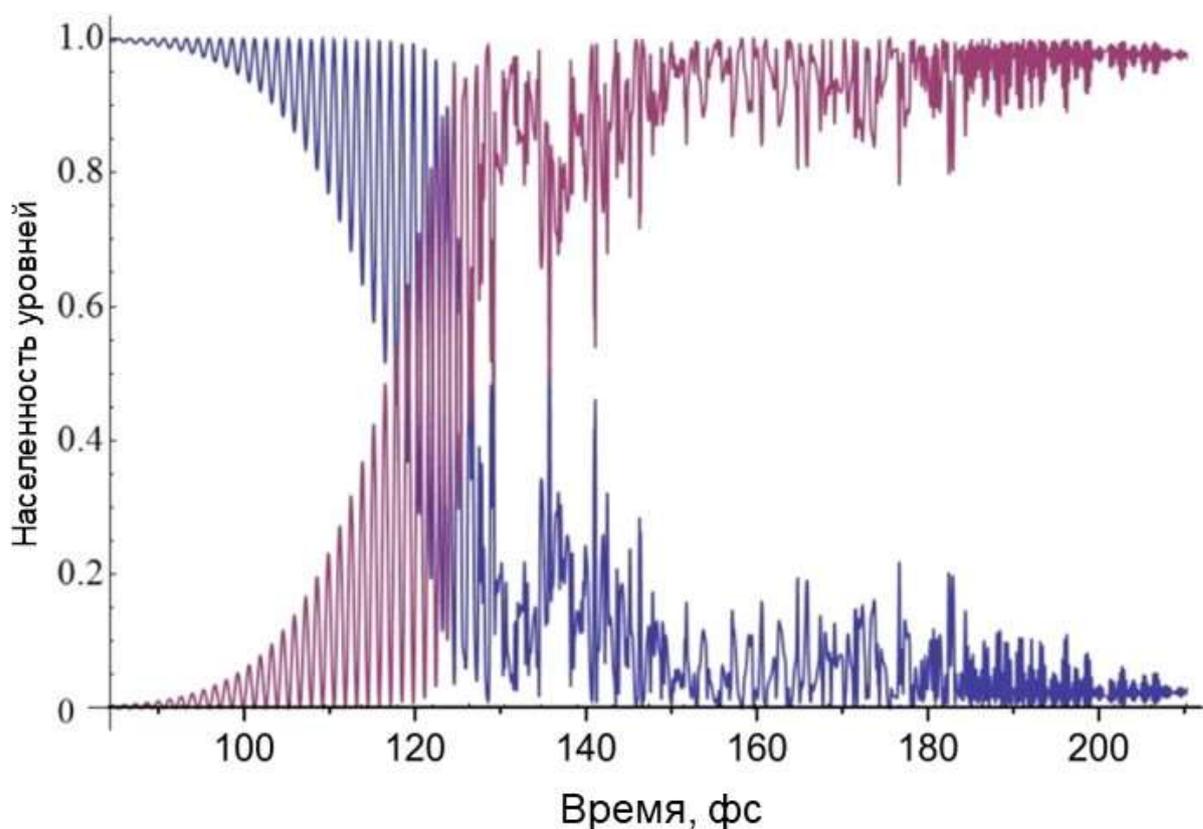


Рис. 3.19 Динамика населенности основного состояния (синий) и суммы населенности возбужденных состояний (розовый) для атома неона. Расчет проводился для двухчастотного ортогонально поляризованного лазерного поля, для которого каждая соответствующая составляющая лазерного импульса имеет интенсивность, близкую или превышающую  $10^{14}$  Вт / см<sup>2</sup>.

На рис. 3.20 и 3.21 представлены результаты численных расчетов фотоэмиссионных спектров отклика атома неона (звездочки) и экспериментально измеренных основных характеристик гармоник (линии). Для каждой характеристики нечетные и четные гармоники представлены отдельно для наглядности. На рис. 3.20 (для 100 мкм) и 3.21 а (для 250 мкм) представлена зависимость эллиптичности генерируемых гармоник высокого порядка. Видно, что рассчитанные теоретически и измеренные экспериментально величины эллиптичности гармоник высокого порядка совпадают. Также совпадает разница в величинах эллиптичностей четных ( $\epsilon \sim 0.5 - 0.7$ ) и нечетных гармоник ( $\epsilon \sim 0.1 - 0.2$ ). Сравнение интенсивности генерируемых гармоник представлено на рис. 3.20 б (100 мкм) и рис. 3.21 б

(250 мкм). Видно также хорошее совпадение между теоретически рассчитанными и экспериментально измеренными кривыми. При расчете интенсивности гармоник были учтены условия фазового синхронизма для волн  $\omega$  и  $2\omega$  [309], а также пропускание генерируемых гармоник через газ и фильтры (в экспериментальной схеме использовался алюминиевый фильтр, содержащий  $2 \times 10$  нм  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ). На рис. 3.20 в углы наклона эллипса поляризации, вычисленные и измеренные для гармоник высокого порядка. Таким образом, рис. 3.20 и 3.21 ясно показывают, что результаты моделирования точно воспроизводят результаты измерений с обоими толщинами ВВО кристалла. Следовательно, результаты такого моделирования могут позволить глубже понять природу наблюдаемых явлений.

В проведенных численных исследованиях рассчитывался отклик одиночного атома. В эксперименте исследуются характеристики гармоник, генерируемые средой, т.е. ансамблем атомов. Исследуем поляризационные характеристики генерируемого излучения ансамблем атомов, взаимодействующих с лазерным полем. На основе метода, представленного в [75], были оценены как временные, так и пространственные степени поляризации.

Часть временного распределения полной атомной плотности тока, соответствующая Н36 и Н37 (эти гармоники соответствуют максимумам спектров, см. рис. 3.20 б), была извлечена путем последовательного выполнения преобразования Фурье, спектральной фильтрации гармоники и компоненты, расположенной симметрично относительно частоты Найквиста и обратному преобразованию Фурье. В результате было получено временная динамика напряженности поля, которая представлена на рис. 3.22 (а) для Н36 и на рис. 3.22 (б) для Н37. Динамики представленных гармоник довольно однородны во времени. Чтобы дать некоторые числовые характеристики этих зависимостей, было выполнено интегрирование по времени с использованием формулы (46), а затем были рассчитаны степени эллиптичности и поляризации с использованием формул (44-45) из [75]. Для Н36/Н37 было получено

соответственно 0,48/0,26 для степени эллиптичности и 0,87/0,81 для степени поляризации. Значения эллиптичности очень близки к экспериментально измеренным и численно рассчитанным с помощью формул (3.19-3.20).

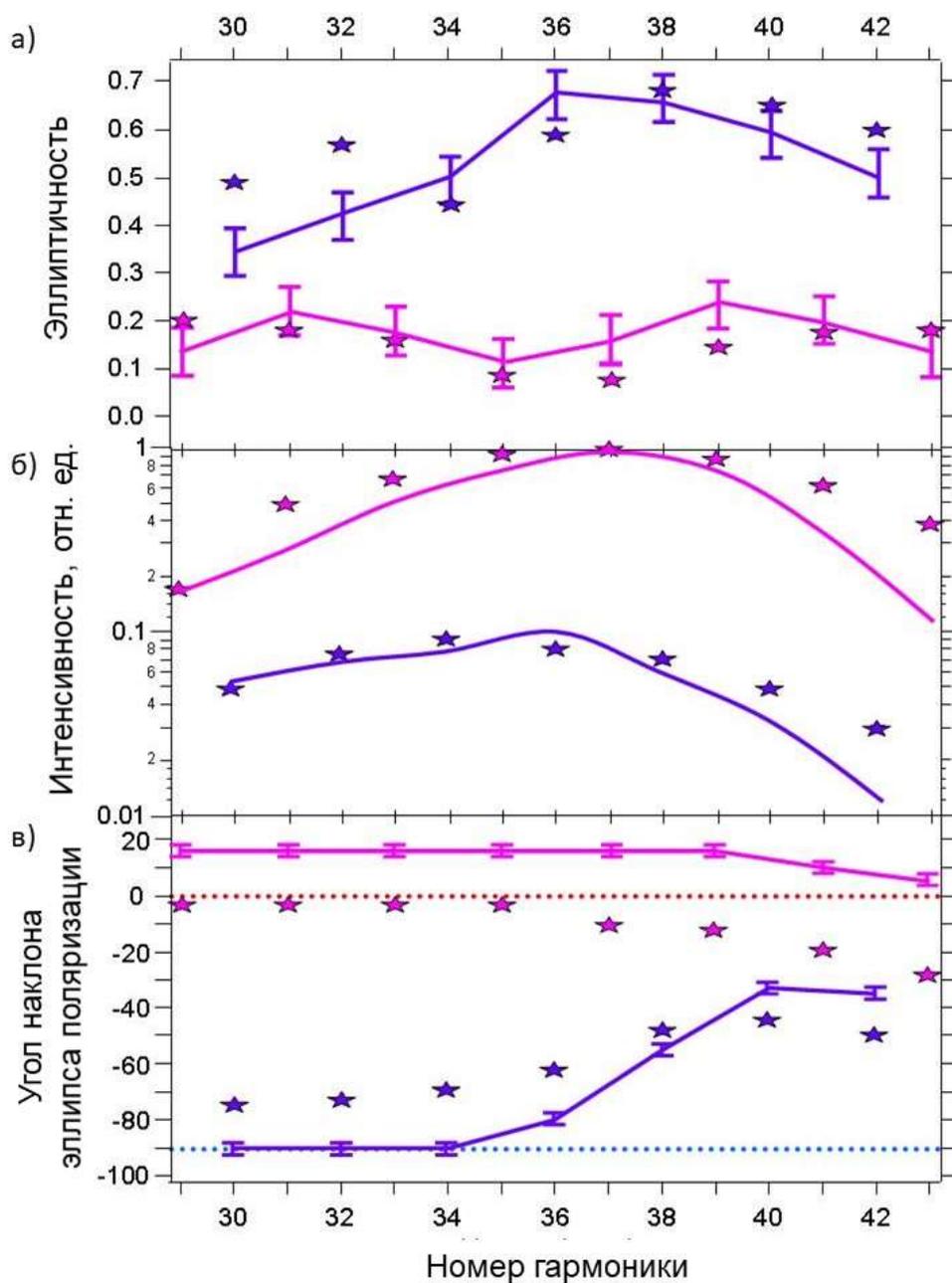


Рис. 3.20. Измеренные в группе проф. В. Малка (Палезо, Франция) (сплошные линии) и численно рассчитанные (звездочка) эллиптичность (а), интенсивность (б) и угол наклона эллипса поляризации (в) гармоник нечетного (розовая кривая) и четного (фиолетовая кривая) порядка для кристалла ВВО толщиной 100 мкм. На рис. (в) пунктирными линиями обозначены оси поляризации  $\omega$  (красный) и  $2\omega$  (синий). Численный расчет проведен для  $I_\omega = 1,5 \cdot 10^{14}$  Вт см<sup>-2</sup>,  $I_{2\omega} = 1,3 \cdot 10^{13}$  Вт см<sup>-2</sup>,  $\Delta t = 14$  фс и  $\Delta\phi = \pi/2$ .

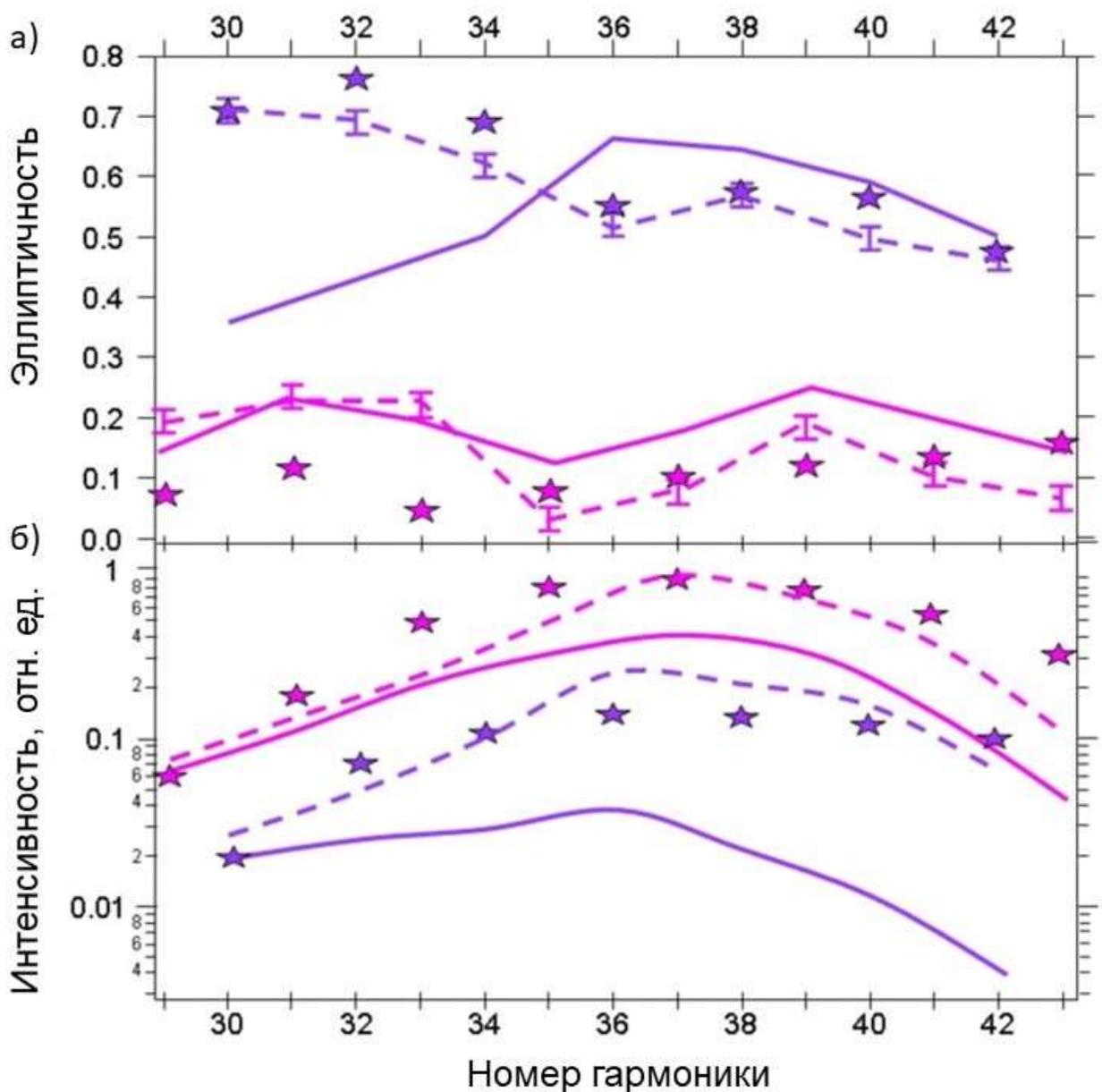


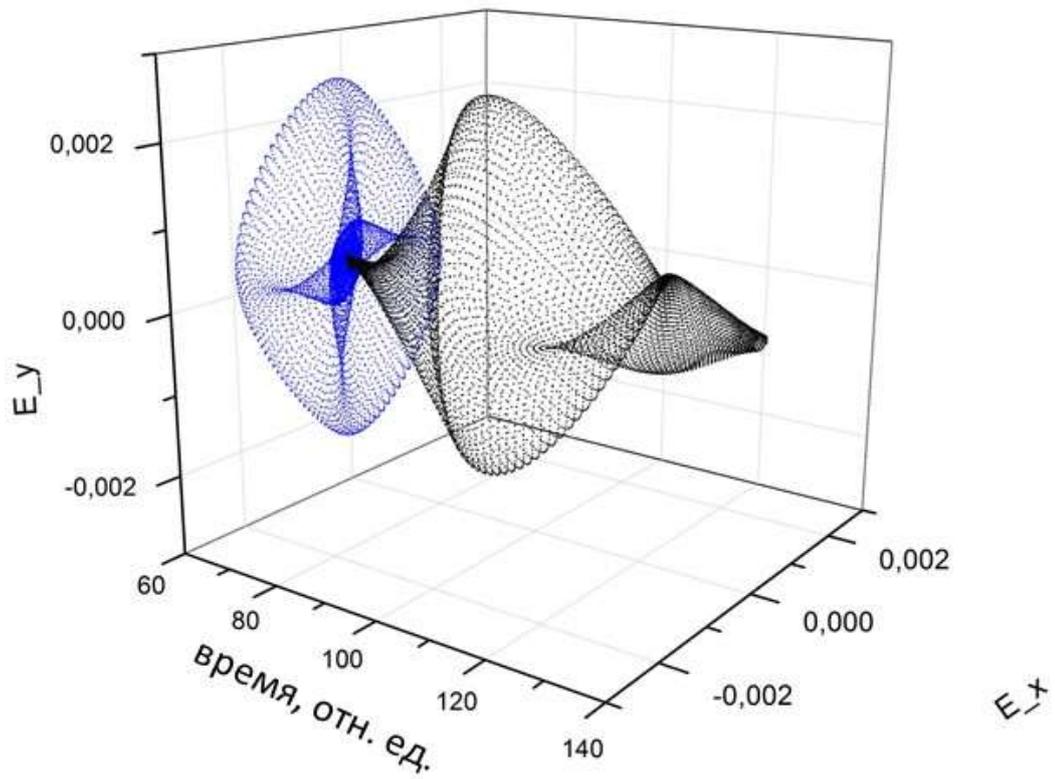
Рис. 3.21. Измеренные в группе проф. В. Малка (Палезо, Франция) (пунктирные линии) и численно рассчитанные (звездочки) эллиптичность (а) и интенсивность (б) нечетных (розовая кривая) и четных (фиолетовая кривая) гармоник для кристалла ВВО толщиной 250 мкм. Численный расчет проведен для  $I_{\omega} = 3 \cdot 10^{14}$  Вт / см<sup>2</sup>,  $I_{2\omega} = 0,4 \cdot 10^{14}$  Вт / см<sup>2</sup>,  $\Delta t = 42$  фс и  $\Delta\varphi = \pi/2$ . Для прямого сравнения двух случаев сплошными линиями отмечены соответствующие зависимости, представленные на рис. 3.20.

Влияние пространственных свойств газовой среды на характеристики генерируемого излучения изучалось на основе модели, представляющей собой цепочку из атомов, расположенных в фокальной плоскости лазерного пучка. С учетом гауссова профиля распределения интенсивности в лазерном пучке были рассчитаны фотоэмиссионные спектры одиночных атомов, находящихся в различных точках плоскости фокусировки, где интенсивность лазерного

пучка равна 1, 0,9, 0,8, 0,5 и 0,3 от максимальной интенсивности. Чтобы рассчитать пространственное распределение некоторых из генерируемых гармоник (Н36, Н37), были сделаны интерполяции характеристик гармоник. Таким образом, отклик среды моделировался откликом ансамбля атомов, состоящих из  $\sim 7 \times 10^5$  атомов (для достижения «шага» между атомами менее 0,1 длины волны исследуемых гармоник). Результаты расчетов откликов ансамбля атомов (распределение эллиптичности и интенсивности (на вставке)) представлены на рис. 3.23, цепочка атомов расположена в начале горизонтальной оси. Из-за симметрии модели (цепочки атомов) пространственные распределения интенсивности имеют два пика: один вдоль направления распространения лазерного поля (рис. 3.23), а другой - напротив него, симметричный предыдущему (не показан). Из-за малой длины цепочки ( $\sim 1,5$  мм) и расходимости пиковая интенсивность генерируемого излучения уменьшается вместе с расстоянием распространения и, в то же время, ширина генерируемого луча увеличивается, поэтому энергия остается постоянной. Результаты, представленные на рис. 3.23, рассчитаны с помощью формулы (2.80). Для исследования степени поляризации также было выполнено пространственное интегрирование в (46) и использованы формулы (44-45) из [75]. В результате для Н36 / Н37 было получено соответственно 0,58/0,1 для степени эллиптичности и 0,87/0,92 для степени поляризации. Таким образом, полученные результаты демонстрируют высокую степень поляризации генерируемого излучения.

При вращении кристалла ВВО ( $\Omega$ ), начиная с условий идеального фазового синхронизма, линейно поляризованное  $\omega$ -излучение становится эллиптически поляризованным, в то время как излучение  $2\omega$  остается линейно поляризованным. Интенсивности излучения  $\omega$  и  $2\omega$  также меняются (см. рис. 3.24). Здесь  $\Omega = 90$  градусов соответствует условию идеального фазового синхронизма.

**а)**



**б)**

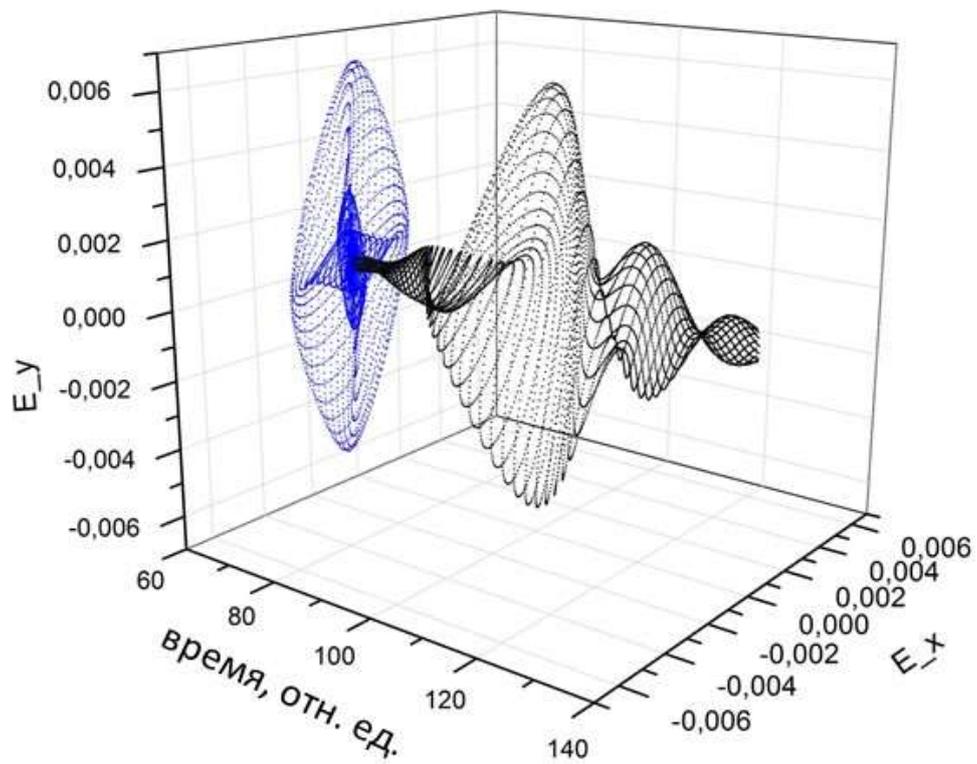


Рис. 3.22. Временное распределение гармоник Н36 (а) и Н37 (б), рассчитанное для кристалла ВВО толщиной 100 мкм (черная 3D-кривая), и ее проекции (синяя кривая) на оси поляризации  $\omega$ .

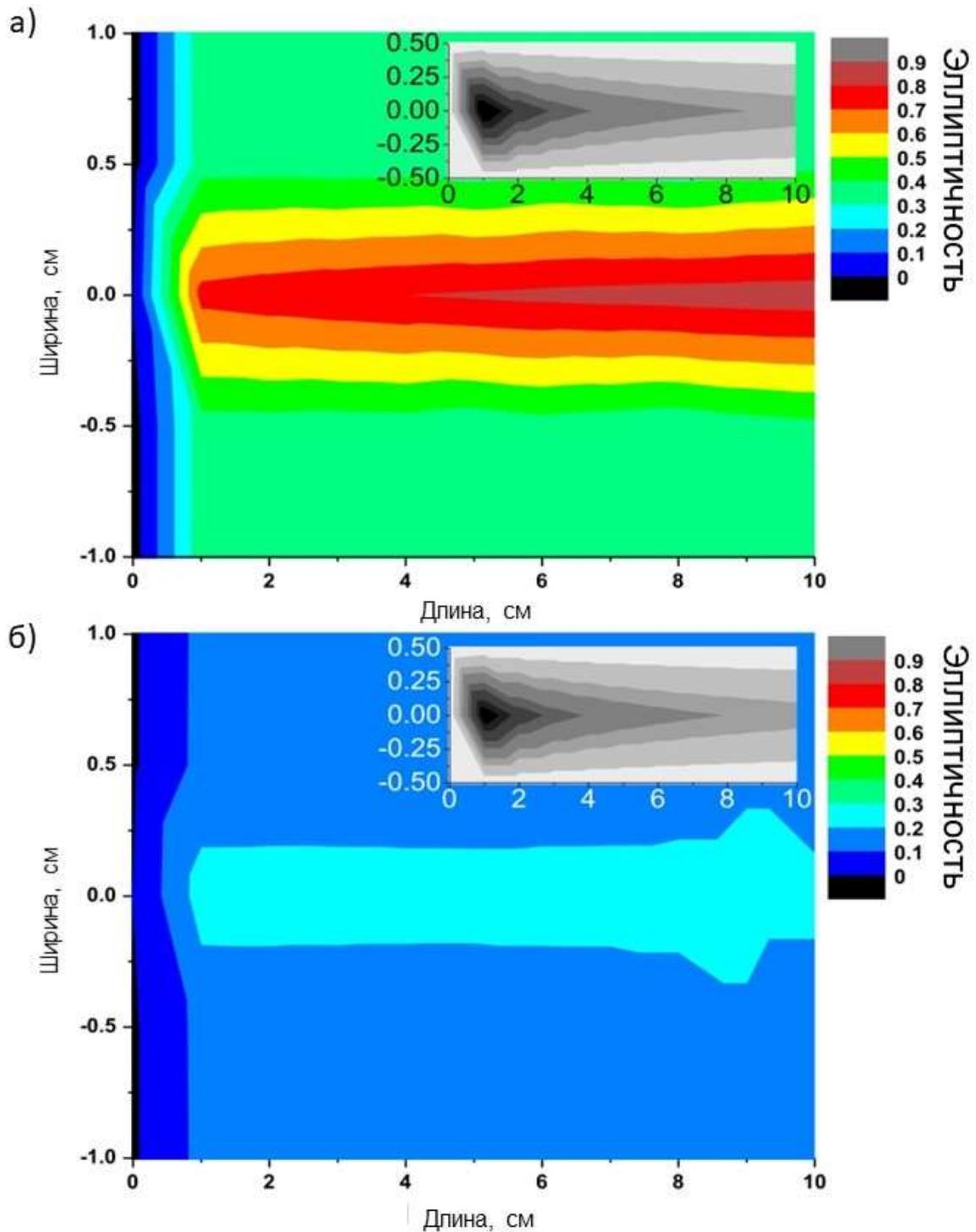


Рис. 3.23. Пространственное распределение эллиптичности гармоник N36 (а) и N37 (б), генерируемых цепочкой примерно из  $7 \times 10^5$  атомов, рассчитанное для двухчастотного лазерного поля, образованного первой и второй гармоник Ti:Sa лазера (конкретные параметры указаны на рис. 3.20). Вставка: соответствующие пространственные распределения интенсивности гармоник N36 и N37.

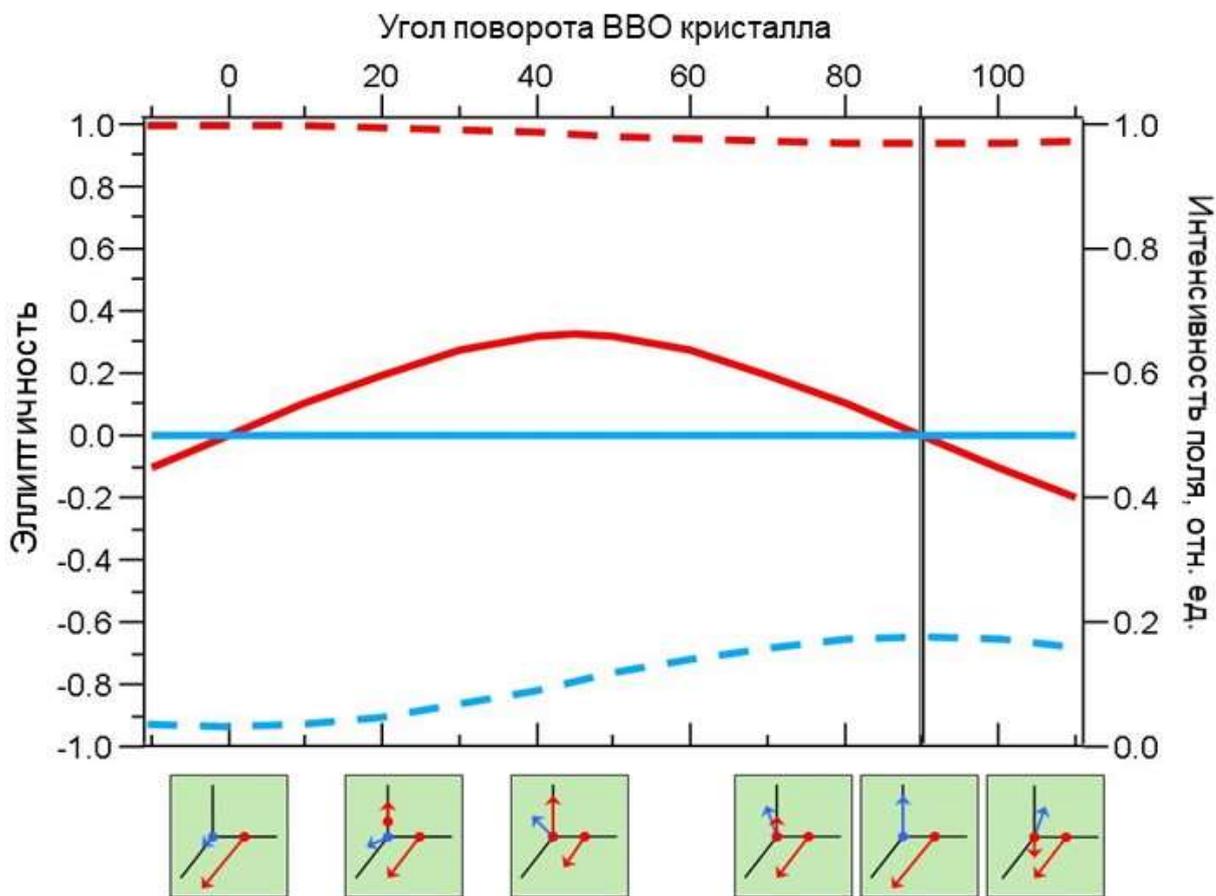


Рис. 3.24. Зависимость интенсивности основной (красная) и второй (синяя) гармоник (штриховые линии) и эллиптичности (сплошные линии) в зависимости от угла кристалла ВВО ( $\Omega$ ).

Такая модификация состояния поляризации двухчастотного лазерного поля неизбежно должна сказаться на поляризационных характеристиках генерируемых гармоник высокого порядка. Проведены численные исследования характеристик генерируемых гармоник высокого порядка при вариации угла  $\Omega$ . Параметры лазерного поля были выбраны такими же, как и для случая, представленных на рис. 3.20. Напряженность поля излучения на удвоенной частоте моделировалась как  $E_2 = E_{20}(\sin \Omega)^{2.5}$ . На рис. 3.25 представлены зависимости эллиптичности четной (на примере 36-ой гармоники) и нечетной (на примере 37-ой гармоники) от угла поворота ВВО кристалла  $\Omega$ . Рис. 3.25а наглядно демонстрирует, что вращением кристалла ВВО можно точно регулировать величину эллиптичности гармоник в широком диапазоне (от 0 до 0,65 при заданных параметрах двухчастотного лазерного поля). Зависимость эллиптичности от угла нелинейна и

немонотонна. Для Н37 существует два оптимальных угла:  $\Omega = 90$  и  $\Omega \approx 20$  градусов. Наибольшая эллиптичность для Н36 достигается, когда угол лежит между этими значениями. Отношение эллиптичности нечетных и четных гармоник также можно было контролировать, оно могло варьироваться от 1 до практически нулевого значения. Результаты проверенных численных исследований были подтверждены экспериментально. Результаты соответствующего эксперимента, также проведенного в группе проф. В. Малка (Палезо, Франция) представлены на рис. 3.25 б. Зависимости эллиптичности от  $\Omega$ , рассчитанные теоретически и измеренные экспериментально, находятся в хорошем согласовании.

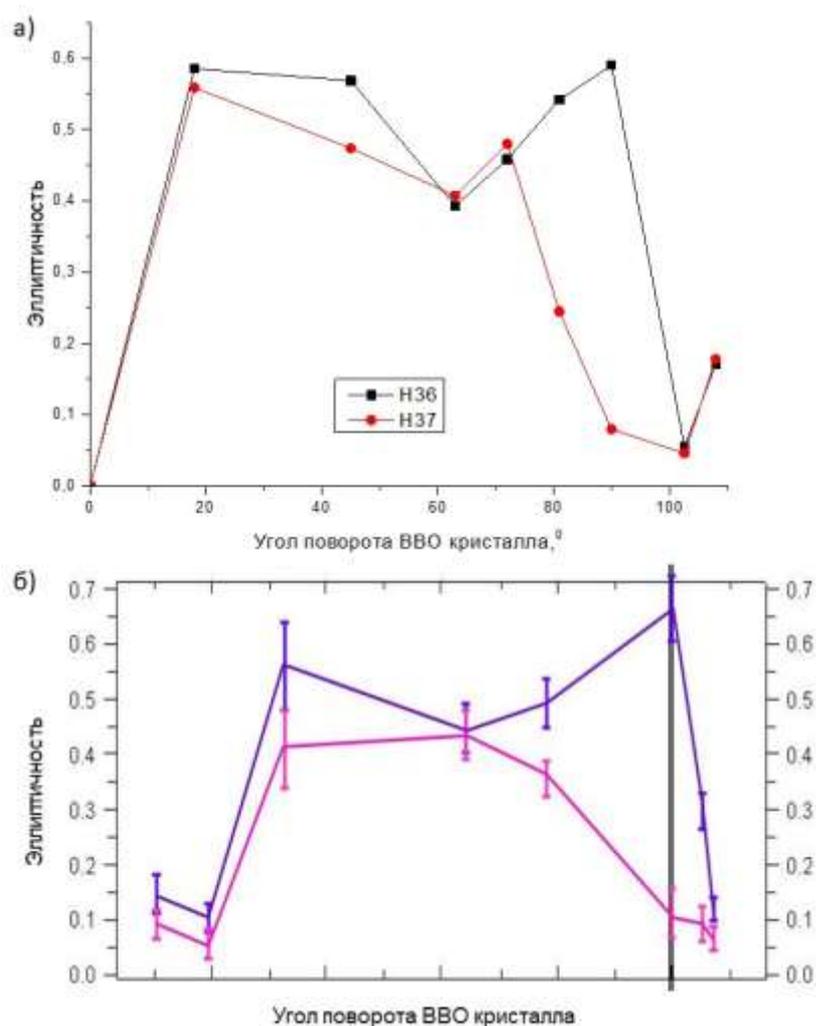


Рис. 3.25. Зависимость эллиптичности от угла поворота 100 мкм ВВО кристалла (а) численных эксперимент, (б) экспериментально измеренная зависимость. Эксперимент проведен в группе проф. В. Малка (Палезо, Франция). Параметры поля приведены в подписи к рис. 3.20.

### 3.2.3. Природа генерации эллиптически поляризованных гармоник высокого порядка

В п.3.2.2 было показано хорошее соответствие моделирования и экспериментальных измерений. Следовательно, непертурбативная теория взаимодействия отклика атома дает надежное описание наблюдаемых явлений. Следовательно, в рамках непертурбативного подхода можно определить природу генерации эллиптически поляризованных гармоник, генерируемых в двухчастотных ортогонально поляризованных лазерных полях.

Согласно (2.50) направление ориентации атомного тока зависит от ориентации дипольного момента атома, который является квантово-механическим средним радиус-вектором атомного электрона. С другой стороны, матричные элементы  $V_{nm}(t)$  зависят от взаимной ориентации поля лазерного импульса и углового момента атомного электрона. Следовательно, атомный ток в тензорной форме зависит от направления вектора поляризации лазерного поля и углового момента атома, ориентация которого определяет ориентацию матричных элементов  $\vec{d}_{nm}$ .

В субатомных лазерных полях основное состояние ( $|0\rangle$ ) наиболее населено, таким образом ток может быть записан в следующем виде

$$\vec{J}(t) = \langle 0 | \vec{j}(\vec{r}, t) | 0 \rangle, \text{ где}$$

$$\langle 0 | \vec{j} | 0 \rangle = i \sum_{n_1 l_1 m_1} \sum_{n_2 l_2 m_2} (\omega_{n_1 l_1 m_1} - \omega_{n_2 l_2 m_2}) \langle 0 | V^{-1} | n_1 l_1 m_1 \rangle \langle n_1 l_1 m_1 | \vec{d} | n_2 l_2 m_2 \rangle \langle n_2 l_2 m_2 | V | 0 \rangle \quad (3.21)$$

и мы предположили, что  $a_{nlm}(t) \approx \delta_{n|0} \delta_{l|0}$ .

Основное состояние атома неона – 2p,  $|0\rangle = |n=2, l=1\rangle$ , которое имеет 3 подуровня, отвечающих различным значениям  $m$  ( $m=0, \pm 1$ ). В п. 2.3.2 показано, что в субатомной области напряженности лазерного поля эта зависимость имеет вид  $\langle n_1 l_1 || j_l || n_2 l_2 \rangle \propto \mu_0^{|l_2-l_1|}$ . Правила выбора дипольных матричных элементов имеют вид  $l_2 - l_1 = \pm 1$ . В результате даже в субатомной

области напряженности лазерного поля, где в основном заселено основное состояние, атомный ток (3.21) из-за суммирования по  $(n_1, l_1, m_1)$  и  $(n_2, l_2, m_2)$  включает вклады всех других атомных состояний. Учтем при расчете (3.21) вклады уровней  $3s (|1\rangle)$  и  $3d (|2\rangle)$  –наинизших уровней, связанных с основным состоянием  $2p (|0\rangle)$  дипольно разрешенными переходами.

Выделим функциональную зависимость тока (3.21) от  $m_1$  и  $m_2$ , выполнив суммирование по всем остальным квантовым числам:

$$\langle 0|\vec{j}|0\rangle = \sum_{m_1 m_2} \langle 2,1,m_1|\vec{j}|2,1,m_2\rangle. \quad (3.22)$$

Обозначим элементы матрицы (3.22) в следующем виде  $\langle 2,1,m_1|\vec{j}|2,1,m_2\rangle = \langle m_1|\vec{j}|m_2\rangle$ , тогда компоненты матричного элемента (3.22) можно представить в виде следующей матрицы:

$$\begin{pmatrix} \langle 1|\vec{j}|1\rangle & \langle 1|\vec{j}|0\rangle & \langle 1|\vec{j}|-1\rangle \\ \langle 0|\vec{j}|1\rangle & \langle 0|\vec{j}|0\rangle & \langle 0|\vec{j}|-1\rangle \\ \langle -1|\vec{j}|1\rangle & \langle -1|\vec{j}|0\rangle & \langle -1|\vec{j}|-1\rangle \end{pmatrix}. \quad (3.23)$$

Элементы матрицы (3.23) обладают следующими свойствами. Прежде всего, сумма диагональных элементов матрицы (3.23) равна

$$\begin{aligned} \sum_{m=-1}^{+1} \langle m|\vec{j}|m\rangle = & -\frac{2}{5} \left( 5\omega_1 d_{10} \langle 1\|j_1(z)\|0\rangle \times \right. \\ & \times \left( \langle 1\|j_0(z)\|1\rangle - 2\langle 1\|j_2(z)\|1\rangle \right) + 2\omega_2 d_{12} \left( 5\langle 1\|j_0(z)\|1\rangle \langle 1\|j_1(z)\|2\rangle - \right. \\ & \left. \left. - \langle 1\|j_2(z)\|1\rangle \left( \langle 1\|j_1(z)\|2\rangle - 9\langle 1\|j_3(z)\|2\rangle \right) \right) \right) \times \\ & \times \left( (\vec{e}_x \cos \varphi + \vec{e}_y \sin \varphi) \sin \theta + \vec{e}_z \cos \theta \right), \end{aligned} \quad (3.24)$$

где  $\vec{e}_\alpha$  являются единичными векторами осей в атомном конфигурационном пространстве, то есть в декартовой системе координат, в которой ось  $z$ , совпадает с направлением момента количества движения атома  $\langle \vec{l} \rangle$ . Углы  $\theta$  и  $\varphi$  определяют ориентацию вектора поляризации лазерного поля:

$$\vec{e}(t) = \frac{\vec{A}(t)}{A(t)} = (\vec{e}_x \cos \varphi + \vec{e}_y \sin \varphi) \sin \theta + \vec{e}_z \cos \theta. \quad (3.25)$$

Уравнение (3.24) ясно демонстрирует, что атомный ток и векторы поляризации гармоник в каждый момент времени следуют за вектором поляризации лазерного поля.

Таким образом, поляризационные свойства атомного тока (3.22), связанные с диагональными элементами матрицы (3.23), совпадают с поляризационными свойствами падающего лазерного поля. Например, если падающее лазерное поле состоит из двухчастотного ортогонально поляризованных компонент  $\omega + 2\omega$ , то поляризации нечетной и четной гармоник будут взаимно ортогональны. Вектор поляризации нечетных (соответственно, четных) гармоник будет следовать за вектором поляризации излучения на частоте первой гармонике (соответственно на частоте второй гармонике) лазерного поля. Это связано с тем, что матричные элементы оператора дипольного момента имеют ненулевое значение только для переходов между состояниями противоположной четности. Следовательно, матричные элементы оператора  $\hat{V}$  в уравнении (3.21) ( $\langle 0|V^{-1}|l_1\rangle$  и  $\langle l_2|V|0\rangle$ ) - функции противоположной четности относительно  $A(t)$ . В результате правая часть (3.21) является произведением  $\vec{A}(t)$  и четной функции  $A(t)$ . Когда  $\vec{A}(t) = \vec{e}_1 A_1(t) \cos \alpha t + \vec{e}_2 A_2(t) \cos 2\alpha t$ ,  $\vec{e}_1$  и  $\vec{e}_2$  ортогонально поляризованы, нечетные и четные гармоники также становятся ортогонально поляризованными по отношению друг к другу. Такими же поляризационными свойствами будут обладать гармоники, генерируемые атомами с s-основным состоянием (атомы водорода, серебра и т.д.)

Сумма матричных элементов матрицы (3.23) с  $\Delta m = \pm 1$  приводит к

$$\langle 1|\vec{j}|0\rangle + \langle 0|\vec{j}|-1\rangle + \langle 0|\vec{j}|1\rangle + \langle -1|\vec{j}|0\rangle = 0. \quad (3.26)$$

Следует отметить, что, несмотря на то, что каждый член суммы в (3.26) не равен нулю и имеет поляризационную зависимость, отличную от

представленной в (3.24), их сумма равна нулю. Это нулевое значение обусловлено причинами симметрии, и любое нарушение симметрии, например, путем добавления дополнительных внешних полей приведет к ненулевому влиянию матричных элементов с  $\Delta m = \pm 1$  и, как следствие, к генерации излучения, поляризация которого не совпадает с поляризацией лазерного поля.

Остальные компоненты матрицы (3.23) представляют собой элементы матрицы атомного тока, соответствующие  $\Delta m = \pm 2$ . Эти матричные элементы обладают поляризационными свойствами, которые кардинально отличаются от свойств падающего лазерного поля. Даже в случае атома Ne уравнения для этих компонентов очень сложны; поэтому ниже представлена только функциональная зависимость проекции суммы этих матричных элементов на ось  $x$  в атомарном конфигурационном пространстве:

$$\begin{aligned} \vec{e}_x \left( \langle n_0 l_0 m_0 = +1 | \vec{j} | n_0 l_0 m_0 = -1 \rangle + \langle n_0 l_0 m_0 = -1 | \vec{j} | n_0 l_0 m_0 = +1 \rangle - \right. \\ \left. - \sum_{m=-1}^{+1} \langle n_0 l_0 m | \vec{j} | n_0 l_0 m \rangle \right) = \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$= \sin \theta \left[ (f_1(t) + f_2(t) \cos(2\theta)) \cos \varphi + f_3(t) \cos(3\varphi) \sin^2 \theta \right].$$

Уравнение (3.27) включает тригонометрические функции углов  $\theta$  и  $\varphi$  их произведений. Это приводит к резкому изменению состояния поляризации генерируемых гармоник по сравнению с лазерным полем.

Таким образом, приведенные рассуждения дают глубокое понимание физики происхождения высокой эллиптичности у генерируемых гармоник. В рамках теории взаимодействия легких атомов, основанной на дипольном приближении, атомный отклик задается правилами отбора для дипольных переходов. В то же время в рамках непертурбативной теории отклик атома определяется матричными элементами оператора  $\hat{V}$ . Оператор  $\hat{V}$  включает в себя все степени оператора  $\vec{r}$  (2.14). Начальное и конечное состояния каскадных переходов не подчиняются определенным правилам выбора. Приведенный выше анализ показывает, что эллиптичность гармоник в основном обусловлена матричными элементами атомного тока, которые

наиболее необычны для подхода дипольного приближения. Например, в случае состояния  $2p$  атома Ne эти матричные элементы связывают подуровни  $m = +1$  и  $m = -1$ . Этот вывод является точным аналитическим результатом, полученным в предположении  $a_{nlm}(t) \approx \delta_{n|0\rangle} \delta_{l|0\rangle}$ . В то же время результаты численного моделирования, представленные в предыдущем разделе, показывают, что когда это предположение не выполняется, генерируются гармоники, обладающие высокой эллиптичностью, следовательно, природа генерации гармоник в полях умеренной интенсивности такая же, как и в субатомных лазерных полях. Отметим, что численно рассчитанный атомный ток (3.22) включает, например, следующее слагаемое:

$$\langle 3, 2, -2 | V^{-1} | 2, 1, -1 \rangle \cdot (\omega_{2,1,-1} - \omega_{3,0,0}) \langle 2, 1, -1 | \vec{d} | 3, 0, 0 \rangle \langle 3, 0, 0 | V | 4, 1, 1 \rangle.$$

С одной стороны, уровни, для переходов между которыми вычислены матричные элементы операторов  $\hat{V}$  и  $\vec{d}$ , связаны дипольно разрешенными переходами. Но, с другой стороны, результирующий матричный элемент  $\langle m_1 | \vec{j} | m_2 \rangle$  — это матричный элемент с,  $|\Delta m| = |-2 - 1| = 3$  т.е.  $|\Delta m| \geq 2$ . Однако это не означает, что другие переходы (и даже дипольно запрещенные) не учитываются при расчете суммарного тока атомного отклика. Все переходы между всеми состояниями и подсостояниями учитываются с их собственным весом, который нелинейно зависит от напряженности лазерного поля.

Отметим также, что проведенный анализ выполнен для плоских волн, учет фокусировки, влияние магнитного поля электромагнитной волны (особенно для интенсивных лазерных полей среднего ИК диапазона) может привести к «разбалансировке» вкладов переходов с  $|\Delta m| = 1$  (см. (3.26)), что приведет к возрастанию эллиптичности генерируемого излучения.

### 3.2.4. Влияние населенностей возбужденных уровней атома на поляризационные характеристики фотоэмиссионного спектра отклика атома серебра

Обратимся к обсуждению влияния возбужденных дискретных уровней атома на характеристики спектра генерируемых гармоник. На рис. 3.26 а показан спектр отклика атома серебра и соответствующее распределение эллиптичностей гармоник (рис. 3.26 б), генерируемых в двухчастотных лазерных полях, образованных линейно поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера, рассчитанные для следующих значений параметров: амплитуды напряженности компонент лазерного поля  $\mu_{01} = 0.5$  и  $\mu_{02} = 0.0735$ ; угол между направлениями компонент лазерного поля  $\theta_0 = \pi/2$ ; время задержки между импульсами первой и второй гармоник  $\Delta t = 0.33$  фс, временная ширина импульсов  $\tau_{1,2} = 50$  фс (полная ширина на полувысоте, фиксированная для всех представленных результатов). На рис. 3.26 б) черными квадратами обозначены полученные значения эллиптичности гармоник спектра, показанного на рис. 3. 26 а. Видно, что при  $\theta_0 = \pi/2$  эллиптичность гармоник мала. Для сравнения линией с красными кружками представлены значения эллиптичностей гармоник, рассчитанные для  $\theta_0 = \pi/4$ . Видно, что эллиптичность гармоник при  $\theta_0 = \pi/4$  выше, чем при  $\theta_0 = \pi/2$ . Таким образом, угол  $\theta_0$  является не только управляющим параметром для интенсивности гармоник, но и их эллиптичности. В численных расчетах было выбрано  $\Delta t = 0,33$  фс, поскольку оно равно половине периода колебаний лазерного поля на частоте второй гармоники. В этом случае эффективность генерации высоких гармоник максимальна. Значение фиксировано для всех представленных результатов.

На рис. 3.27 представлены вклады отдельных дискретных уровней атома серебра, рассчитанные при тех же параметрах поля. Из рис. 3.27а видно, что основной вклад в формирование низких гармоник вносят переходы из основного состояния (уровень 5s). При этом основной вклад в формирование высоких гармоник вносят уровни 6d и 7d. На рис. 3.27б одними и теми же

цветами отмечены вклады уровней в эллиптичность генерируемого излучения. Эллиптичности интегральных гармоник для параметров, рассмотренных на рис. 3.27б, представлены на рис. 3.26 (черные квадраты). Здесь (рис. 3.27 б) представлены вклады каждого уровня отдельно.

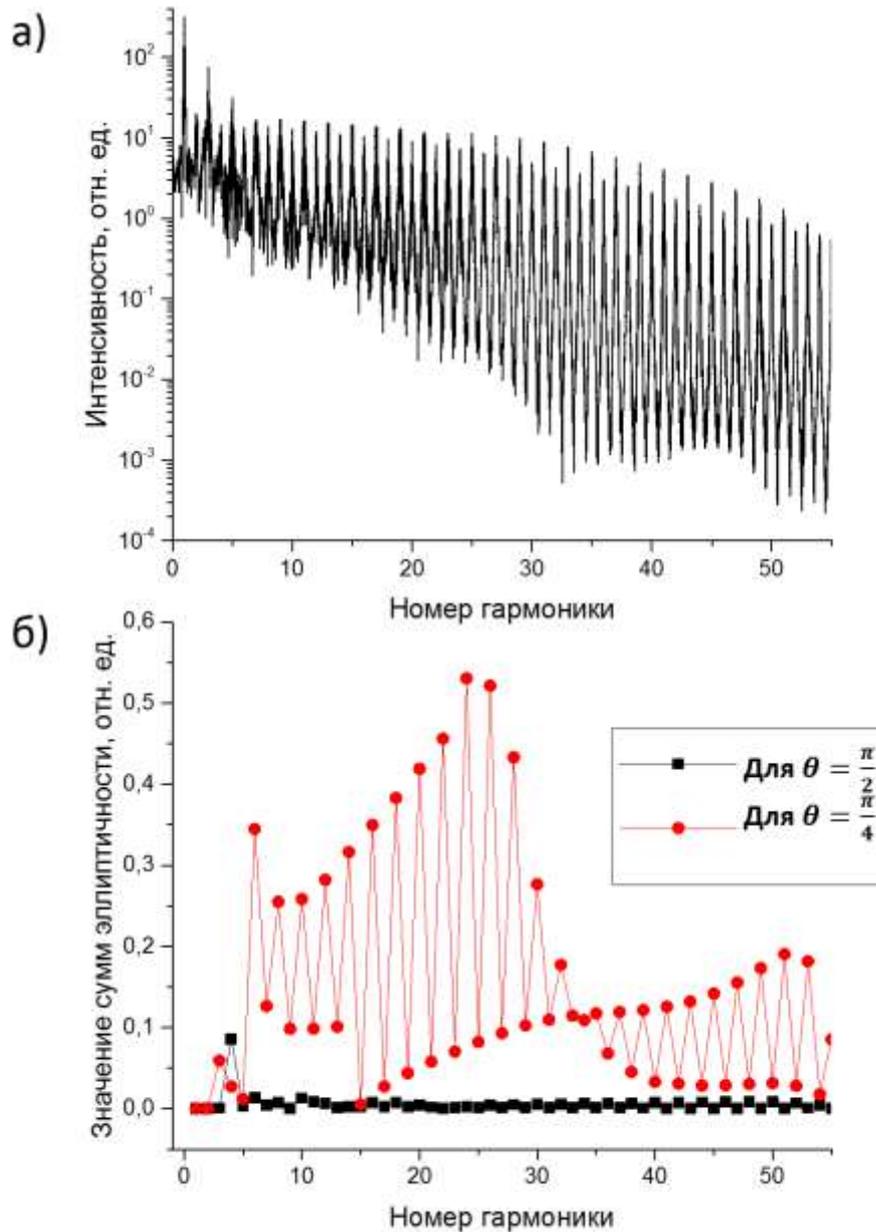


Рис. 3.26 (а) Спектр отклика атома серебра, взаимодействующего с двухчастотным лазерным полем, образованным линейно поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера, вычисленный при следующих параметрах:  $\mu_1=0.5$ ;  $\mu_2=0.0735$ , задержка между двумя импульсами 0.33 фс,  $\theta_0 = \pi/2$ . (б) Значение эллиптичности излучения представленного спектра (а) (чёрная кривая с квадратами). Для сравнения представлена зависимость эллиптичности, рассчитанная при тех же параметрах поля, но для  $\theta_0 = \pi/4$  (б, красная кривая с кружками).

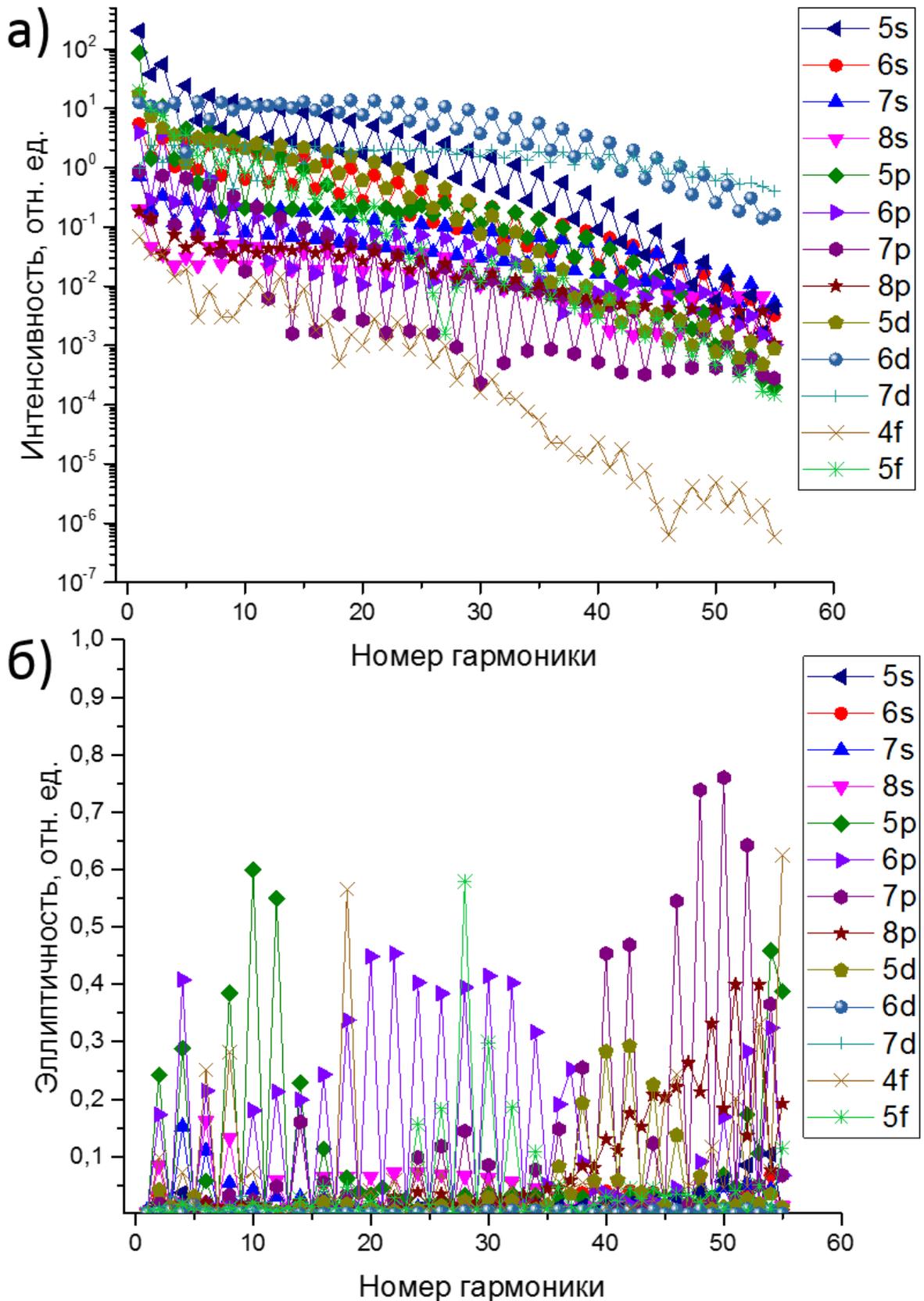


Рис. 3.27 Вклады отдельных уровней серебра в интенсивность (а) и эллиптичность (б) генерируемых гармоник, вычисленные для следующих значений параметров двухчастотного поля: временная задержка 0.33 фс, интенсивности компонент  $\mu_1=0.5$ ;  $\mu_2=0.0735$ , угол между поляризацией компонент лазерного поля  $\theta_0 = \pi/2$ .

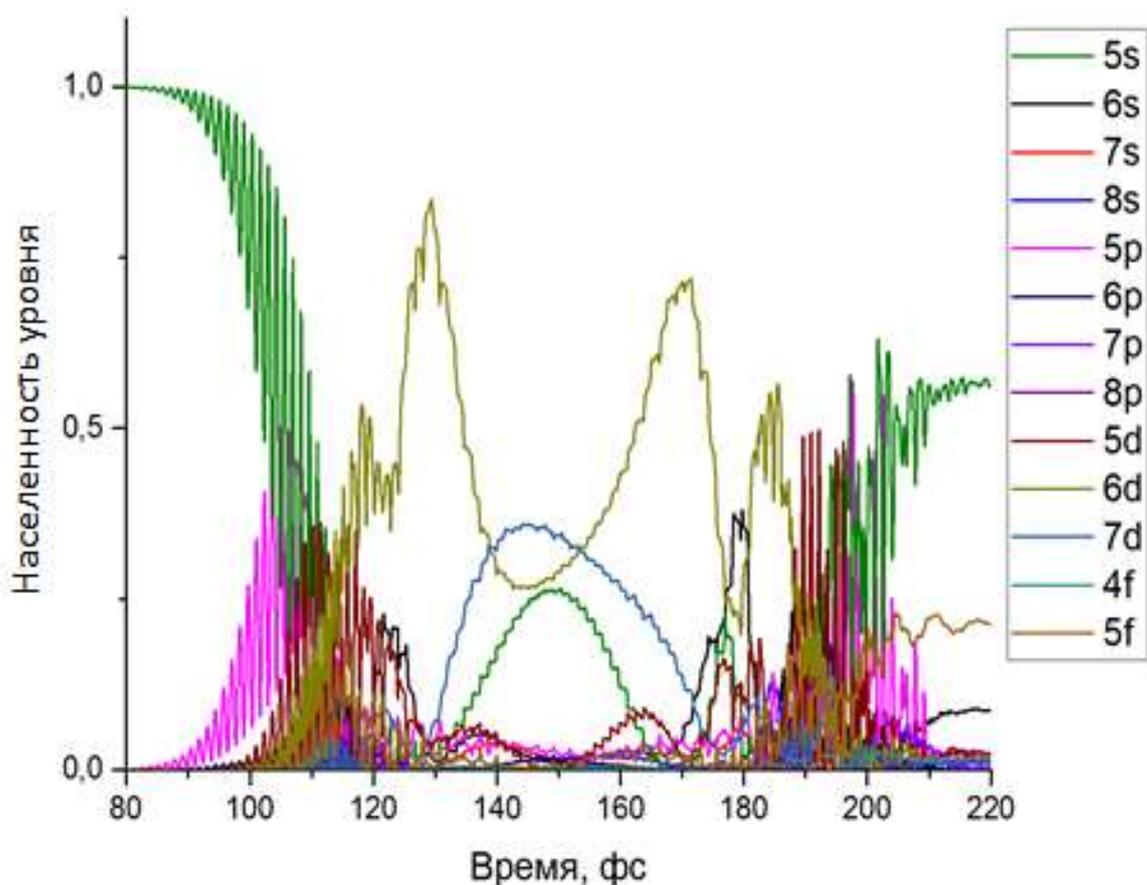


Рис. 3.28. Значения населённости отдельных уровней одиночного атома серебра, вычисленные для взаимодействия с двухчастотным лазерным полем, управляющие параметры которого принимают следующие значения:  $\mu_1=0.5$ ;  $\mu_2=0.0735$ , задержка между импульсами 0.66 фс, угол между поляризациями компонент лазерного поля  $\theta_0 = \pi/2$ .

Чтобы пояснить разницу между интегральной и парциальной эллиптичностью, обратимся к рис. 3.28, где представлена временная зависимость населенностей атомных уровней. Видно, что в средней части импульса, где амплитуда поля максимальна и происходит эффективная генерация высоких гармоник, уровни 6d и 7d являются наиболее заселенными, что объясняет их основной вклад в интенсивность генерации высоких гармоник спектра, что хорошо видно на рис. 3.27 а. Но на рис. 3.27б мы также видим, что переходы с этих уровней не вносят существенного вклада в эллиптичность генерируемого излучения; поэтому общая эллиптичность (рис. 3.26 б) остается низкой. И наоборот, переходы с уровней 6p и 7p на рис. 3.27 а демонстрируют большой вклад в эллиптичность, но, согласно рис. 3.28, вероятность нахождения электрона на этом уровне мала; поэтому общая

эллиптичность сформированного отклика намного ниже значений, показанных на рис. 3.27 б. Полученные результаты показывают, что разработка методов целенаправленного заселения выбранных атомных уровней, например, с использованием каскадных резонансных и импульсных лазерных эффектов или тандемного воздействия нескольких лазерных источников, может привести к значительному увеличению эллиптичности генерируемого излучения, что открывает возможность реализации нового подхода к управлению эллиптичностью гармоник. Например, если на уровнях  $6r$  или  $7r$  удалось создать большую населенность и, таким образом, их участие в формировании фотоэмиссионного спектра стало бы больше, то эллиптичность генерируемых гармоник могла быть увеличена.

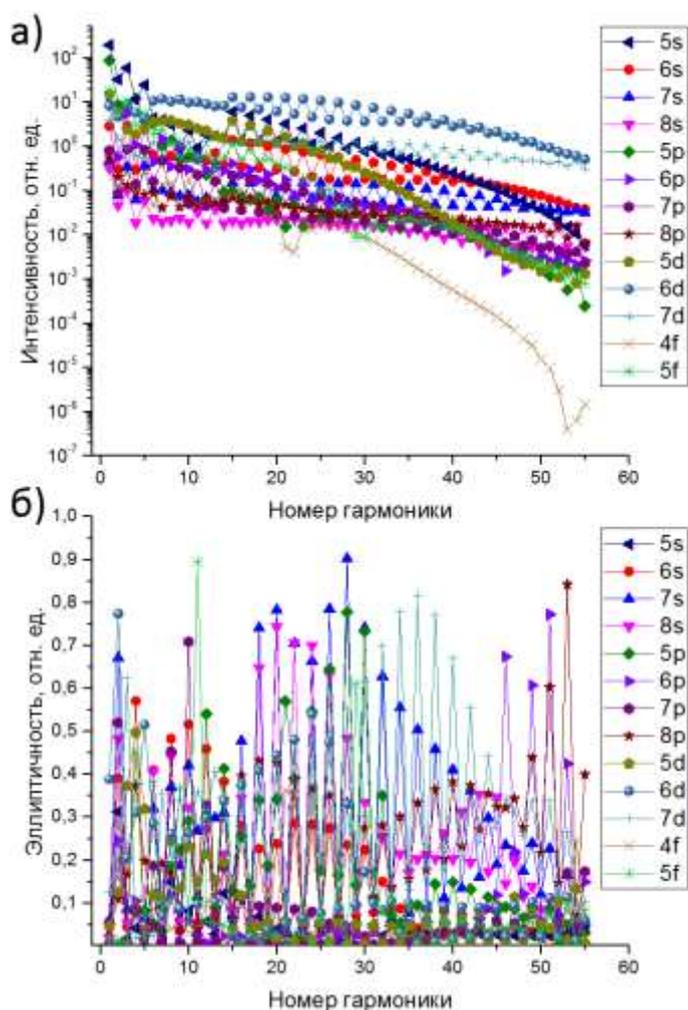


Рис. 3.29 Вклады отдельных уровней серебра в интенсивность (а) и эллиптичность (б) при временной задержке 0.33 фс, интенсивности компонент  $\mu_1=0.5$ ;  $\mu_2=0.0735$ , угол между поляризацией компонент лазерного поля  $\theta_0 = \pi/4$ .

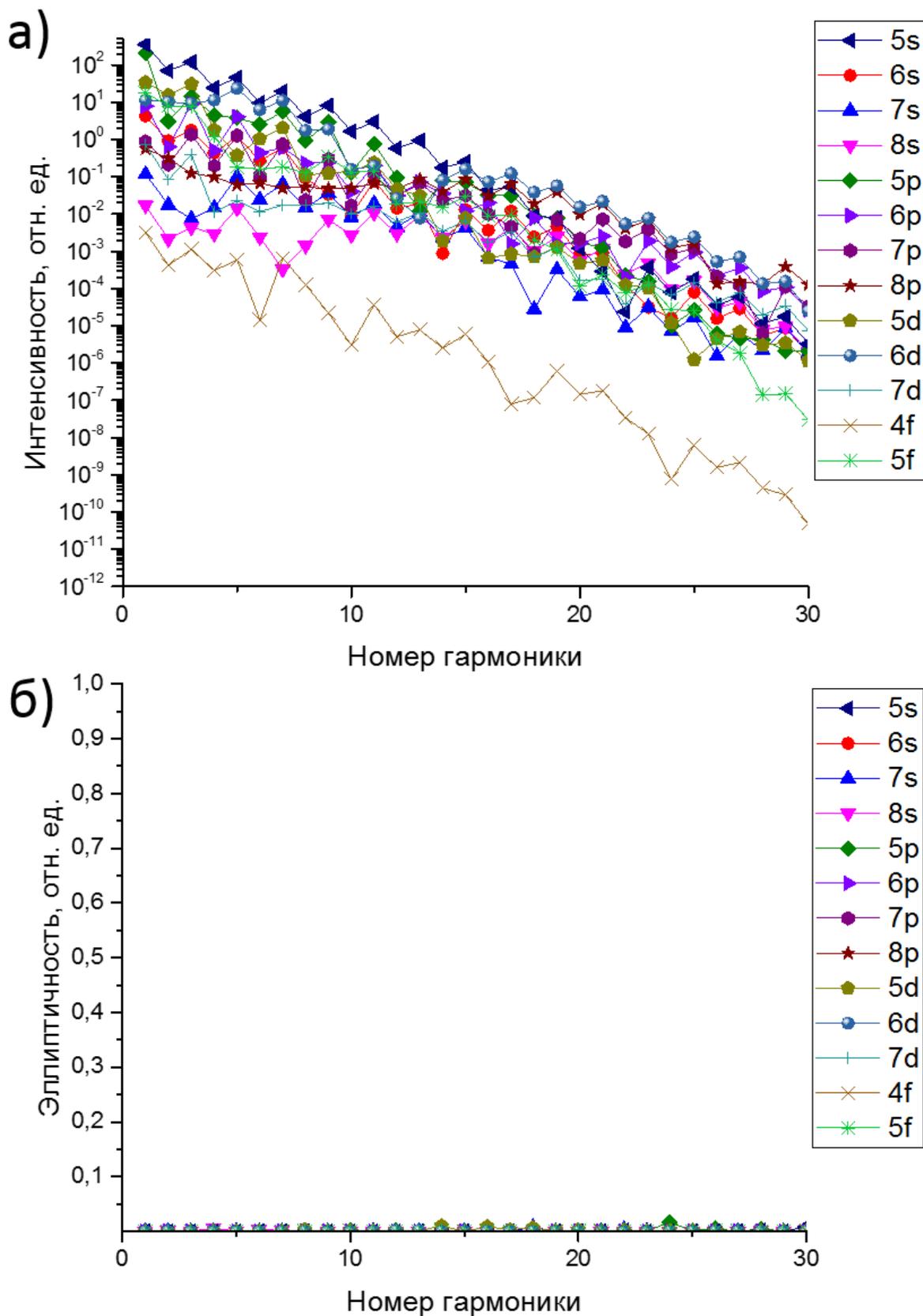


Рис. 3.30 Вклады отдельных уровней серебра в интенсивность (а) и эллиптичность (б) при временной задержке 0.33 фс, интенсивности компонент  $\mu_1=0.1$ ;  $\mu_2=0.0147$ , угол между поляризацией компонент лазерного поля  $\theta_0 = \pi/2$ .

Проследим теперь эволюцию представленных зависимостей при изменении угла  $\theta_0$  до  $\theta_0 = \pi/4$  (см. Рис. 3.29). Видно, что «вклады» в эллиптичность всех переходов значительно увеличились вместе с общей эллиптичностью гармоник спектра (см. Рис. 3.29 б и рис. 3.26 б (красные кружки)). Кроме того, немного изменилось распределение «уровней лидеров» в спектре. Действительно, уровень 6d сейчас вносит наибольший вклад в спектр. Таким образом, угол между компонентами двухчастотного поля является также управляющим параметром распределения населенности по уровням атома.

Исследуем изменение наблюдаемых зависимостей при сильном уменьшении амплитуд компонент лазерного поля. Соответствующие результаты представлены на рис. 3.30. Показано, что эффективность генерации гармоник высокого порядка быстро падает с уменьшением интенсивности лазерного поля (рис. 3.30 а). Переходы из основного состояния ( $5s$ ) дают наиболее заметный вклад во все нижние гармоники. Эллиптичности всех гармоник линейно поляризованы, что еще раз подтверждает более ранние исследования [307].

### **3.2.5. Влияние населенностей возбужденных уровней атома на поляризационные характеристики фотоэмиссионного спектра отклика атома неона**

В п.3.2.4 было исследовано влияние населенностей уровней атома, основное состояние которого описывается  $s$ -орбиталью, на характеристики фотоэмиссионного спектра отклика атома. Приведем также результаты исследования для атома, основное состояние которого описывается  $p$ -орбиталью. Будем рассматривать отклик атома неона на воздействие двухчастотного поля, образованного линейно поляризованными первой и второй гармониками  $Ti:Sa$  лазера.

На рис. 3.31 а и б показаны спектр отклика атома и эллиптичность гармоник, соответственно, рассчитанные для  $\theta_0 = \pi/2$ . Значение

эллиптичности, вычисленное для  $\theta_0 = \pi/4$ , показано красными кружками для сравнения. На рис. 3.31 б значения эллиптичности для некоторых гармоник достигают почти круговой поляризации. Таким образом, атомы, основное состояние которых описывается р-орбиталями, могут генерировать высокоэллиптические гармоники гораздо эффективнее, чем элементы, основное состояние которых описывается s-орбиталями.

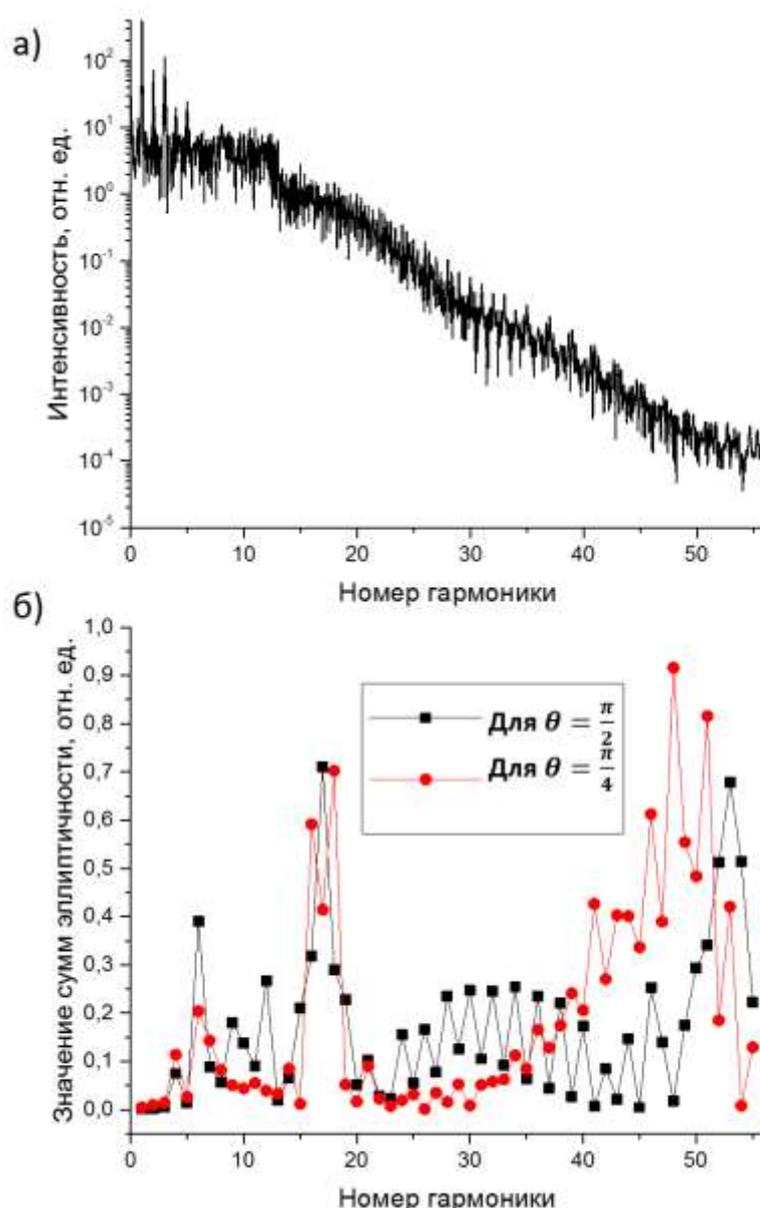


Рис. 3.31 (а) Фотоэмиссионный спектр отклика атома неона, взаимодействующего с двухчастотным лазерным полем, вычисленный при следующих параметрах:  $\mu_1=0.5$ ;  $\mu_2=0.0735$ , задержка между двумя импульсами 0.66 фс,  $\theta_0 = \pi/2$ . (б) Значение эллиптичности излучения представленного спектра (чёрная кривая с квадратами). Для сравнения представлена зависимость эллиптичности, рассчитанная при тех же параметрах поля, но для  $\theta_0 = \pi/4$  (б, красная кривая с кружками).

Изучим вклад каждого из 13 уровней атома неона в эффективность и эллиптичность генерируемого излучения (рис. 3.32 а и б). Отклик электронов основного состояния (уровень 2p) по-прежнему вносит основной вклад в генерацию низких гармоник. По мере увеличения номера гармоники возбужденные уровни энергии 5p, 5d и 5f начинают давать основной вклад. Наблюдаемые вклады в эллиптичность (рис. 3.32 б) достигают гораздо больших значений, чем для s-элементов (рис. 3.27 б) при равных значениях управляющих параметров:  $\mu_1=0.5$ ;  $\mu_2=0.0735$ ,  $\theta_0 = \pi / 2$ .

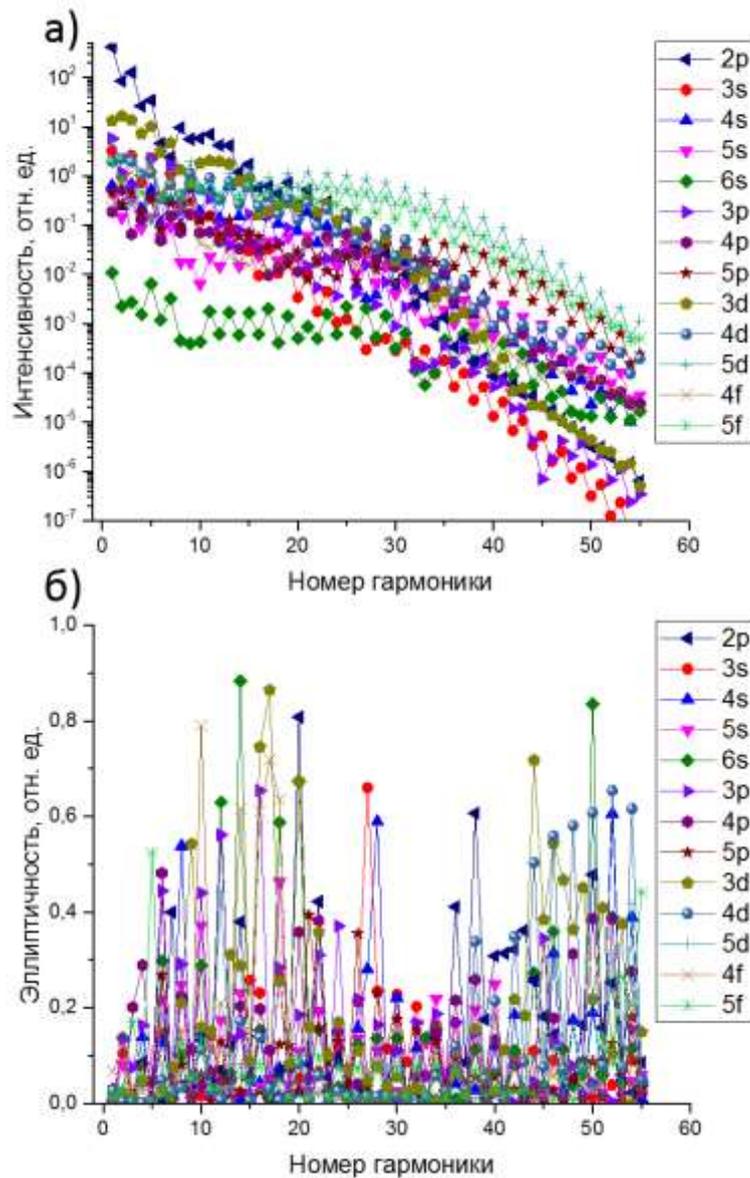


Рис. 3.32 Вклады отдельных уровней неона в интенсивность (а) и эллиптичность (б) при временной задержке 0.33 фс, интенсивности компонент  $\mu_1=0.5$ ;  $\mu_2=0.0735$ , угол между поляризацией компонент лазерного поля  $\theta_0 = \pi/2$ .

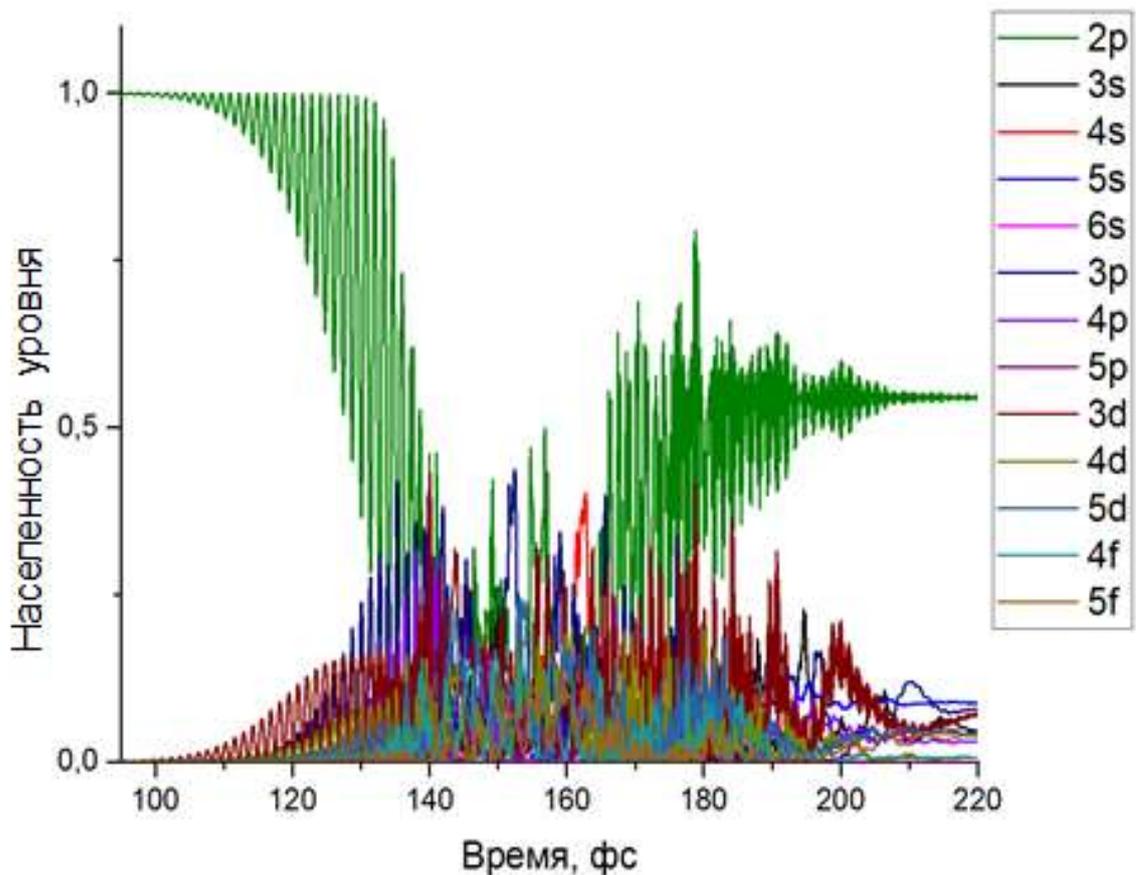


Рис. 3.33. Значения амплитуд населённости отдельных уровней одиночного атома неона при взаимодействии с двухчастотным лазерным полем со значениями управляющих параметров:  $\mu_1=0.5$ ;  $\mu_2=0.0735$ , задержка между импульсами 0.66 фс, угол между поляризацией компонент лазерного поля  $\theta_0 = \pi/2$ .

Таким образом, рис. 3.32 б показывает, что переходы с уровней 6s и 3d дают почти круговую поляризацию для высоких гармоник. Однако зависимости населенностей некоторых уровней атома неона от времени, показанные на рис. 3.33, демонстрируют, что эти уровни практически не заселены, что объясняет относительно низкую общую эллиптичность излучения, представленную на рис. 3.31б. Например, на рис. 3.33 показано, что населенность 3d-уровня мала. В то время как рис. 3.32 б показывает, что если бы он был более населен и переходы из него играли бы значительную роль, то почти циркулярно поляризованными могли бы быть гармоники высокого порядка.

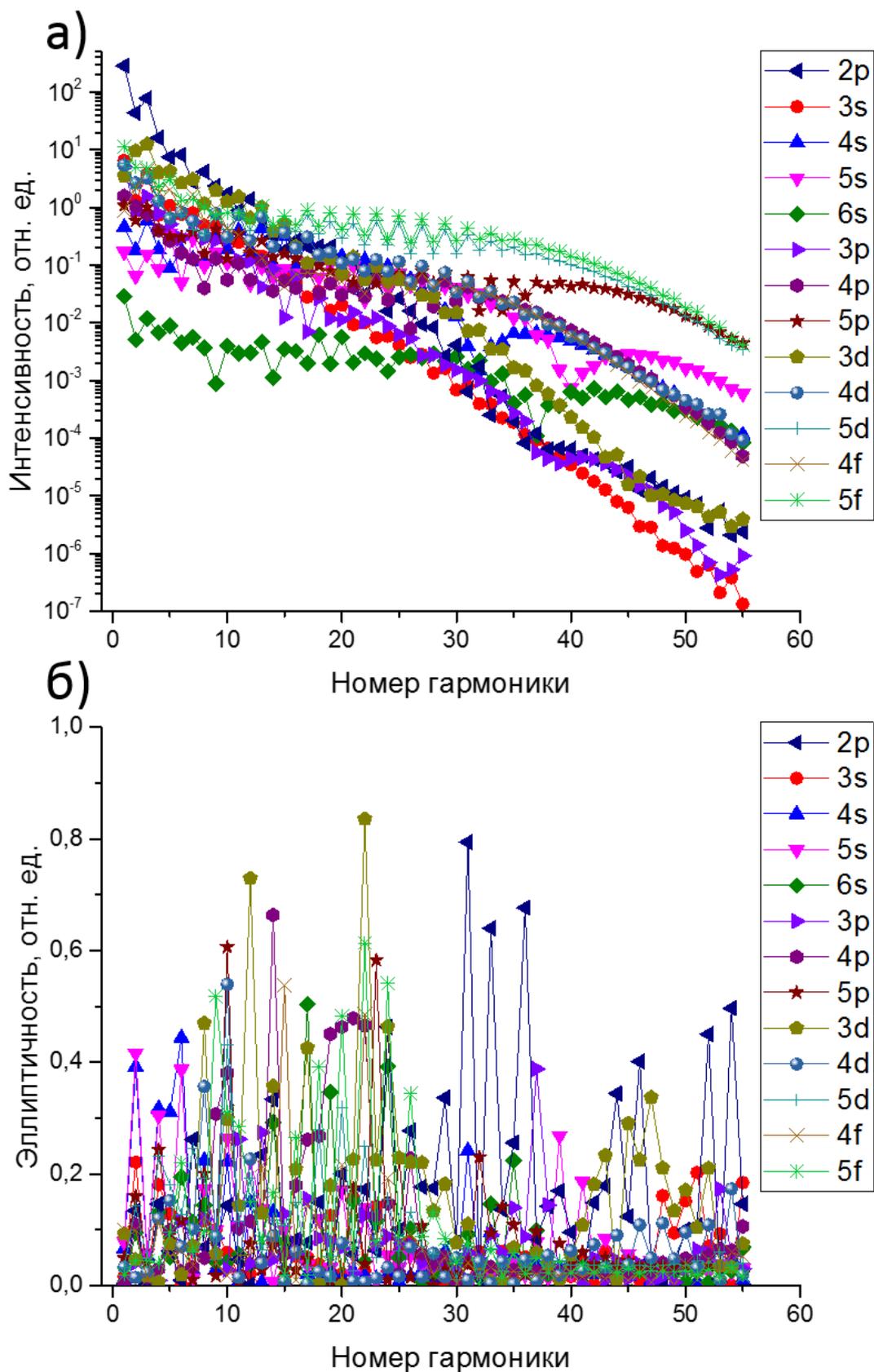


Рис. 3.34 Вклады отдельных уровней неона в интенсивность (а) и эллиптичность (б) при временной задержке 0.33 фс, интенсивности компонент  $\mu_1=0.5$ ;  $\mu_2=0.0735$ , угол между поляризацией компонент лазерного поля  $\theta_0 = \pi/4$ .

На рис. 3.34 а видно, что при изменении величины угла между компонентами двухчастотного поля на  $\theta_0 = \pi/4$  и сохранении значений других параметров, распределения вкладов уровней становятся более монотонными, чем при  $\theta_0 = \pi/2$ , а разница между ними становится более значительной. Таким образом, вклад основного состояния  $2p$  перестает быть максимальным уже на 10–12 гармониках, основную роль играют переходы с уровней  $5d$  и  $5f$ . Отметим, что рис. 3.34 б) ясно показывает, что эти уровни, вносящие основной вклад в интенсивность генерируемого отклика, «генерируют» излучение, поляризация которого близка к линейной.

Таким образом, впервые проведено детальное исследование не только интегральных зависимостей эффективности генерации гармоник и эллиптичности при вариации управляющих параметров двухчастотного поля, но и исследованы вклады переходов с каждого отдельного уровня в эллиптичность и интенсивность генерируемого отклика. Проведено исследование зависимости распределений вкладов уровней от вариации таких параметров поля, как интенсивности компонент, угла между поляризациями компонент поля. Показано, что динамика населённости уровней атома оказывает принципиальное значение на вид спектра генерируемого излучения, а также на поляризационные характеристики генерируемых гармоник. Проведённые исследования открывают новую возможность управления поляризационными характеристиками генерируемого излучения, которая заключается в контроле населённости конкретных уровней атома. Это открывает новые возможности для более детального подбора параметров лазерного поля для генерации циркулярно поляризованных гармоник высокого порядка.

### **3.2.6. Генерация гармоник высокого порядка в двухчастотных лазерных полях, образованных циркулярно-поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера**

Одним из наиболее часто используемым в экспериментах методов генерации эллиптических гармоник высокого порядка является метод, основанный на взаимодействии газовых струй с двухчастотными лазерными полями, образованными циркулярно-поляризованными гармониками на основной и удвоенной частоте Ti:Sa лазера, обладающими противоположными спиральностями у компонент поля [181, 310].

Проведено исследование параметров гармоник высокого порядка, генерируемых одиночным атомом Ne, взаимодействующим с описанным выше лазерным полем. Параметры лазерного поля были выбраны такими, как в [181]. Результаты представлены на рис. 3.35. Численные расчеты хорошо совпадают с экспериментально наблюдаемыми результатами: фотоэмиссионные спектры демонстрируют наличие одной слабоинтенсивной гармоники (3-я, 6-я, 9-я ...), за которой следуют две более интенсивные.

Для изучения природы генерации слабоинтенсивных гармоник мы смоделировали зависимость их эффективности от времени задержки между импульсами  $\omega$  и  $2\omega$ . Соответствующие зависимости представлены на рис. 3.36. Хорошо видно, что эффективность генерации интенсивных гармоник не зависит от величины времени задержки (см. синюю кривую с треугольниками на рис. 3.36). Это ожидаемый результат, поскольку для двухчастотного лазерного поля, образованного циркулярно поляризованными первой и второй гармониками, вектор поляризации которых вращается в противоположных направлениях, изменение времени задержки приводит к простому вращению поля, имеющего форму трилистника (см. вставки на рис. 3.36). В результате не происходит изменения интенсивности напряженности лазерного поля (в отличие от случая двухчастотного линейно поляризованного лазерного поля при изменении времени задержки между  $\omega$  и  $2\omega$ ). При этом наблюдается сильная зависимость эффективности слабоинтенсивных гармоник при

изменении времени задержки между компонентами двухчастотного поля  $\omega$  и  $2\omega$  (см. черную кривую с квадратами и красную кривую с кружками на рис. 3.36). Мы предполагаем, что это связано с изменением взаимного расположения p-орбитали, описывающей распределение волновой функции основного состояния атома неона, и двухчастотного поля (см. левую и правую панели на рис. 3.36).

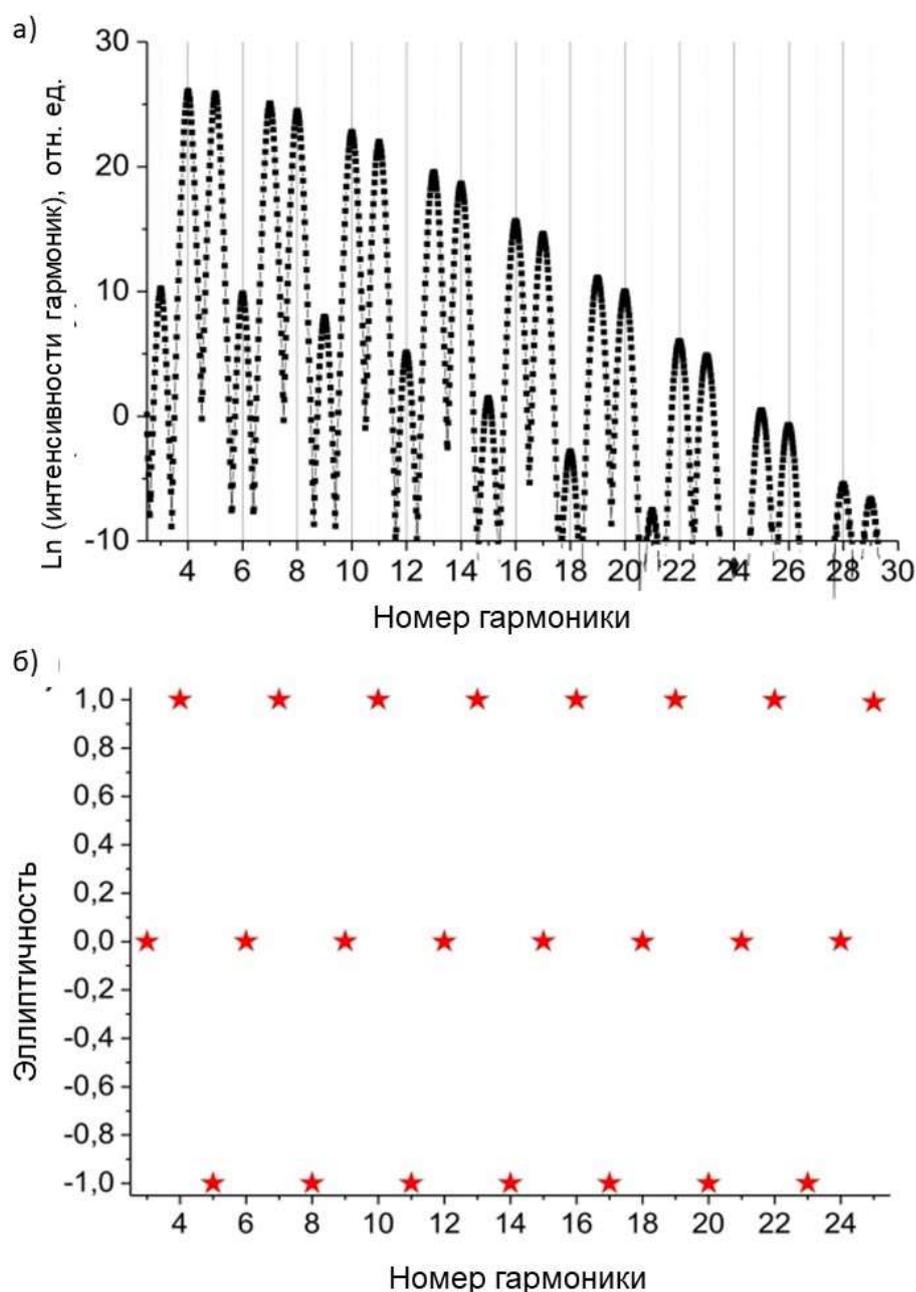


Рис. 3.35 Фотоэмиссионный спектр (а) и значения эллиптичности (б), рассчитанные для двухчастотных лазерных полей, образованных циркулярно поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера с противоположными спиральностями, для которых каждый соответствующий компонент лазерного поля имеет интенсивность, близкую к  $10^{14}$  Вт см $^{-2}$

В п. 3.2.3 мы показали, что природой генерации эллиптически поляризованного излучения являются каскадные переходы с  $\Delta m = \pm 2$ . Мы показали также, что переходы с  $\Delta m = \pm 1$  очень чувствительны к симметрии поля, поэтому любые изменения в организации лазерного поля (т.е. дополнительные внешние поля и т.д.) изменяют свойства генерируемого излучения. В случае двухчастотного лазерного поля, образованного циркулярно поляризованными полями, вектора поляризации которых вращаются в противоположных направлениях, генерация слабоинтенсивных гармоник также происходит за счет такого рода переходов. Это можно просто продемонстрировать в рамках «одноуровневого» приближения. На рис. 3.37 представлены спектры сумм двух наборов (3.23): синяя кривая с треугольниками показывает сумму компонент матрицы (3.23), соответствующих каскадным переходам с  $\Delta m = \pm 2$ , красная кривая с кружками показана сумма остальных семи компонент матрицы (3.23). Часть тока, содержащая семь компонент матрицы (3.23), не имеет сигнала на месте слабоинтенсивных гармоник, а спектры суммы двух других компонент содержат сигнал на частотах всех гармоник. Следовательно, природа генерации слабоинтенсивных гармоник заключается в каскадных переходах с  $\Delta m = \pm 2$ . Величина слабоинтенсивных гармоник может быть изменена за счет динамики амплитуд вероятностей атомных состояний (см. п.3.2.5). Последнее не учитывается в рамках «одноуровневых» приближений, но учитывалось при расчетах полного атомного тока (2.51) при получении результатов, представленных на рис. 3.35 и 3.36.

Поведение двух частей набора (3.23) объясняет зависимость интенсивности слабоинтенсивных гармоник и независимость эффективности генерации интенсивных гармоник от величины времени задержки между первой и второй гармониками, представленные на рис. 3.36. Действительно, в то время как слабоинтенсивные гармоники генерируются только за счет переходов с  $\Delta m = \pm 2$ , величина соответствующих компонент тока (3.23) очень чувствительны к симметрии лазерного поля, изменение относительного

расположения р-орбитали и распределения поля в плоскости поляризации при изменении времени задержки между импульсами, переносится на зависимость интенсивности слабоинтенсивных гармоник. В тоже время, вклад переходов с  $\Delta m = \pm 2$  в формирование интенсивных гармоник существенно меньше суммы вкладов всех остальных переходов, следовательно, генерация таких гармоник не так чувствительна к изменению взаимной ориентации волновой функции и распределения вектора поляризации двухчастотного поля в плоскости поляризации. В результате чего, интенсивность таких гармоник не изменяется при вариации задержки между импульсами  $\omega$  и  $2\omega$ .

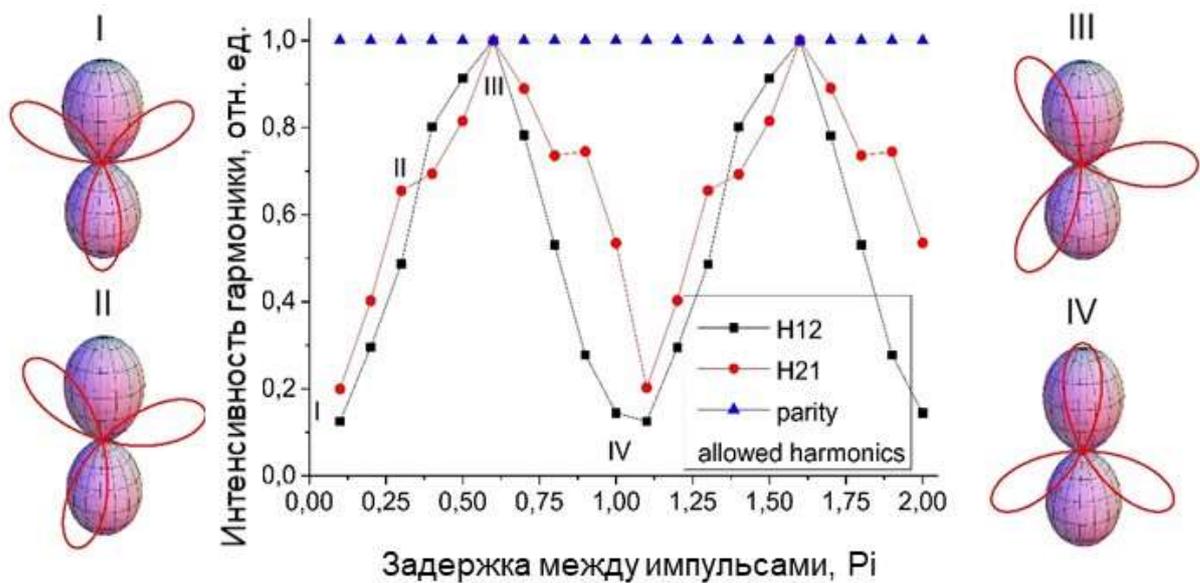


Рис. 3.36 Зависимости нормированных слабоинтенсивных гармоник H12 (черная кривая с квадратами), H21 (красная кривая с кругами) и интенсивных гармоник (синяя кривая с треугольниками) от величины времени задержки между  $\omega$  и  $2\omega$ . На вставках схематично представлена взаимная ориентация вектора напряженности электрической компоненты электромагнитной волны в плоскости поляризации и р-орбитали.

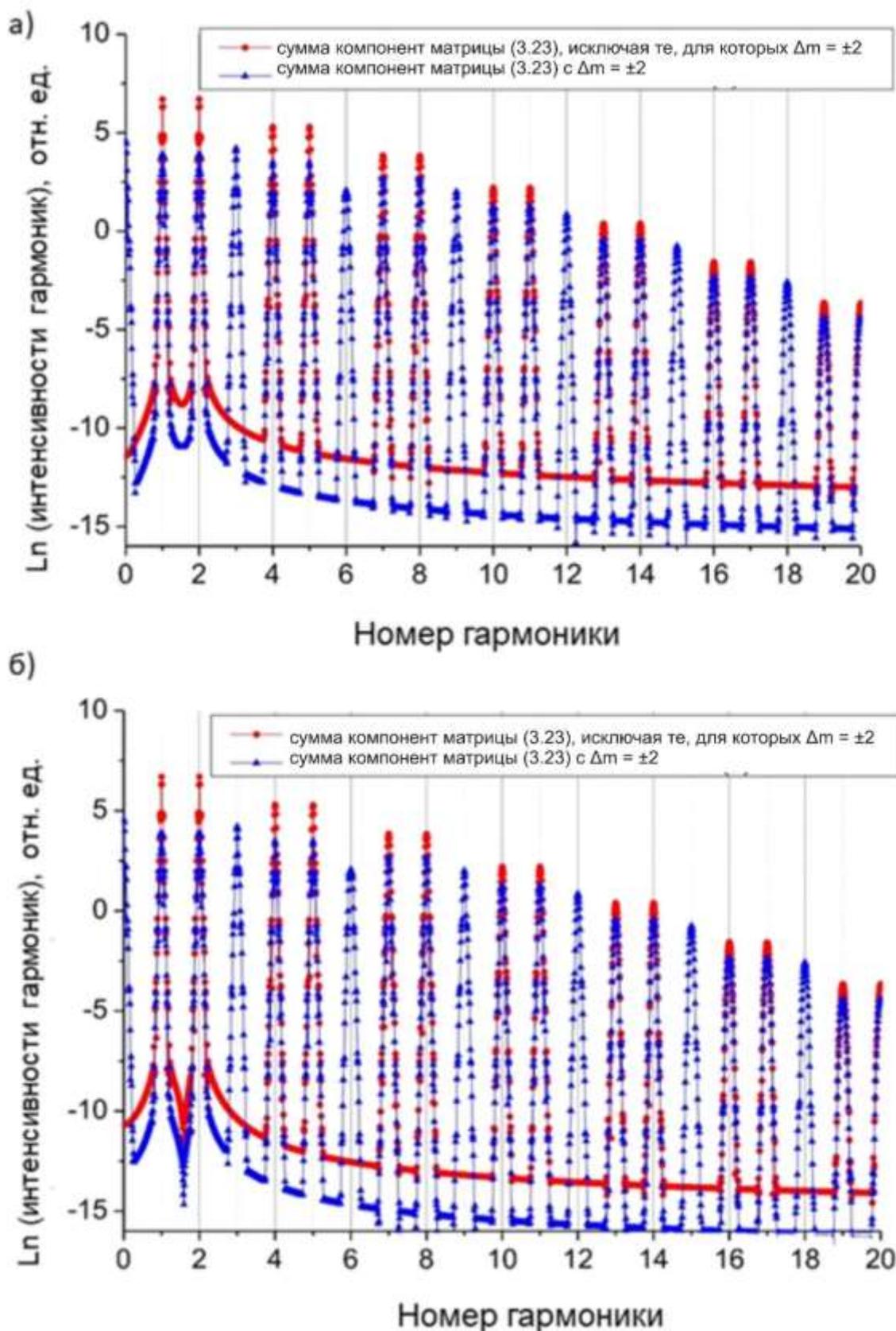


Рис. 3.37 Части двух проекций фотоэмиссионного спектра на ортогональные оси (рис. а и б), рассчитанные как суммы компонент матрицы (3.23), соответствующие каскадным переходам с  $\Delta m = \pm 2$  (синяя кривая с треугольниками) и сумма остальных семи компонент матрицы (3.23) (красная кривая с кругами).

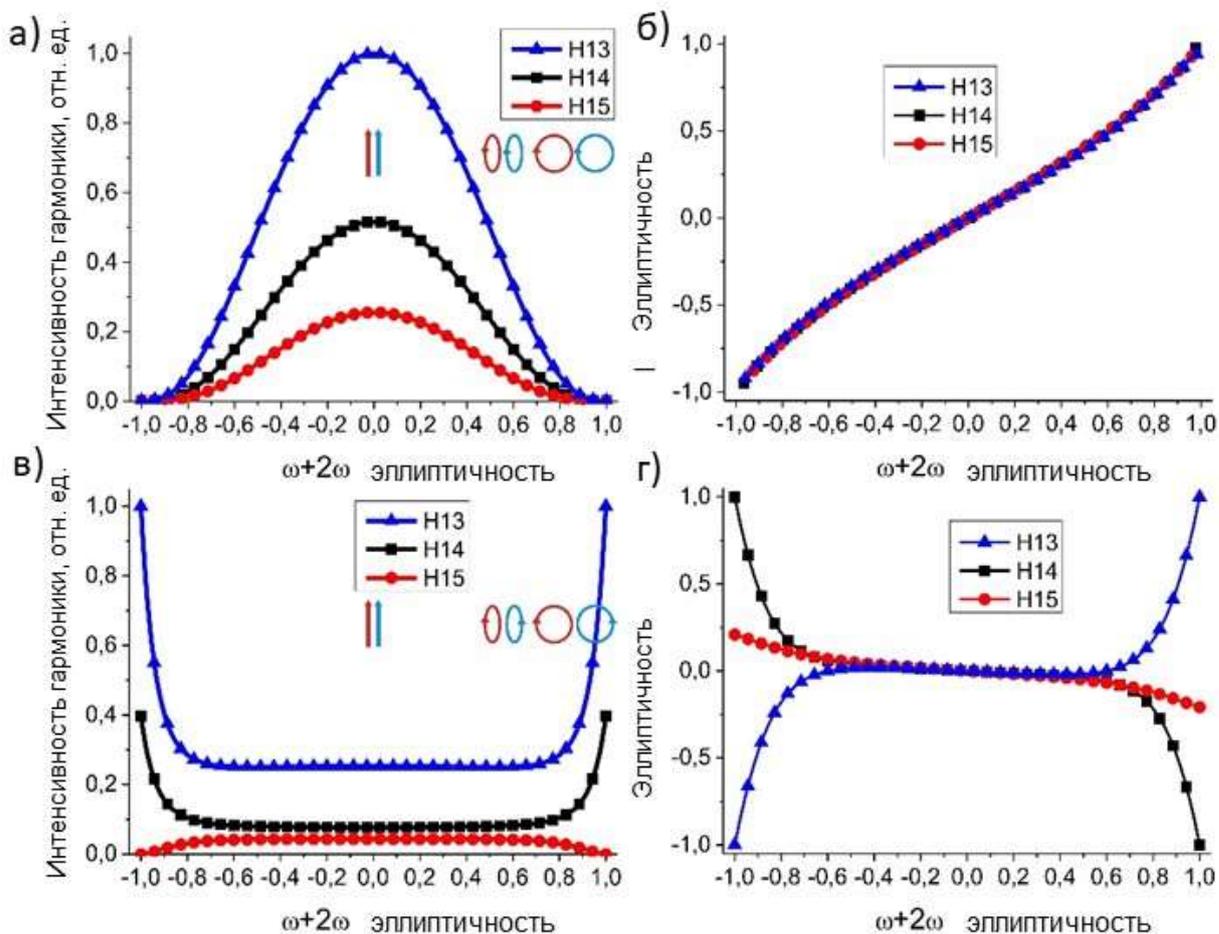


Рис. 3.38 Интенсивности гармоник (а, в) и их эллиптичности (б, д), рассчитанные для случая одинаковых спиральностей (а, б) и противоположных спиральностей (б, д) компонент двухчастотных лазерных полей, образованных эллиптически поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера.

Проведены также исследования генерации гармоник в двухчастотных лазерных полях, образованных эллиптически поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера с изменяющейся степенью поляризации компонент поля для случая сонаправленного и противоположно направленного вращения векторов поляризации компонент поля. В численных расчетах эллиптичность компонент поля менялась одновременно. Результаты зависимости эффективности и эллиптичности генерируемых в таких полях некоторых гармоник представлены на рис. 3.38. Рис. 3.38 а, б показаны интенсивности гармоник и их эллиптичности, рассчитанные для случая совместного вращения  $\omega$  и  $2\omega$  для разных значений их эллиптичности. В отличие от случая, представленного на рис. 3.35, мы немного уменьшили

значение интенсивности  $2\omega$ , сохранив интенсивность  $\omega$  на том же уровне. Хорошо видно, что в этом случае максимальная эффективность генерации гармоник достигается для линейно поляризованных  $\omega$  и  $2\omega$ . Эллиптичности гармоник следуют за эллиптичностью импульсов  $\omega$  и  $2\omega$ . Зависимости близки к линейным (см. Рис. 3.38б). Циркулярно поляризованные гармоники генерируются для случая циркулярно поляризованных  $\omega$  и  $2\omega$ , но при этом, интенсивности гармоник малы.

Поведение свойств гармоник усложнилось для случая встречно вращающихся импульсов  $\omega$  и  $2\omega$  (см. Рис. 3.38 в, г). Хорошо видно, что интенсивности и эллиптичности (значения которых близки к нулю) генерируемых гармоник незначительно меняются в широком диапазоне эллиптичностей  $\omega$  и  $2\omega$  (от -0,7 до 0,7). При изменении диапазона эллиптичностей  $\omega$  и  $2\omega$  от (-1, -0,7) и (0,7, 1) параметры генерируемых гармоник существенно меняются: значения эллиптичностей двух интенсивных гармоник меняются от  $\sim 0$  до  $\pm 1$ , а их интенсивность значительно растет. В то же время динамика интенсивностей слабоинтенсивных гармоник не столь существенна. Такое отличие в характере зависимости интенсивных и слабоинтенсивных гармоник связано с их природой, т.е. с тем, какие переходы «отвечают» за их генерацию.

### **3.2.7. Генерация гармоник высокого порядка в двухчастотных скрещенных полях**

Описанные выше результаты представлены для случаев, когда направления распространения многочастотного лазерного поля совпадают. В этом случае, в непertурбативном режиме взаимодействия представляется затруднительным выделить определенный канал генерации гармоник (сколько фотонов и какого сорта участвуют в генерации заданной гармоники): при генерации заданной гармоники существует множество конкурирующих каналов, формирующих заданную гармонику с определенной вероятностью.

Вместе с тем, в определенных случаях существуют условия, когда можно с достоверной точностью определить количество фотонов, формирующих гармонику. Это возникает в неколлинеарных лазерных полях, когда, например, компоненты двухчастотного поля распространяются вдоль скрещенных направлений. В этом случае, по угловому распределению гармоник удастся определить количество фотонов, формирующих гармонику [A13]. В этом случае, поляризационные характеристики генерируемого излучения могут быть рассчитаны без использования непертурбативного подхода.

Рассмотрим генерацию гармоник в двухчастотных лазерных полях, образованных линейно поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера, направления распространения которых неколлинеарны, а направления поляризации линейно поляризованных компонент поля образуют угол  $\theta_0$ . Предположим, что в газе, взаимодействующим с таким полем, генерируются гармоники, обладающие ненулевым значением эллиптичности. Тогда эллипс поляризации может быть представлен в плоскости, сформированной векторами поляризации компонент поля (см. рис. 3.39). Предположим, что заданная гармоника формируется  $n$  фотонами излучения на основной частоте ( $\omega$ ) и  $m$  фотонами на удвоенной частоте лазера ( $2\omega$ ), тогда напряженность поля соответствующей гармоники может быть представлена как сумма векторов  $n\vec{E}_\omega + m\vec{E}_{2\omega}$ , умноженная на некоторый коэффициент, который ассоциируется с компонентой тензора восприимчивости на соответствующей частоте гармоники и соответствует направлению распространения гармоники ( $\chi$ ). Тогда из геометрических соображений можно рассчитать угол наклона эллипса поляризации гармоники (P.A.) и ее эллиптичность:

$$P.A. = \arcsin \left[ \frac{\sin(\theta)}{\sqrt{k}} \right], \quad \varepsilon = \tan \left[ \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{2\zeta k}{\zeta^2 + k^2} \right) \right],$$

где  $k = 1 + \frac{2\cos(\theta)}{\eta} + \frac{1}{\eta^2}$ ,  $\zeta = \frac{\sin(\theta)}{\eta}$ ,  $\eta = \chi \frac{n}{m} \frac{|E_\omega|}{|E_{2\omega}|}$ . При выводе этих формул

предполагалось, что разность фаз между излучением на основной и удвоенной

частотах равна  $\pi/2$ , что соответствует условиям идеального фазового синхронизма в ВВО кристалле.

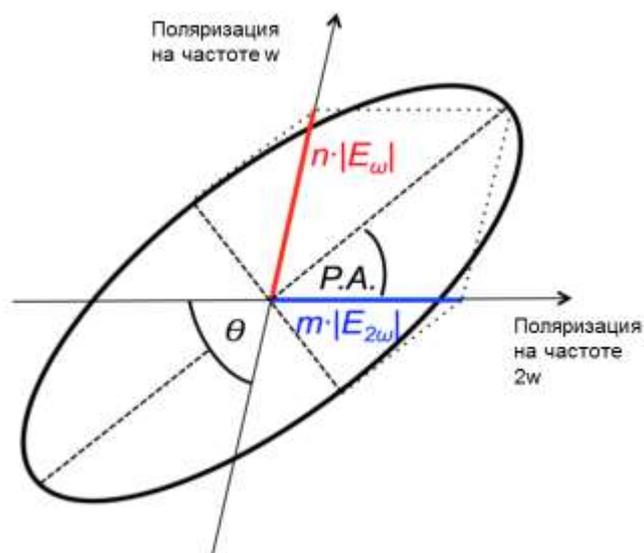


Рис. 3.39 Эллипс поляризации гармоники и взаимное расположение поляризаций компонент поля ( $\omega$ ;  $2\omega$ ). P: A - угол наклона эллипса поляризации,  $\theta_0$  – угол между направлениями поляризаций компонент двухчастотного поля,  $n$  – количество фотонов излучения на частоте  $\omega$ ,  $m$  – количество фотонов излучения на частоте  $2\omega$ , участвующих в формировании заданной гармоники  $n+2m$ .

Описанные выше рассуждения были проверены на результатах эксперимента по изучения поляризационных характеристик гармоник в скрещенных полях, выполненного в группе проф. В. Малка (Палезо, Франция). Схема установки и подробное описание экспериментальных данных представлено в [A13]. На рис. 3.40 представлены экспериментально измеренные (обозначены кружками) и теоретически рассчитанные с использованием описанных выше формул (обозначены крестами) значения угла наклона эллипса поляризации (левый ряд) и эллиптичности гармоник (правый ряд), рассчитанных и измеренных для  $\theta_0 = 75^\circ, 82.5^\circ, 86^\circ, 90^\circ$ . Конкретные значения  $n$  и  $m$  были получены из эксперимента (см. [A13]). Отношение амплитуд  $|E_\omega|/|E_{2\omega}| \sim 1$  было выбрано, исходя из особенностей выполненного эксперимента. Коэффициент связи  $\chi$ , был настроен вручную для оптимального согласования. Он варьируется от 0,2 для  $\theta_0 = 75^\circ$  до 1,5 для  $\theta_0 = 90^\circ$ . Видно, что теоретические расчеты демонстрируют хорошее согласование с экспериментом.

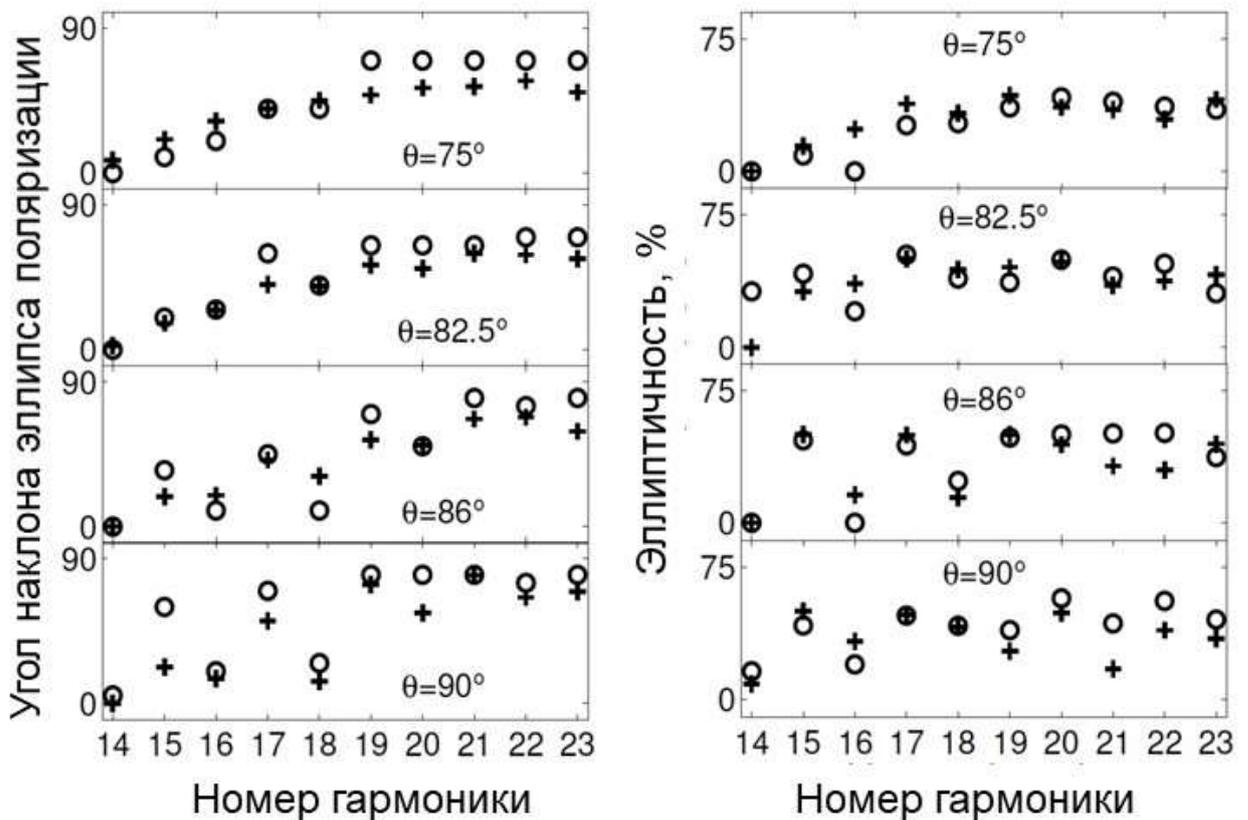


Рис. 3.40 Сравнение между экспериментально измеренными (кружки) и численно рассчитанными (кресты) поляризационными характеристиками генерируемых гармоник. Левый ряд: угол наклона эллипса поляризации; правый ряд: эллиптичность. Параметры эксперимента, проведенного в группе проф. В. Малка (Палезо, Франция) представлены в [A13]. В численных расчетах  $\chi$  выбран равным 0,2, 0,3, 0,5 и 1,5 для  $\theta_0 = 75^\circ; 82.5^\circ; 86^\circ$  и  $90^\circ$  соответственно.

Отметим также, что в данном эксперименте наблюдается зависимость параметров гармоник от угла между направлениями поляризаций компонент двухчастотного поля  $\theta_0$ , это является экспериментальным подтверждением высказанного нами ранее предположения о эффективности данного управляющего параметра (см. п.3.1.3).

### §3.3 Эффекты фазового и квази-фазового согласования при генерации гармоник высокого порядка в газовых средах

Перейдем к описанию особенностей отклика протяженной газовой среды.

#### 3.3.1 Отклик протяженной газовой среды.

Эффекты фазового согласования изучались в газах на примере атомарного газа аргона. Для этого использовалась предложенная

интерференционная модель. Среда представляла собой цепочку атомов, количество которых определялось давлением в среде и ее длиной. Исследования характеристик генерируемого поля проводились в дальней зоне (на расстоянии 1.5 м от среды) в плоскости, перпендикулярной направлению распространения излучения.

Зависимости показателей преломления для различных дли волн были взяты из ресурса [311]. На рис. 3.41 представлено пространственное распределение электромагнитного излучения в плоскости, перпендикулярной направлению распространения излучения (на виртуальном детекторе), генерируемое газовой средой, состоящей из цепочки атомов длиной 1 см, вычисленное для излучения на частоте 5-ой (а) и 35-ой (б) гармониках падающего лазерного излучения. Исследования проводились для лазерного излучения, сформированного из первой и второй гармоник Ti:Sa лазера ( $\lambda = 800$  нм), интенсивность компонент поля  $\mu_{01} = 0.1$ ,  $\mu_{02} = 0.1$ , длительности импульсов  $\tau = 30$  фс, угол между поляризациями компонент поля  $\theta = 0^\circ$ . Начало системы координат совпадает осью симметрии задачи, картинки обладают радиальной симметрией, на рисунках представлены, по сути, зависимость интенсивности излучения от расстояния от оси детектора ( $y$ ). Видно, что при низких давлениях пространственное распределение гармоник является гауссоподобным – присутствует пик в центре, интенсивность излучения спадает при движении координаты от центра к периферии. Подобное распределение интенсивности излучения в пространстве характерно как для низких (рис. 3.41 а), так и для высоких (рис. 3.41 б) гармоник. При возрастании давления пространственное распределение меняется: излучение, распространяющееся под нулевым углом к направлению волнового вектора лазерного излучения, формирует уже не самый интенсивный пик, - в частотно-угловых спектрах появляются коническая эмиссия, частотно-угловой спектр представляет собой набор вложенных конусов (см. рис. 3.41). Их присутствие связано с интерференцией вкладов различных атомов. Подобное угловое распределение гармоник было обнаружено экспериментально как для низких

[312], так и для высоких гармоник [313]. Природа появления дополнительных пиков в угловом спектре отклика среды интенсивно исследовалась в [314-316]. Проведенные исследования показывают, что причиной такого распределения является конструктивная и деструктивная интерференция вкладов различных атомов, которая зависит от давления (количества атомов).

Для того, чтобы исследовать интегральную характеристику генерируемого излучения мы проводили интегрирование по координате  $u$  распределения излучения на детекторе. В результате получилась зависимость эффективности генерации излучения, рассчитанная для данной гармоники при фиксированных значениях параметров среды. На рис. 3.42 представлено распределение интегральной эффективности генерации 5-ой, 6-ой и 35 гармоники при вариации давления в среде. Зависимости демонстрируют следующие особенности: (1) интенсивность генерации гармоник при низких давлениях растёт пропорционально квадрату количества атомов цепочки, ее формирующей (учитывая одномерность модели, это пропорционально давлению в объеме газовой среды в степени  $2/3$  или квадрату давления газа в капилляре); квадратичный рост эффективности генерации гармоники свидетельствует о том, что излучение различных атомов цепочки интерферирует когерентно; (2) при дальнейшем возрастании давления, зависимости эффективности генерации гармоник насыщаются, и эффективность генерации гармоник падает при возрастании давления, формируя область «оптимального» давления для каждой гармоники ( $p_{opt}$ ) (наличие «оптимального» давления было подтверждено многочисленными экспериментами, см. например [312]); (3) ближайшие гармоники демонстрируют схожие зависимости от давления.

Сравнивая рис. 3.41 и 3.42 можно заметить, что эффективность генерации гармоники перестает увеличиваться, когда в пространственном распределении возрастают дополнительные радиальные полосы, поскольку появление таких кольцевых структур в пространственном распределении свидетельствует о деструктивной интерференции вкладов различных атомов, уменьшающих

общую интенсивность генерируемого излучения. В этом заключается природа возникновения «оптимального» давления газа.

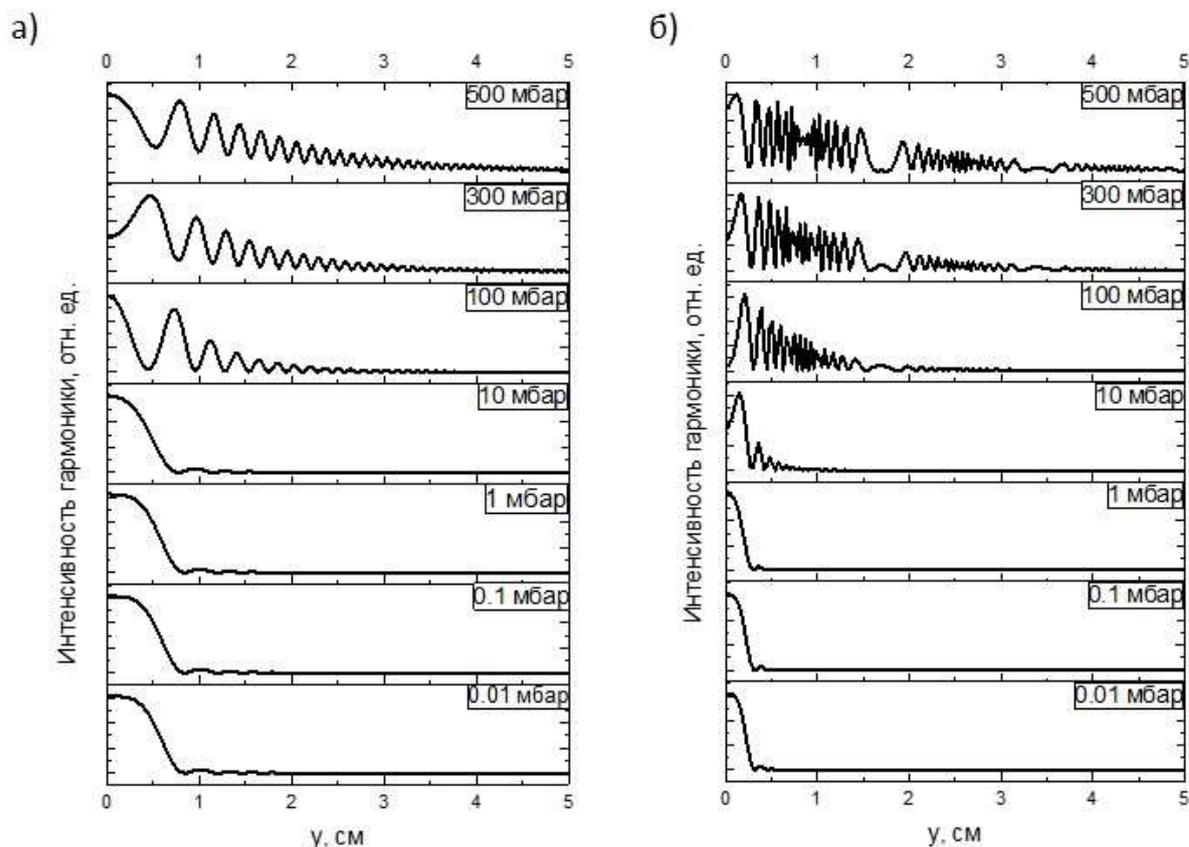


Рис. 3.41. Радиальное распределение 5-ой (а) и 35-ой (б) гармоники, рассчитанной для аргонового газа длины 1 см при вариации давления в среде. Расчет проводился для лазерного излучения, сформированного из первой и второй гармоник Ti:Sa лазера, интенсивность компонент поля  $\mu_{01}=0.1$ ,  $\mu_{01}=0.1$ , длительности импульсов  $\tau=30$  фс, угол между поляризациями компонент поля  $\theta_0=0^\circ$

Результаты численных исследований демонстрируют наличие простого соотношения, связывающего номер гармоники ( $H$ ), длину среды ( $l$ ) и «оптимальное» давление в среде ( $p_{opt}$ ):

$$l \cdot H \cdot p_{opt} = Const. \quad (3.28)$$

Эта формула была проверена на опубликованных экспериментальных данных [317] и хорошо с ними согласуется, она может быть использована для «тонкой подстройки» эффективности генерации заданной гармоники (групп гармоник) в эксперимента. Проведенные исследования были выполнены для нефокусированных пучков, в случае наличия фокусирующих элементов в

оптической схеме, в качестве  $l$  необходимо использовать минимальную длину среди общей длины среды и длины перетяжки.

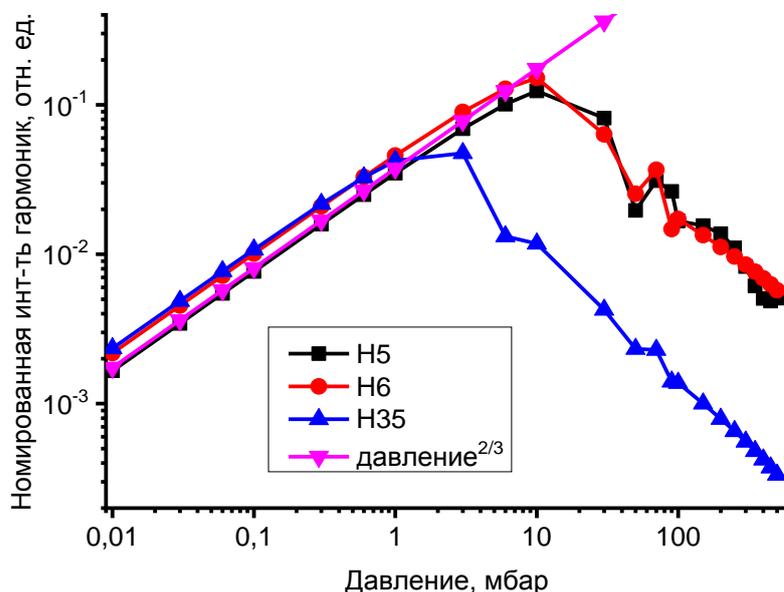


Рис. 3.42. Зависимость эффективности генерации гармоник от давления, рассчитанное для 5-ой (черная кривая с квадратами), 6-ой (красная кривая с кружками), 35-ой (голубая кривая с треугольниками). В качестве сравнения представлена зависимость квадрата количества атомов в газе (розовая кривая с треугольниками). Расчеты проводились для аргоновой газовой среды длиной  $l=1$  см и для лазерного излучения, сформированного из первой и второй гармоник Ti:Sa лазера, интенсивность компонент поля  $\mu_{01}=0.1$ ,  $\mu_{02}=0.1$ , длительности импульсов  $\tau=30$  фс, угол между поляризациями компонент поля  $\theta_0=0^\circ$

Также было проведено исследование влияния начальной разности фаз между компонентами двухчастотного лазерного поля. На рис. 3.43 представлены зависимости для гармоник низкого порядка (а), а также для 35-ой гармоники (б). Видно, что величина разности фаз между компонентами двухчастотного лазерного поля не влияет на характер зависимости эффективности генерации излучения от давления: при низких значениях давления по-прежнему зависимости демонстрируют квадратичный рост относительно количества атомов, положение «оптимального» давления не меняется. Вместе с тем, эффективность генерации гармоник существенным образом зависит от величины разности фаз между компонентами двухчастотного лазерного поля, причем для каждой гармоники «оптимальная»

(то есть такой, при которой наблюдается максимальная эффективность генерации) начальная разность фаз своя. Отметим сложность экспериментального обнаружения данного эффекта, так как правило измеренные зависимости эффективности генерации являются усредненными за множество отдельных актов взаимодействия лазерного излучения с веществом, в каждом из которых разность фаз между компонентами поля может меняться.

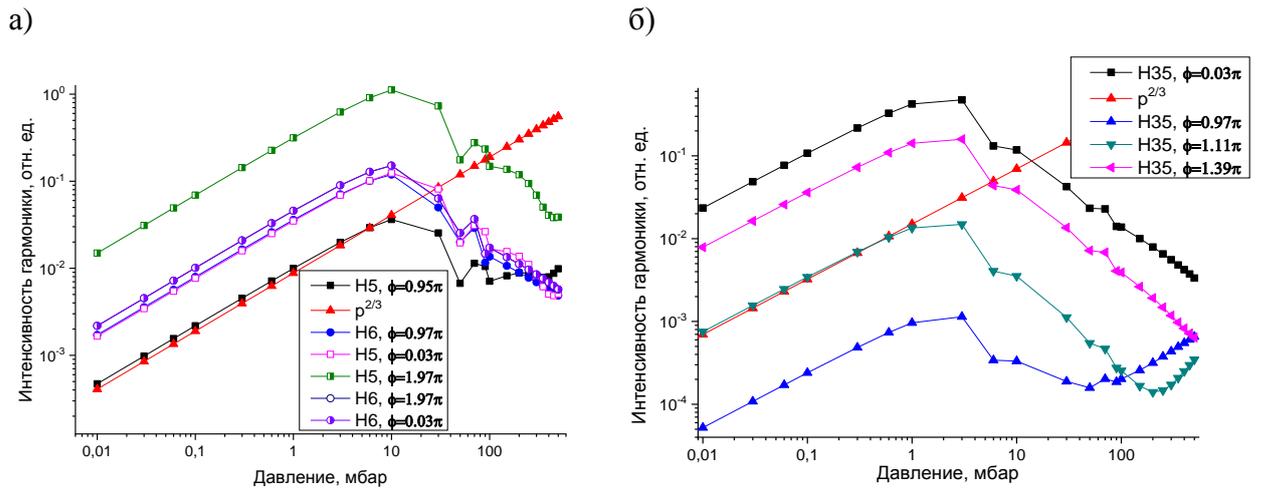


Рис. 3.43. Зависимость эффективности генерации гармоник от давления, рассчитанное для 5-ой , 6-ой (а), 35-ой (б) гармоник, вычисленные для различных начальных значений разности фаз между первой и второй гармониками Ti:Sa лазера (см. легенды на рисунках). Расчеты проводились для аргоновой газовой среды длиной  $l=1$  см и для лазерного излучения, параметры которого определены следующим образом интенсивность компонент поля  $\mu_{01}=0.1$ ,  $\mu_{02}=0.1$ , длительности импульсов  $\tau=30$  фс, угол между поляризациями компонент поля  $\theta_0=0^0$

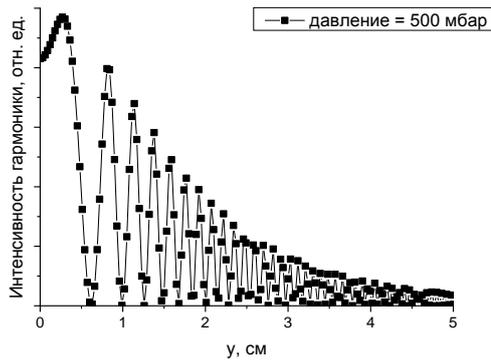
Проведены также исследования генерации гармоник в аргоновой газовой среде, взаимодействующей с двухчастотным лазерным полем, образованным первой и второй гармониками Ti:Sa лазера, направления поляризации компонент которых составляют угол  $90^0$ . Как было показано нами ранее, при такой конфигурации поляризаций поля возможна генерация эллиптически поляризованного излучения [A20], в связи с этим, важно исследовать поляризационные характеристики генерируемого излучения протяженной газовой средой. На рис. 3.44 представлено радиальное распределение интенсивности генерации 6-ой гармоники (левый ряд) и величины ее

эллиптичности (правый ряд). Видно, что распределение интенсивности демонстрирует те же особенности, которые наблюдались в сополяризованном режиме взаимодействия. Распределение величины эллиптичности генерируемого излучения демонстрирует более сложную структуру. Так, в области низких значений давлений эллиптичность излучения одинаковая для всех точек детектора, ее величина ( $\varepsilon=0.4$ ) соответствует максимальной величине эллиптичности, которая наблюдалась при исследовании зависимости эллиптичности генерации 6-ой гармоники одиночным атомом при вариации временной задержки между импульсами (см. рис. 3.45). При возрастании давления величина эллиптичности в целом сохраняется, но в области резкого падения интенсивности гармоники появляются особенности, которые в целом, не влияют на общую эллиптичность излучения.

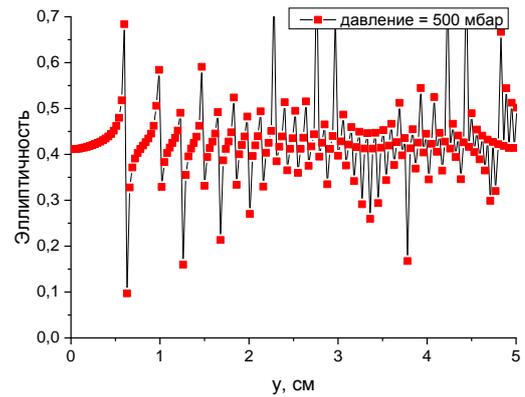
Для того, чтобы убедиться, что излучение является поляризованным (с заданной, а не стохастической поляризацией) была рассчитана степень поляризации [166]. Соответствующая зависимость представлена на рис. 3.46. Видно, что для всех рассмотренных значений давления степень поляризации близка к единице, что соответствует полностью поляризованному свету. Таким образом, центральную часть пространственного распределения излучения можно считать поляризованной с заданным значением поляризации (в нашем случае,  $\varepsilon=0.4$ ).

Также, была рассчитана зависимость эффективности генерации 6-ой гармоники при изменении давления в газе (см. рис. 3.47). Это распределение демонстрирует те же особенности, что и соответствующие зависимости, полученные для случая сополяризованного режима.

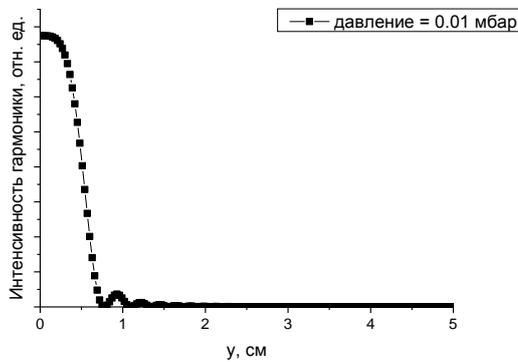
а)



б)



в)



г)

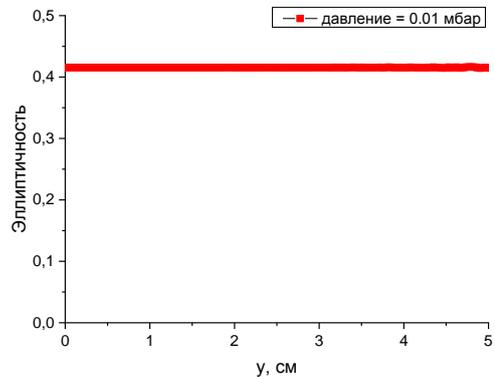


Рис. 3.44 Радиальное распределение интенсивности (а, в) и величины эллиптичности (б,г) 6-ой гармоники, рассчитанной для аргонового газа длины 1 см при вариации давления в среде. Расчет проводился для лазерного излучения, сформированного из первой и второй гармоник Ti:Sa лазера, интенсивность компонент поля  $\mu_{01}=0.1$ ,  $\mu_{01}=0.1$ , длительности импульсов  $\tau=30$  фс, угол между поляризациями компонент поля  $\theta_0=90^\circ$

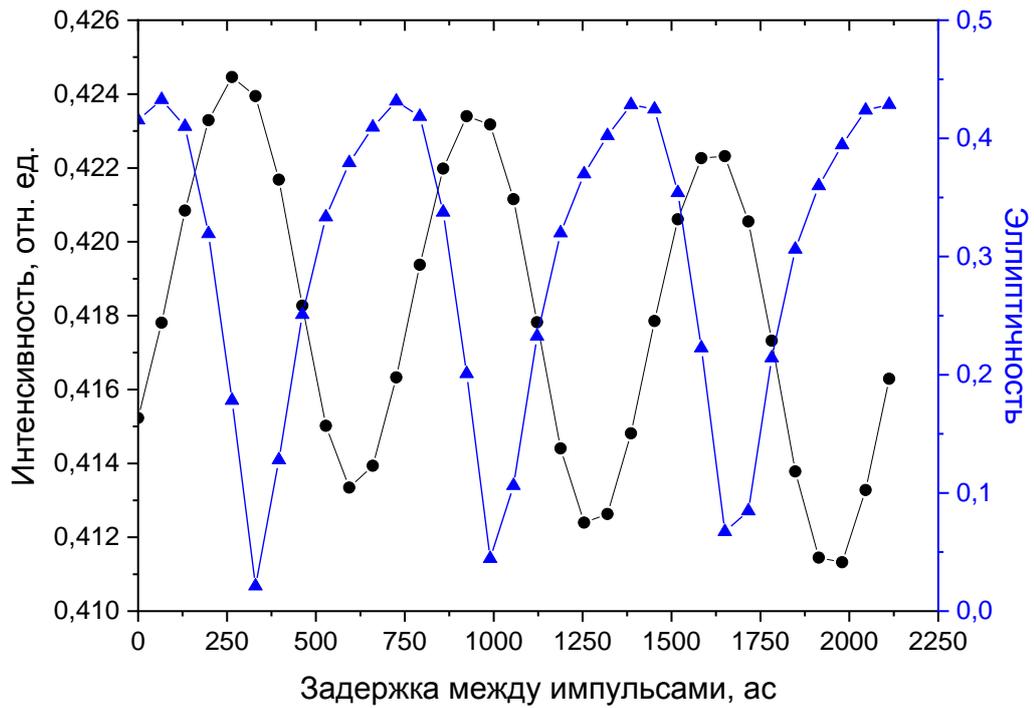


Рис. 3.45 Зависимость эффективности генерации (черная кривая с кружками) и величины эллиптичности (синяя кривая с треугольниками) 6-ой гармоники, генерируемой атомом аргона, взаимодействующим с двухчастотным лазерным полем, образованным из первой и второй гармоник Ti:Sa лазера, интенсивность компонент поля  $\mu_{01}=0.1$ ,  $\mu_{02}=0.1$ , длительности импульсов  $\tau=30$  фс, угол между поляризациями компонент поля  $\theta_0=90^\circ$

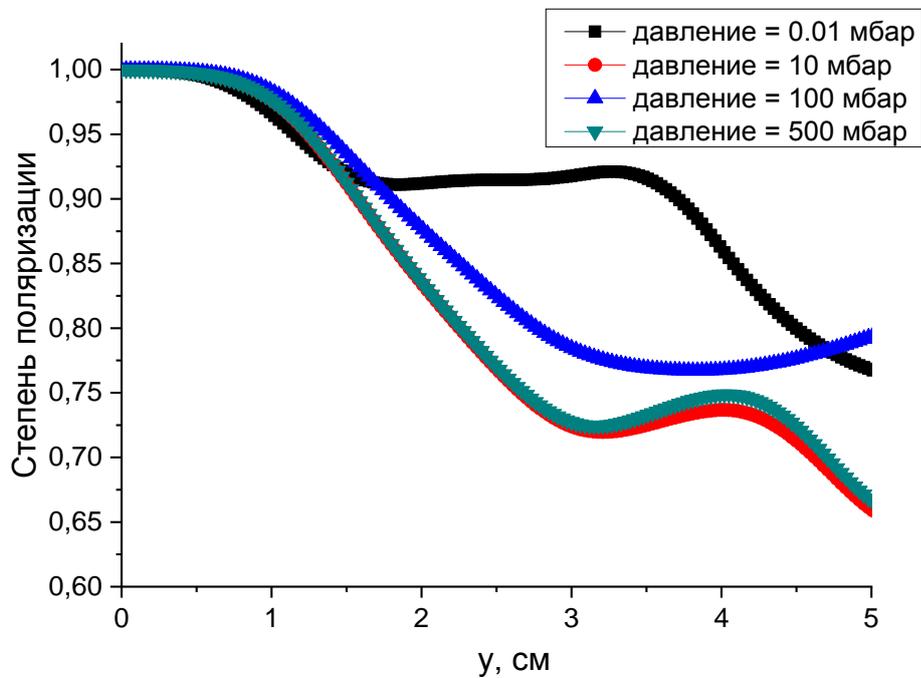


Рис. 3.46 Радиальное распределение степени поляризации, рассчитанное в соответствии с [166] для излучения, радиальное распределение которого представлено на рис. 3.44

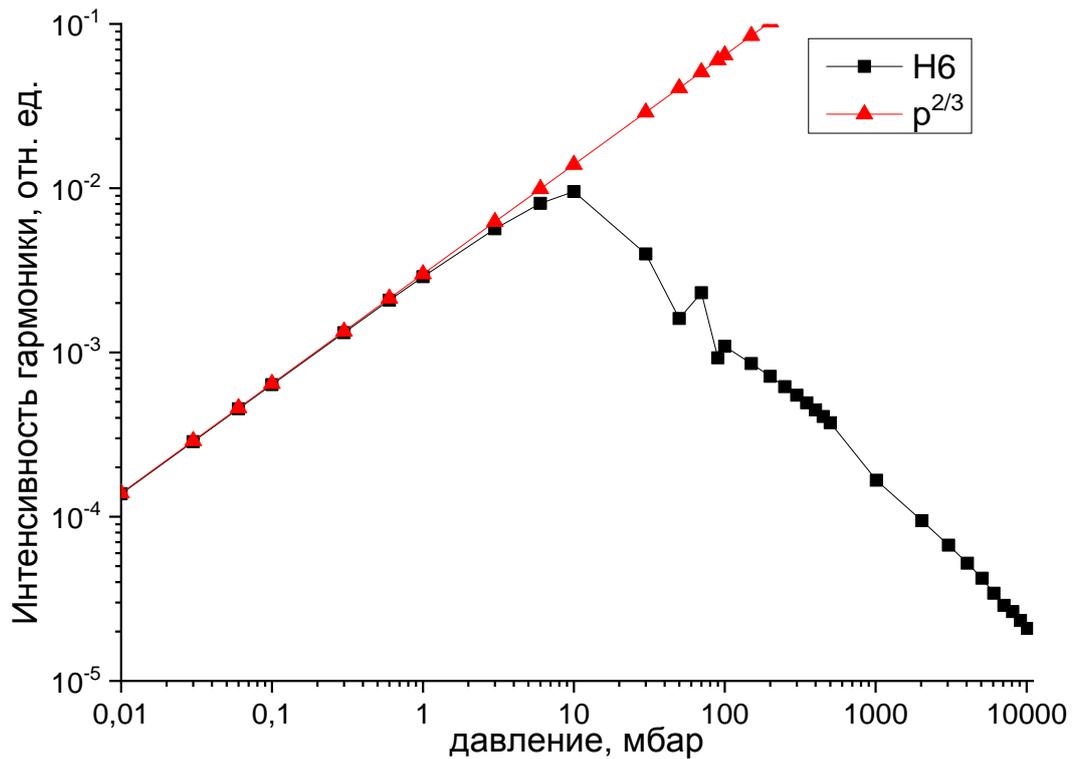


Рис. 3.47 Зависимость эффективности генерации 6-ой гармоники от давления. Расчет проводился для лазерного излучения, сформированного из первой и второй гармоник Ti:Sa лазера, интенсивность компонент поля  $\mu_{01}=0.1$ ,  $\mu_{02}=0.1$ , длительности импульсов  $\tau=30$  фс, угол между поляризациями компонент поля  $\theta_0=90^\circ$

### 3.3.2 Отклик среды, представляющей собой набор газовых струй.

#### *Газовые среды*

Рассмотрим эффекты квази-фазового согласования, возникающие в периодических средах, то есть таких средах, распределение плотности излучающих частиц которых не является равномерным. Существует несколько способов создания такого рода сред (исследования были ограничены неконденсированными средами): набор газовых струй, набор плазменных облаков, газо-кластерные среды, смеси газов. Профилирование плотности среды является наиболее эффективным способом формирования условий для квази-фазового согласования гармоник [183]. Также, эффекты квази-фазового согласования можно наблюдать и в непрерывных газовых средах, взаимодействующих с лазерным полем, параметры которого (например, интенсивность) неравномерно распределены в среде.

Анализ эффектов квази-фазового согласования начнем с периодических газовых сред. В качестве примера рассмотрим последовательность аргоновых газовых струй, ширина которых  $d$ , разделенных вакуумными промежутками такой же длины, формирующих газовую среду длины  $l$ . Эта последовательность газовых струй расположена вдоль оси распространения лазерного излучения. Предположим, что общая длина среды  $l=0.5$  см,  $d=0.03$  и  $0.08$  см (исследования проводились для геометрических параметров генерирующей гармоники среды, используемой в [318]). На рис. 3.48 представлена зависимости эффективности генерации 18-ой гармоники от давления, рассчитанные для случая непрерывной газовой среды длины  $l=0.5$  см (красная кривая с квадратами), среды, состоящей из 8-ми газовых струй ширины  $d=0.03$  см (голубая кривая с треугольниками) и 3-х газовых струй  $d=0.08$  см (черная кривая с квадратами). Видно, что в случае пространственно профилированной среды, в зависимостях эффективности генерации гармоники от давления после «оптимального» давления ( $p_{opt}$ ) присутствует область давлений ( $p_{opt\_QPM}$ ), где эффективность генерации гармоники практически на порядок выше. Рост эффективности генерации гармоники в случае структурирования среды был экспериментально обнаружен в [318]. Этот рост возникает за счет эффектов квази-фазового согласования, при которых, за счет структурирования среды нарушаются вклады деструктивной интерференции различных атомов в области давлений, больших  $p_{opt}$  (где есть атомы, генерирующие излучение в фазе и в противофазе, количество последних растет при возрастании давления в среде). В результате, создаются условия для нового набора атомов, генерирующих одинаковое по фазе излучение, эти условия возникают в области больших давлений, следовательно, для большего количества атомов (по сравнению с областью «оптимального» давления), что приводит к увеличению эффективности генерации гармоники.

Рассмотрим, как меняется пространственное распределение излучения на детекторе в области  $p_{opt\_QPM}$ . На вставке в рис. 3.48 представлено

пространственное распределение излучения, рассчитанное для сплошной среды (красная кривая с кружками) и для набора газовых струй (черная кривая с квадратами). Видно, что в области нового оптимального давления, пространственное распределение, полученное для набора газовых струй демонстрирует гауссоподобную структуру, в то время как пространственное распределение, рассчитанное при том же давлении для непрерывной газовой среды, демонстрирует кольцеобразную структуру. Подобное изменение пространственного распределения гармоника также было измерено экспериментально для набора плазменных факелов [318]. Отметим, что большая эффективность генерации для сплошной среды, которая наблюдается в области малых значений давлений (красная кривая с кружками) возникает из-за того, что в сплошной среде при фиксированной ее длине находится в 2 раза больше атомов, чем в среде, состоящей из набора газовых струй. В связи с этим, в области, где наблюдается конструктивная интерференция от различных источников, эффективность генерации выше.

Чтобы продемонстрировать влияние эффектов квази-фазового согласования в качестве исследуемого параметра была определена эффективность усиления квази-фазового согласования ( $f$ ) – отношение отклика среды к максимальному отклику одиночного атома, вычисленному для данных параметров двухчастотного поля. Эффективность усиления квази-фазового согласования ( $f$ ) является близким по значению параметром, к параметру, который используется для исследования эффектов КФС в плазменных средах [319] и определен как отношение отклика плазменной среды, представляющей собой набор плазменных факелов, к отклику протяженной плазменной среды.

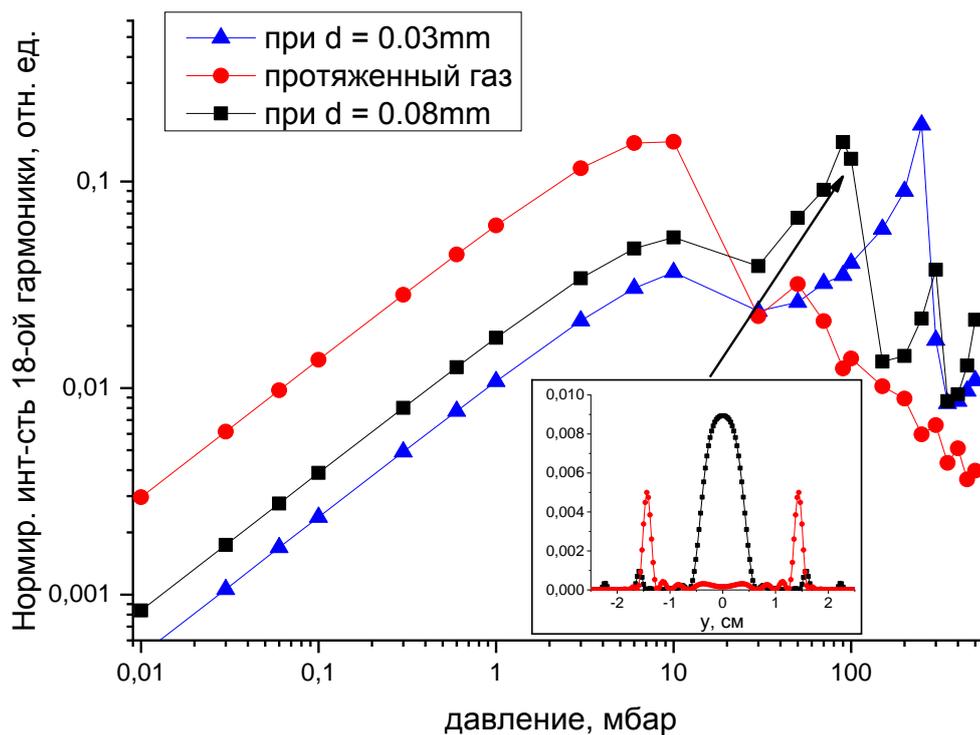


Рис. 3.48. Зависимость интегральной интенсивности 18-ой гармоники от давления газа, рассчитанная для набора из 3-х газовых струй с  $d=0,08$  см (черная кривая с квадратами), набора из 8-ми газовых струй с  $d=0,03$  см (синяя кривая с треугольниками) и протяженного газа (красная кривая с кружками). Расчеты проводились для суммарной длины среды  $l=0,5$  см. Вставка: пространственное распределение интенсивности на детекторе, рассчитанное для набора из 3-х газовых струй с  $d=0,08$  см (черная кривая с квадратами) и для протяженной газовой среды (красная кривая с кружками) при оптимальном для генерации 18-ой гармоники в 3-х струйной газовой среде давлении.

На рис. 3.49 представлена эффективность усиления квази-фазового согласования, рассчитанная для части спектра отклика набора газовых струй при давлении  $p = 250$  мбар (при котором эффективность генерации 18-ой гармоники максимальна при  $d=0.03$  см, см. рис. 3.48) и различных значениях  $d$  ( $d=0.03$  см голубая кривая с треугольниками,  $d=0.08$  см черная кривая с квадратами,  $d=0.025$  см розовая кривая с ромбами) при сохранении общей длины среды  $l=0.5$  см. Видно, что условия квази-фазового согласования выполняются не только для заданной, но для близких групп гармоник. Кроме того, меняя  $d$  можно эффективно управлять областью гармоник, для которых выполняются условия квази-фазового согласования: при увеличении значения

$d$ , область усиленных гармоник смещается в сторону меньшего их номера. Такая зависимость наблюдается и в эксперименте [A10].

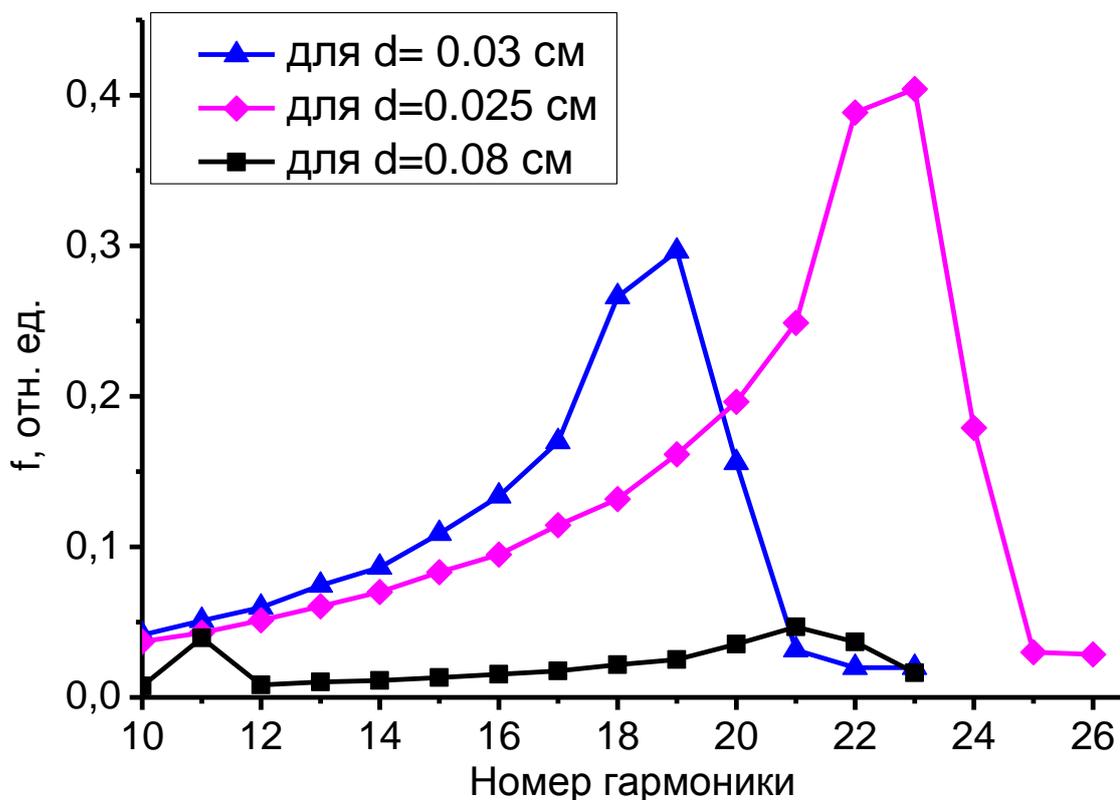


Рис. 3.49. Зависимость эффективности усиления квази-фазового согласования гармоник, вычисленная для некоторых гармоник при  $p = 250$  мбар и  $l=0,5$  см и набора газовых струй с:  $d=0,08$  см (черная кривая с квадратами),  $d=0,03$  см (синяя кривая с треугольниками) и  $d=0,025$  см (розовая кривая с ромбами).

На рис. 3.50 (а) представлено распределение  $f$  по спектру, представленному для удобства в электрон-вольтах, рассчитанное для двух ширин газовых струй:  $d=100$  мкм (черная кривая) и  $d=50$  мкм (красная кривая). Расчет проводился для  $\lambda=800$  нм и давления  $p=230$  мбар. Из рис. 3.50 (а) видно, в спектре присутствуют области усиленных гармоник за счет когерентного сложения излучения различных атомов (что является природой квази-фазового согласования). Также видно, при изменении ширины газовых струй область спектра, для которой проявляется эффект квази-фазового согласования, смещается: чем меньше ширина струи, тем для больших значений номеров гармоник выполняется условие квази-фазового согласования. Указанная тенденция подтверждается и для других длин волн накачки (см. рис. 3.50 (б), на котором представлено распределение  $f$  по

спектру, вычисленное для  $\lambda=1310$  нм и давления  $p=230$  мбар). Численные расчеты показывают, что номер максимально усиленной гармоники в спектре обратно пропорционален ширине газовой струи  $d$ :

$$Nd=Const.$$

Таким образом, варьирование ширины струи позволяет смещать по спектру положение пика квази-усиленной гармоники.

Кроме того, важно отметить, что при уменьшении ширины газовой среды  $d$  возрастает эффективность усиления. Скорость роста эффективности усиления пропорциональна  $\sim d^{-1.5}$ .

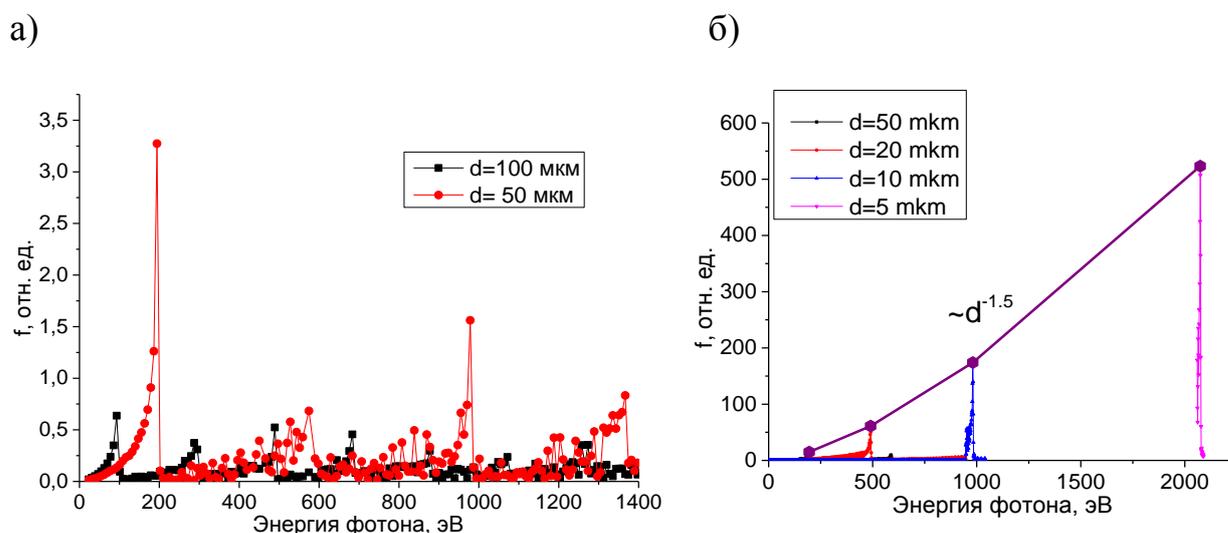


Рис. 3.50 (а) Распределение эффективности усиления гармоник по спектру, вычисленное для двух значений ширины газовых струй 100 мкм (черная кривая с квадратами) и 50 мкм (красная кривая с кружками), расчеты проводились для  $\lambda=800$  нм и давления  $p=230$  мбар. (б) Распределение эффективности усиления гармоник по спектру, вычисленное для нескольких значений ширины газовых струй 50 мкм (черная кривая с квадратами), 20 мкм (красная кривая с кружками), 10 мкм (синяя кривая с треугольниками) и 5 мкм (розовая кривая с ромбами) расчеты проводились для  $\lambda=1310$  нм и давления  $p=230$  мбар.

Было исследовано влияние длины волны лазерного излучения на эффективность усиления гармоник. Для этого была проведена серия численных расчетов отклика протяженной газовой среды на воздействие  $\omega+2\omega$  при изменении длины волны основной (и соответственно, удвоенной) гармоники лазерного поля. Расчеты проводились при фиксированной ширине

газовых струй  $d=50$  мкм и давления в них  $p=230$  мбар. На рис. 3.51 (а) представлено распределение эффективности усиления гармоник, рассчитанное для нескольких значений длин волн. Видно, что энергия фотона излучения, для которого условия КФС выполняются наилучшим образом не меняется при изменении длины волны лазерного излучения (вместе с тем, номер гармоники, для которой выполняется условия квази-фазового согласования увеличивается с увеличением длины волны излучения, что компенсируется уменьшением энергии фотона при увеличении длины волны). Вместе с тем, эффективность усиления (величина  $f$  для заданной энергии фотона) растет пропорционально квадрату длины волны (рис. 3.51 (б)). Представляется, что это наиболее эффективный метод компенсации падения эффективности излучения с увеличением длины волны накачки [154-156]. Сравнительный анализ экспериментально измеренных коэффициентов усиления гармоник [334, 335], находящихся в области квази-фазового согласования и генерируемых в плазменных факелах показывает, что при изменении длины волны лазерного источника эффективность генерации гармоник  $\sim \lambda^{2.44}$ , что является близкой к численно рассчитанной зависимости.

Еще одним важным управляющим параметром задачи является давление в газовых струях. Для исследования его влияния на квази-фазового согласования были проведены численные исследования при фиксированном значении ширины газовых струй  $d=100$  мкм. На рис. 3.52 представлены зависимости эффективности генерации 45, 95 и 195 гармоник как функции давления в газовой струе, вычисленные для  $\lambda=800$  нм (рис. 3 (а)) и  $\lambda=6000$  нм (рис. 3 (б)). Видно, что зависимости эффективностей генерации гармоник имеет многопиковую структуру. Первый пик (более широкий в области меньших давлений) совпадает с пиком непрофилированной среды (см. рис. 3.42), второй пик соответствует условиям квази-фазового согласования. Давление, при котором наблюдается этот пик ( $p_{\text{optQPM}}$ ), длина волны и номер гармоник соотносятся друг с другом в следующем виде:

$$n p_{\text{optQPM}}/\lambda = \text{Const} \text{ или } \hbar\omega p_{\text{optQPM}} = \text{Const},$$

где  $\hbar\omega$  – энергия фотона усиленной гармоники.

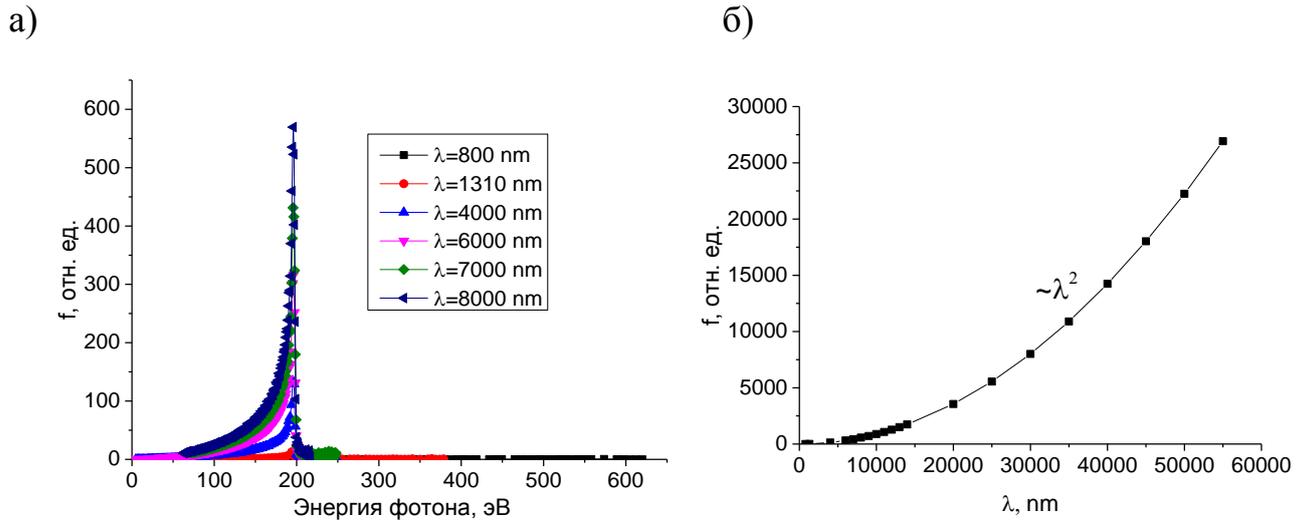


Рис. 3.51 (а) Распределение эффективности усиления гармоник по спектру, вычисленное для нескольких значений длин волн накачки  $\lambda=800$  нм (черная кривая с квадратами), 1310 нм (красная кривая с кружками), 4000 нм (синяя кривая с треугольниками), 6000 нм (розовая кривая с перевернутыми треугольниками), 7000 нм (зеленая кривая с ромбами), 8000 нм (фиолетовая кривая с треугольниками) при фиксированном значении ширины газовой струи  $d=50$  мкм и давления в них  $p=230$  мбар. (б) Зависимость эффективности усиления гармоники с энергией фотона  $\sim 196$  эВ от длины волны.

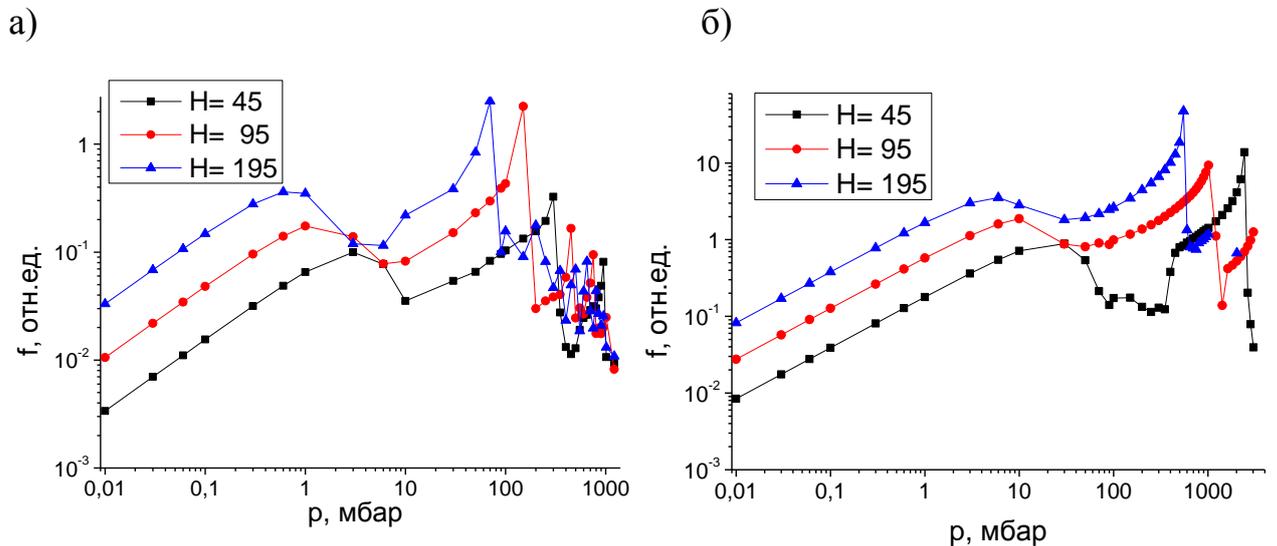


Рис. 3.52. Зависимость эффективности усиления гармоник от величины давления в среде, вычисленная для  $H=45$  (черная кривая с квадратами),  $H=95$  (красная кривая с кружками),  $H=195$  (синяя кривая с треугольниками). Расчеты проводились для  $d=100$  мкм,  $\lambda=800$  нм (а) и  $\lambda=6000$  нм (б).

Также было проведено исследование влияния количества струй на эффективность усиления гармоник при квази-фазовом согласовании. Расчеты проводились для  $\lambda=6000$  нм,  $N=195$ ,  $d=50$  мкм,  $p_{\text{optQPM}} = 1.1$  атм. В результате численных исследований было выяснено, что изменение количества газовых струй не влияет на номер максимально усиленной гармоники, но влияет на величину усиления. Зависимость усиления гармоник при квази-фазовом согласовании от количества газовых струй представлена на рис. 3.53. Видно, что вначале она пропорциональна количеству струй, поскольку с их увеличением растет общая длина среды и количество атомов, которые генерируют излучение. При дальнейшем увеличении количества струй зависимость демонстрирует насыщение. Таким, образом, увеличивая количество газовых струй, можно увеличить эффективность генерации заданной гармоники.

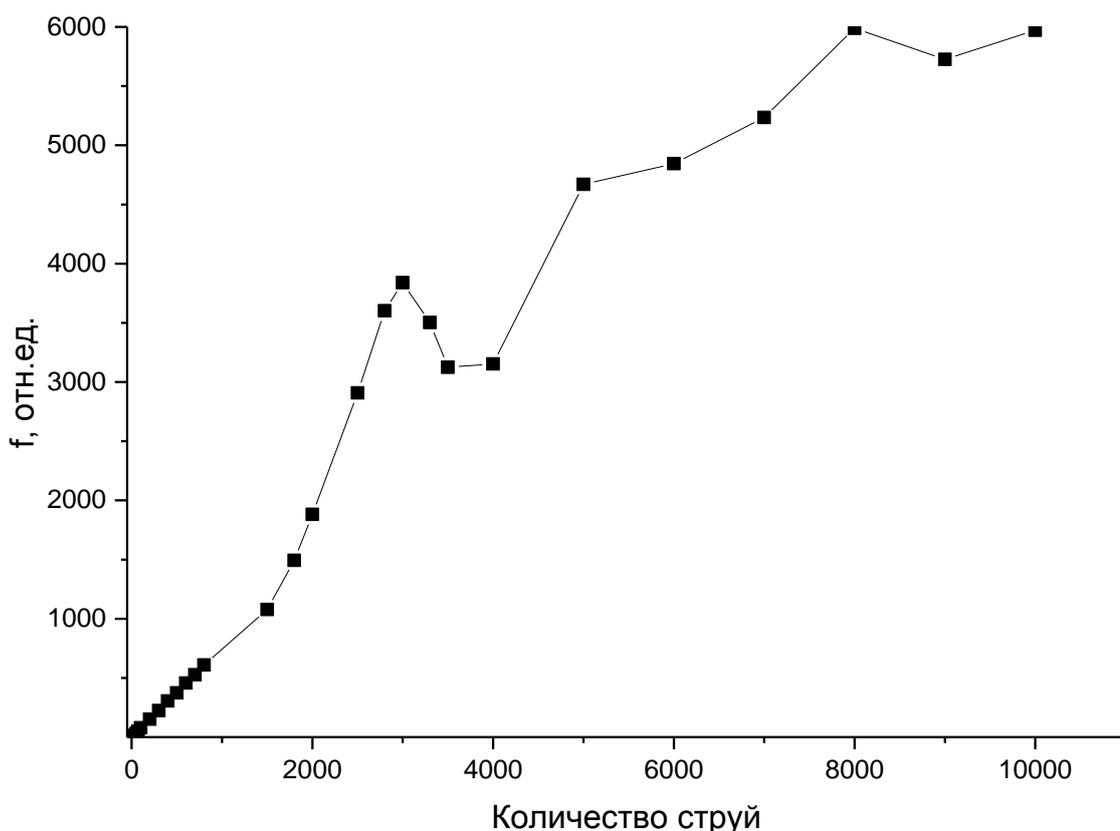


Рис. 3.53. Зависимость эффективности усиления 195 гармоники от количества струй. Расчет проводился для  $\lambda=6000$  нм,  $d=50$  мкм,  $p_{\text{optQPM}} = 1.1$  атм.

## Плазменные среды

Исследовано проявление эффектов квази-фазового согласования в периодических плазменных средах. Для этого были рассчитаны параметры (амплитуды и фазы) гармоник для атомов индия и серебра, взаимодействующих с двухчастотным лазерным полем, образованным первой и второй гармониками лазерного источника. Рассчитанные зависимости были использованы для изучения отклика протяженной (общей длиной 5 мм) периодически профилированной плазменной среды (такая среда моделировалась как последовательность плотных плазменных струй, разделенных вакуумными вставками). Для отработки модели были проведены исследования для конкретного эксперимента, проведенного группой проф. Р.А. Ганеева, в расчетной модели были учтены параметры плазмы (плотность плазмы, степень ее ионизации). В результате были получены следующие результаты.

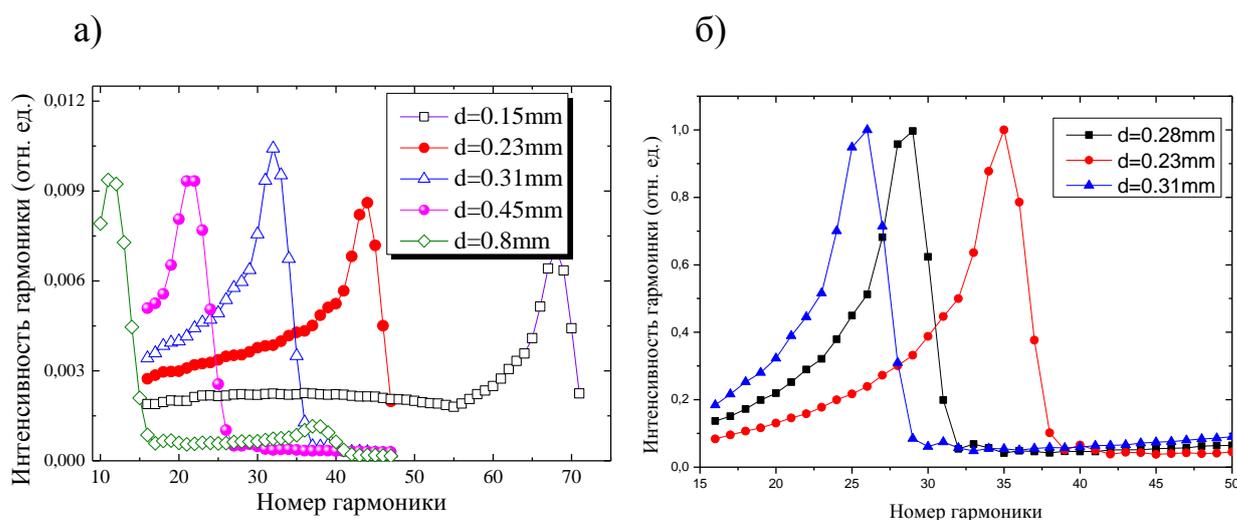


Рис. 3.54 (а) Спектры гармоник серебряной плазмы, рассчитанные для случая распространения двухчастотного лазерного поля (1310 нм + 655 нм) сквозь перфорированную плазму общей длиной 5 мм, составленной из плазменных факелов шириной  $d$ . (б) Спектры гармоник индиевой плазмы, рассчитанные для случая распространения двухчастотного лазерного поля (1320 нм + 660 нм) сквозь перфорированную плазму общей длиной 5 мм, составленной из плазменных факелов шириной  $d$ .

Было исследовано влияние величины ширины струй ( $d$ ) профилированной плазменной среды на эффективность генерации гармоник

высокого порядка для серебряной и индиевой плазменных сред (см. рис. 3.54).

Показано, что при одинаковых параметрах лазерного поля и одинаковых значениях ширины плазменной струи пик серебряной плазмы смещен в сторону меньших длин волн относительно пика, генерируемого индиевой плазмой. Это в первую очередь связано с влиянием плотности свободных электронов на квази-фазовое согласование генерации гармоник, поскольку энергия ионизации атома индия меньше энергии ионизации атома серебра. Также показано, что при увеличении ширины струи ( $d$ ) пик усиленных гармоник смещается в сторону больших длин волн генерируемого излучения. Аппроксимация указанной зависимости представляет собой линию (см. рис. 3.55).

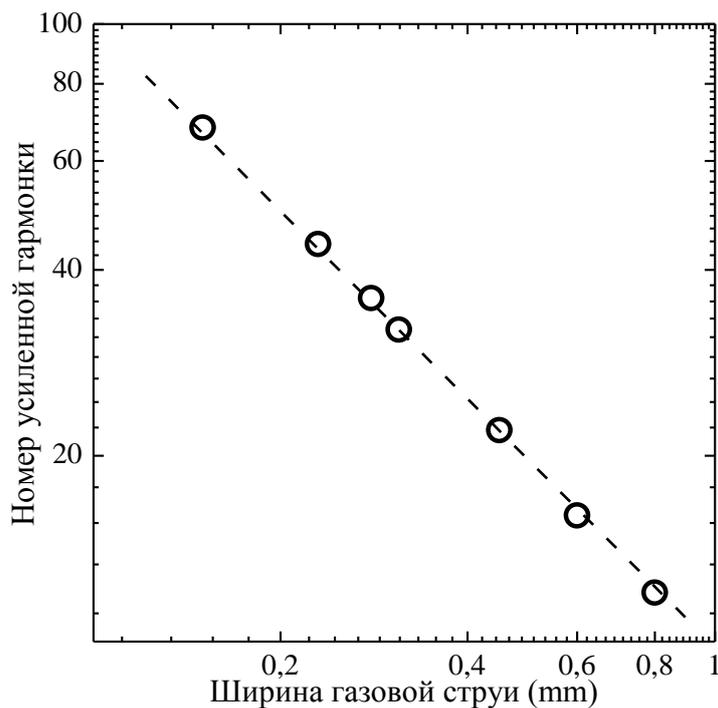
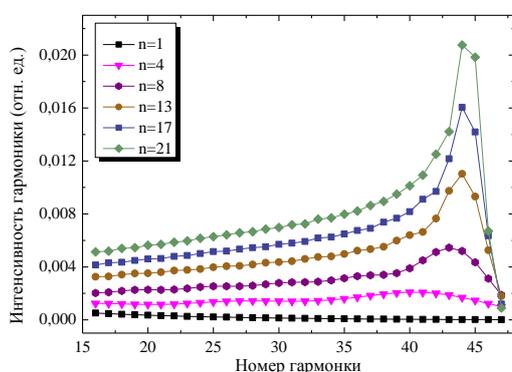


Рис. 3.55 Зависимость максимально усиленной гармоники от ширины газовой струи (окружности) рассчитанные для случая распространения двухчастотного лазерного поля (1310 нм + 655нм) сквозь перфорированную серебряную плазму общей длиной 5 мм, составленной из плазменных факелов шириной  $d$ . Линейная аппроксимация представлена пунктирной линией.

Исследовано влияние количества плазменных струй,  $n$ , (при фиксированной их ширине) на эффективность генерации гармоник высокого

порядка (рис. 3.56). Показано, что при увеличении их количества интенсивность генерируемых гармоник возрастает (поскольку возрастает эффективная длина среды) (рис. 3.56 а), положение пика усиленных гармоник нелинейно зависит от количества плазменных струй (рис. 3.56 б), смещаясь в сторону больших номеров гармоник, причем, начиная с определённого  $n$ , положение пика усиленных гармоник перестает изменяться. Важно отметить, что условия квази-фазового согласования при возрастании количества плазменных струй выполняются для всё меньшего числа гармоник.

а)



б)

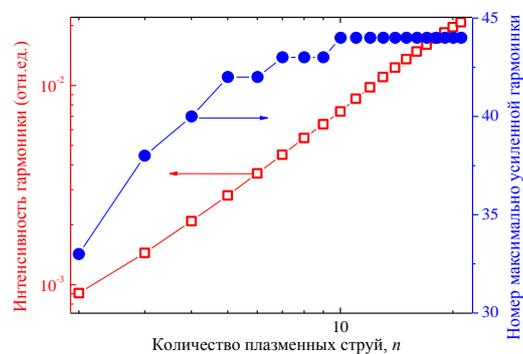


Рис. 3.56 (а) Спектры гармоник, рассчитанные для случая взаимодействия перфорированной серебряной плазмы, состоящей из различного количества плазменных струй ( $n$ ) шириной 0.23 мм, взаимодействующей с двухчастотным лазерным полем (1310 нм + 655 нм); (б) зависимость номера максимально усиленной гармоники и ее интенсивности от количества плазменных струй (расчет проводился для струй шириной 0.23 мм).

Исследована трансформация спектра при более сложных геометриях формирования перфорированных плазменных образований: когда в формировании плазменной среды принимают участие наборы из плазменных струй двух размеров ( $d_1=0.15$  мм и  $d_2=0.31$ ), расположенные последовательно друг за другом (перфорированная среда разбивалась на две части, каждая из которых состоит из струй одного размера, части расположены последовательно на пути распространения пучка, см. рис. 3.57 синюю кривую с квадратами), плазменные струи разного размера один за другим (струи разного размера чередуются друг за другом, красная кривая с кружками и

коричневая кривая с треугольниками). Пунктирной линией обозначено положение, соответствующее номеру максимально усиленной гармоники в односортовой перфорированной плазменной среде. Видно, что взаимное расположение пламенных струй существенно модифицирует области, где выполняется квази-фазовое согласование, что может являться еще одним способом управления эффективностью генерации гармоник высокого порядка.

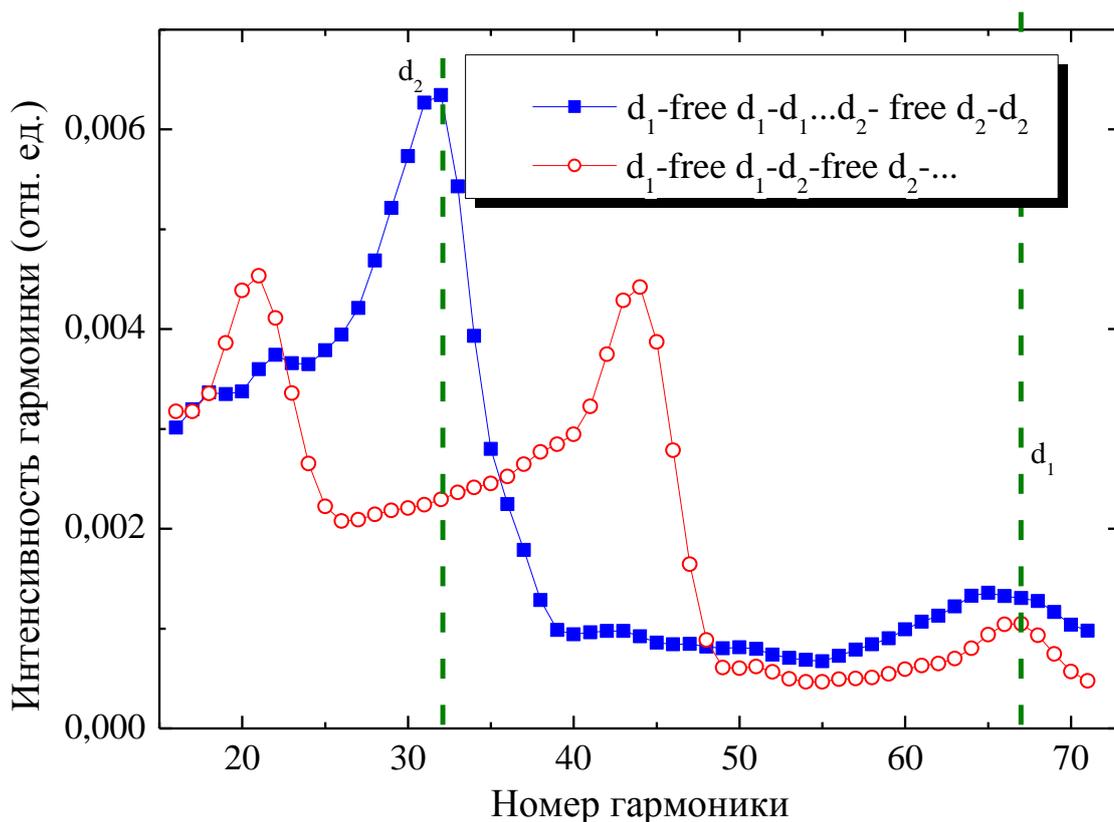


Рис. 3.57 Спектры гармоник высокого порядка, рассчитанные для двухчастотного лазерного поля (1310 нм + 655нм), взаимодействующего с перфорированной серебряной плазмой, состоящей из различных комбинаций пламенных струй (см. текст).

Также были проведены исследования для индиевой плазмы общей длины  $l=0.5$  см, взаимодействующей с двухчастотным лазерным полем, образованным импульсами длительностью 70 фс с перестраиваемой длиной волны основного излучения и его второй гармоники: для сплошной плазмы использовалось излучение на длина волн 1310 и 655 нм (первая и вторая гармоники соответственно), для  $d=0.23$  мм - 1300 и 650 нм, для  $d=0.28$  мм - 1320 и 660 нм. Параметры поля соответствовали используемым в

эксперименте, выполненном также в группе проф. Р.А. Ганеева. Результаты численных расчетов, представленной на рис. 3.58, продемонстрировали схожее влияние величины ширины плазменных струй на положение усиленных гармоник, а также получили хорошее согласование с экспериментом.

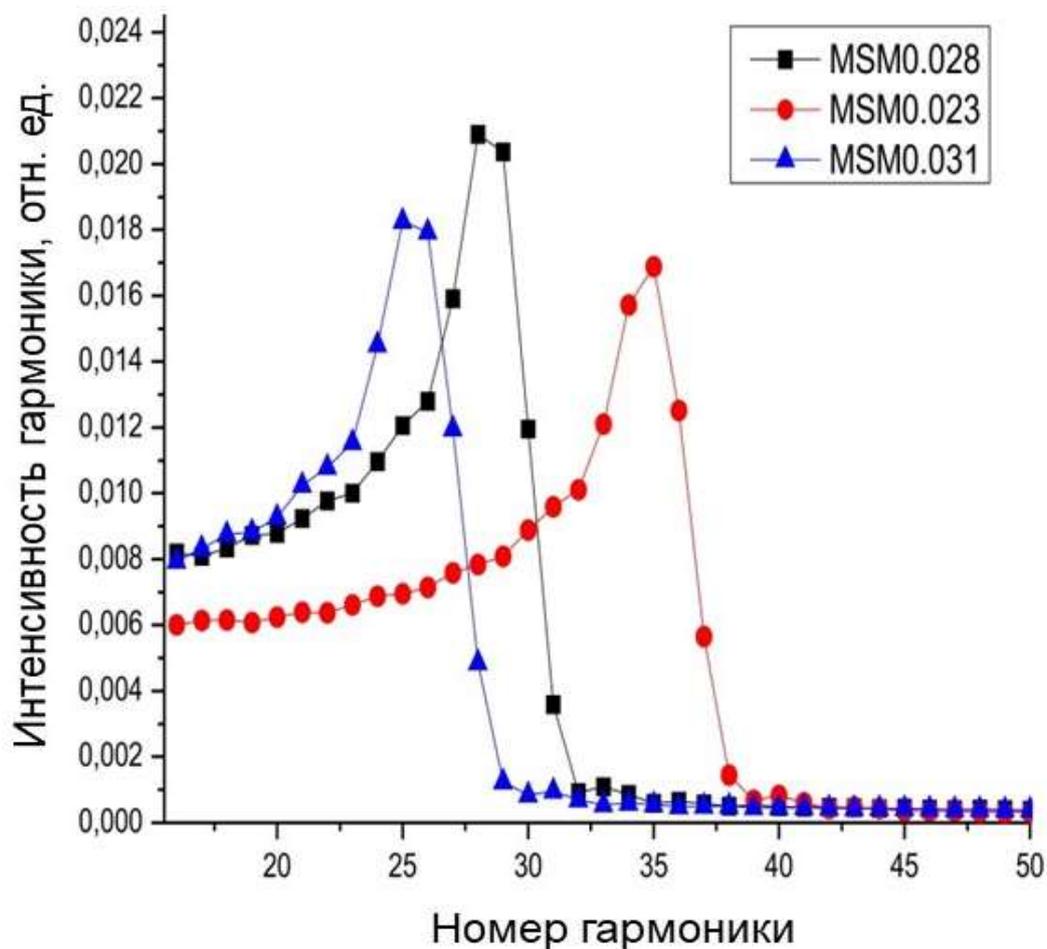


Рис. 3.58 Распределение гармоник от многоструйной индиевой плазмы при распространении двухцветных вынуждающих импульсов (с точно такими же параметрами, как и из соответствующих экспериментов) через плазму длиной  $\sim 5$  мм, содержащую струи размером  $d=0,28$  мм (черная кривая с квадратами),  $d=0,23$  мм (красная кривая с кружками),  $d=0,31$  мм (синяя кривая с треугольниками).

Таким образом, эффекты квази-фазового согласования при генерации гармоник высокого порядка в профилированной плазме были исследованы теоретически. Была исследована роль количества плазменных факелов, их размеров, расстояния между ними с точки зрения повышения эффективности генерации групп гармоник. Показано, что вариация указанных макропараметров взаимодействия позволяет управлять эффективностью

генерации гармоник и положением области спектра, в которой гармоники генерируются наиболее эффективно. Результаты теоретического моделирования верифицированы результатами, полученными в эксперименте [A10]. Рассчитанные спектры качественно совпадают с измеренными.

### *Газо-кластерные среды*

Одним из естественных примеров «профилированных» сред являются газо-кластерные среды. Как правило, размеры экспериментально реализуемых кластеров лежат в нанометровом диапазоне, что на несколько порядков меньше, чем те размеры, которые исследовались выше и привели к усилению излучения в интересующей нас области длин волн. Были проведены экспериментально ориентированные (соответствующий эксперимент выполнен в группе проф. В.М. Гордиенко) численные исследования генерации третьей гармоники, а также численные исследования генерации гармоник высокого порядка в аргоновых кластерных средах и в аргоновом газе. В случае кластерной среды излучающие фотоэмиссионные спектры атомы группировались на отрезках, соответствующих среднему диаметру кластеров, которые были разделены вакуумом. Вакуумная интенсивность лазерного излучения устанавливалась на уровне  $I \sim 2000 \text{ ГВт/см}^2$ . Установлено, что эффективность третьей гармоники, генерируемой в кластерной среде, в диапазоне до давления 150 мбар изменяется по квадратичному закону, что согласуется с экспериментальными данными и свидетельствует о наличии фазового согласования. При дальнейшем увеличении давления в газовой ячейке фазовое согласование нарушалось, и эффективность генерации третьей гармоники уменьшалась. Сопоставление генерации третьей гармоники в газе и кластерах проводилось при одинаковой атомной плотности в области взаимодействия  $4.3 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$ . В проведенных сравнительных численных экспериментах установлено, что амплитуда генерации третьей гармоники в газе примерно на порядок выше, чем в кластерной среде. Проведенные численные исследования показали хорошее совпадение с

экспериментальными данными. На рис. 3.59 представлено сравнение экспериментальных и численных зависимостей эффективности генерации третьей гармоники от плотности атомов для газовой струи (сплошные линии с квадратами) и кластерной струи (штрих пунктирные линии со звездочками). При низких значениях плотности атомов в среде зависимость эффективности генерации третьей гармоники растет пропорционально квадрату количества атомов, далее, зависимость насыщается и дальнейшее повышение давления в газовой ячейке приводит к падению амплитуды генерации третьей гармоники из-за деструктивной интерференции различными атомами в среде. Одномерная интерференционная модель не учитывает вклады атомов, расположенных на периферии лазерного пучка, а также вклады некластеризованного газа, что приводит к расхождению между экспериментом и теорией. В случае кластерной струи численные расчеты генерации третьей гармоники для кластерной струи со средним размером кластера в диапазоне 10–100 нм показывают, что выход генерации третьей гармоники соответствует степенной функции с показателем 1.4.

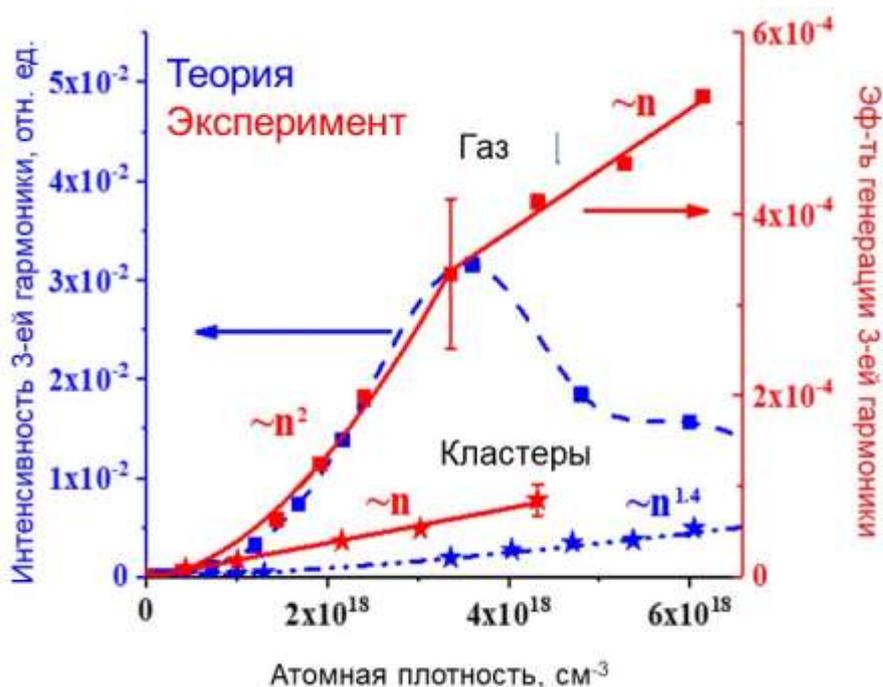
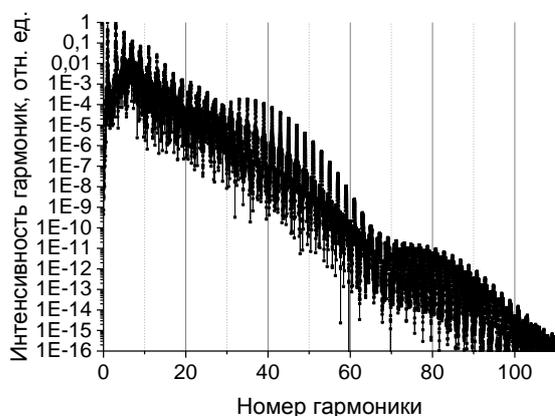


Рис. 3.59 Эффективность генерации третьей гармоники, измеренной и рассчитанной для аргона в двух состояниях, для газовой среды и для газокластерной среды. Эксперимент проведен в группе проф. В.М. Гордиенко

Вместе с тем, проведенные численные исследования по генерации гармоник высокого порядка продемонстрировали перспективу использования кластерной среды с точки зрения повышения эффективности генерации гармоник: в такой среде эффективность генерации гармоник возрастает. На рис. 3.60 (а) представлен спектр отклика одиночного атома аргона, взаимодействующего с лазерным полем длительности 30 фс, интенсивности  $\sim 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>, и длины волны  $\lambda=800$  нм, состоящий из последовательности нечетных гармоник поля. Фотоэмиссионный спектр отклика одиночного атома был использован для расчета отклика протяженной газовой среды длиной  $\sim 0.3$  мм (что соответствует длине перетяжки сфокусированного излучения) и кластерной среды такой же длины, состоящей из кластеров со средним размером 46 нм. На рис. 3.60 (б) черной кривой с квадратами представлен спектр протяженной кластерной среды, красной кривой с кружками представлен спектр газовой среды, в которой отклик каждой из гармоник оптимизирован по давлению (для каждого номера гармоники было проведено исследование зависимости эффективности генерации от давления, на рисунке представлена максимально возможная эффективность генерации гармоники при заданных фиксированных геометрических параметрах взаимодействия). Оптимизация эффективности генерации каждой гармоники по давлению была проведена с целью сравнения предельных возможностей газовой и кластерной сред. Сравнение двух зависимостей показало, что эффективность генерации гармоник может быть в 3 раза больше в кластерной струе, чем в газе при сопоставимых экспериментальных условиях. Вместе с тем, в кластерной среде в исследованном диапазоне спектра не наблюдается ярко выраженного эффекта квази-фазового согласования для выделенных групп гармоник, как это наблюдалось выше. Это может быть связано с тем, что пространственное профилирование среды кластерами происходит на масштабах, меньших длины волны лазерного излучения, что не позволяет сформироваться эффектам квази-фазового согласования для выделенных

групп гармоник, поскольку для данного излучения среда перестает «казаться» профилированной.

а)



б)

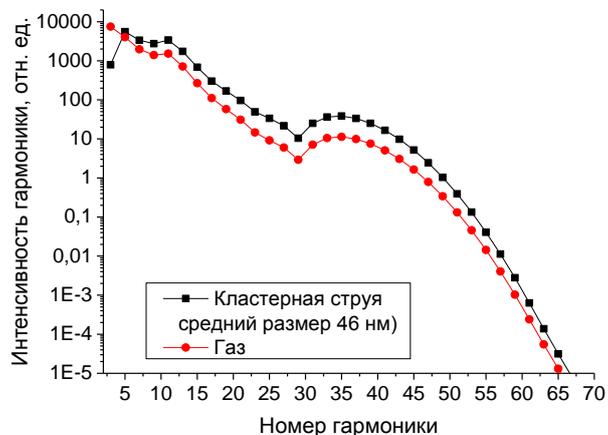


Рис. 3.60. Фотоэмиссионный спектр отклика одиночного атома (а), газовой (1~0.3 см, красная кривая с кружками) и кластерной (1~0.3 см, средний размер кластеров 46 нм, черная кривая с квадратами) сред, взаимодействующих с одночастотным фемтосекундным ( $\tau \sim 30$  фс) лазерным полем ( $\lambda = 800$  нм) интенсивности  $\sim 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> (б)

### Смеси газов

Еще одним примером профилирования плотности среды является использование смесей различных газов, обладающих разными оптическими свойствами. Исследования эффектов квази-фазового согласования в таких средах проводилось на примере смеси ксенона с углекислым газом, взаимодействующими с излучением среднего ИК диапазона. Особое внимание было уделено изучению эффективности генерации низких гармоник (в первую очередь, третьей и пятой) с целью изучения особенностей, обнаруженных в эксперименте, выполненном в группе доц. Ф.В. Потемкина. Расчеты проводились как для чистого газа ксенона (результаты сравнения экспериментальных и теоретических исследований эффективности генерации третьей и пятой гармоник представлены на рис. 3.61), так и для смеси газов (результаты сравнения экспериментальных и теоретических исследований эффективности генерации третьей и пятой гармоник представлены на рис.

3.62, синей пунктирной линией изображены результаты численных расчетов). В численных исследованиях смесь газов ксенона и  $\text{CO}_2$  моделировалась как последовательность ксеноновых «газовых струй», разделенных молекулами  $\text{CO}_2$ , что позволило учесть особенности квази-фазового согласования, возникающие в перфорированных средах. Результаты численных исследований продемонстрировали хорошее совпадение с соответствующими экспериментальными зависимостями, что позволило предложить интерпретацию обнаруженному усилению эффективности генерации третьей и пятой гармоник в смеси  $\text{Xe}+\text{CO}_2$ . Нелинейные зависимости, представленные на вышеприведенных рисунках, можно объяснить с точки зрения конструктивной и деструктивной интерференции гармоник, генерируемых одиночными атомами, занимающими разные позиции на пути лазерного поля. Эффективность третьей и пятой гармоник растет вместе с давлением газа за счет увеличения числа излучателей гармоник (атомов), при этом все они взаимодействуют с лазерным полем, имеющим близкие параметры (форма лазерного поля не меняется кардинально). При возрастании давления в среде за счет эффектов распространения параметры лазерного поля изменились более существенно, в результате первый и последний атом в газовой ячейке стали излучать гармоники, которые интерферируют деструктивно. В результате эффективность выхода гармоник уменьшается вместе с увеличением давления газа. Добавление газа  $\text{CO}_2$  создает условия к квази-фазовому согласованию генерируемого и лазерного излучения и открывает путь к дальнейшему росту эффективности генерации гармоник при увеличении давления. В результате оптимальное давление смеси газов смещается в сторону более высоких давлений ксенона.

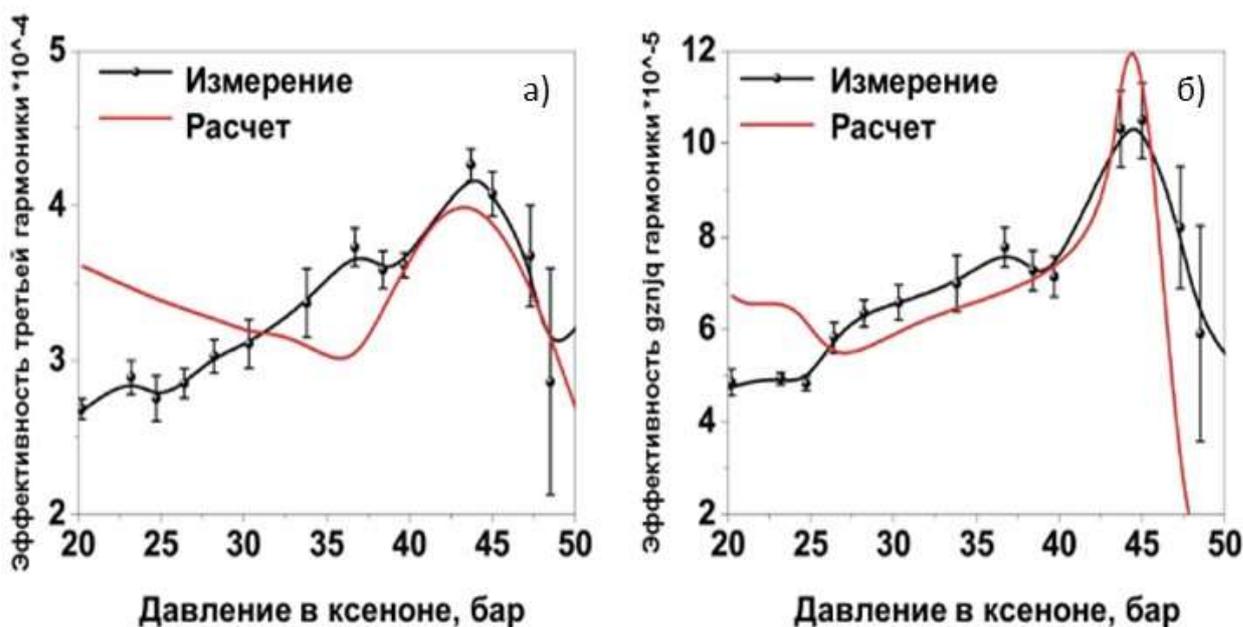


Рис. 3.61 Зависимость эффективности генерации третьей (а) и пятой (б) гармоник в ксеноне от парциального давления в кювете (черные кривые – экспериментальные данные, красные кривые – результаты численных экспериментов). Эксперимент проведен в группе доц. Ф.В. Потемкина

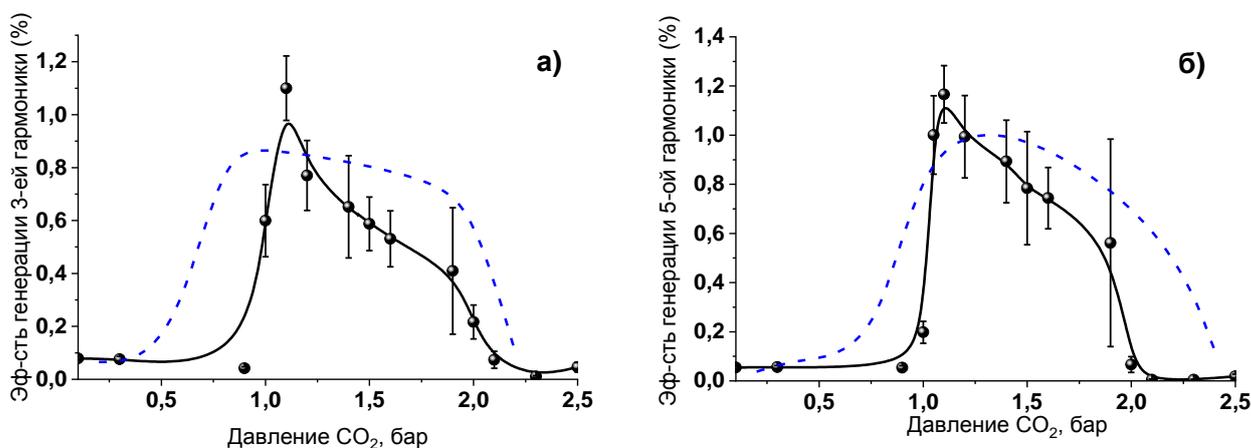


Рис. 3.62 Эффективность генерации (пунктирные линии – расчет, точки – эксперимент) гармоник (для 3-ей а) и 5-ой б)) в смеси Хе+СО<sub>2</sub> при парциальном давлении ксенона 44-45 атм в зависимости от парциального давления углекислого газа. Эксперимент проведен в группе доц. Ф.В. Потемкина

### *Газовые среды над поверхностью решетки*

Как уже упоминалось, еще одним способом создания условий для квази-фазового согласования гармоник является «профилирование» параметров лазерного излучения. Естественным образом такое профилирование возникает

вблизи периодической решетки в условиях возбуждения плазменного резонанса [320].

В процессе дифракции фемтосекундного импульса в условиях возбуждения плазмонного резонанса в заданный момент времени поле над решеткой представляет собой в общем случае сложную картину интерференции падающих и отраженных в различные порядки дифракции волновых компонент.

На рис. 3.63 представлено пространственное распределение амплитуды и фазы лазерного излучения, рассчитанное для решетки из золота при следующих параметрах: высота решетки 70 нм, зазор между полосками золота равен 120 нм. Цепочка атомов «располагалась» вдоль направления распространения импульса, то есть под углом  $85^\circ$  к решетке. Пространственное распределение амплитуды и фазы лазерного излучения было использовано для расчета набора откликов одиночных атомов.

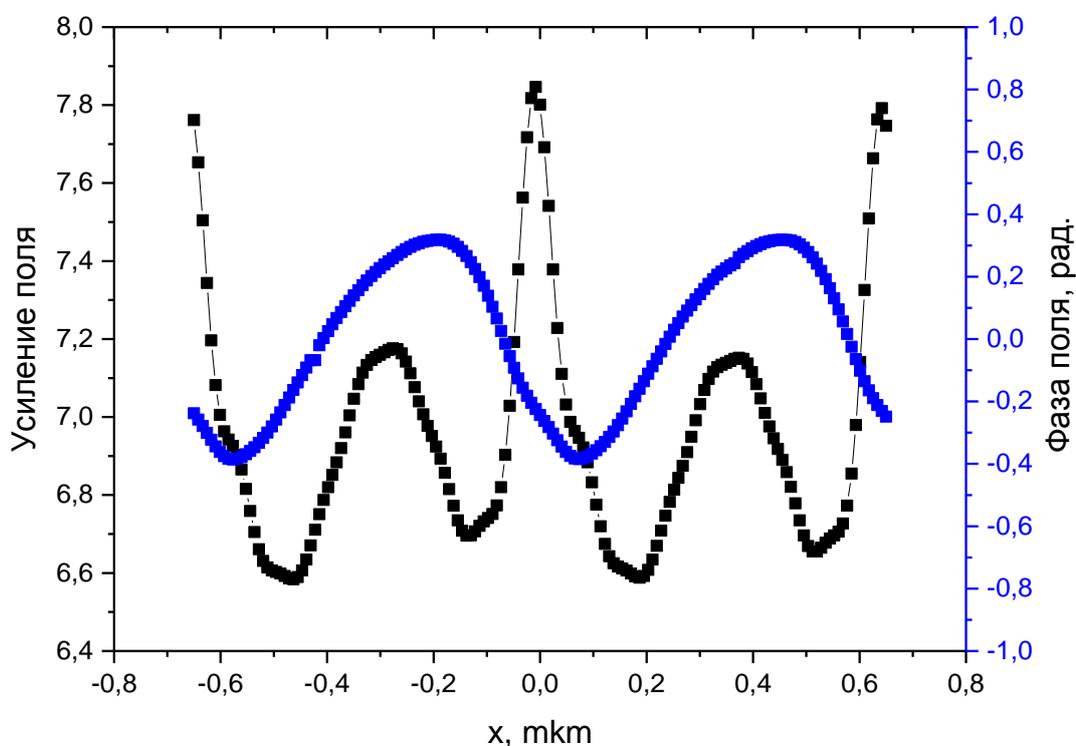
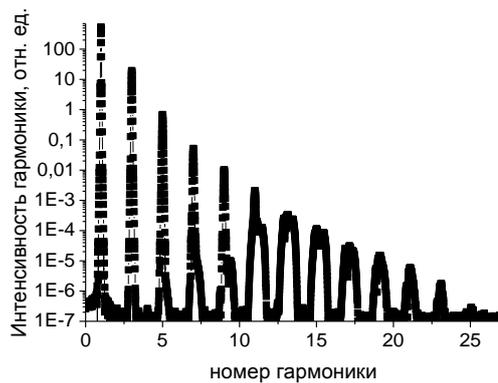


Рис. 3.63. Распределение амплитуды и фазы поля вдоль направления распространения лазерного излучения

Проведено две серии расчетов. В первой серии расчетов исследовался отклик протяженной газовой среды, находящейся вдали от решетки, т.е. когда распределение лазерного поля в пространстве не изменено влиянием решетки. В этом случае рассчитывался отклик одиночных атомов, взаимодействующих с лазерным полем амплитуды  $\mu_0=0.1$ , длительность 30 фс, длина волны 800 нм. Характерный фотоэмиссионный отклик одиночного атома неона представлен на рис. 3.64а. Он состоит из последовательности нечетных гармоник поля. Далее, рассчитывался отклик протяженной неоновой газовой среды длиной 0.5 мм. Соответствующая зависимость эффективности генерации 5-ой гармоники от давления представлена на рис. 3.65 черной линией с квадратами. В данных исследованиях 5-я гармоника была выбрана в качестве примера, зависимости для других гармоник поля были схожи.

а)



б)

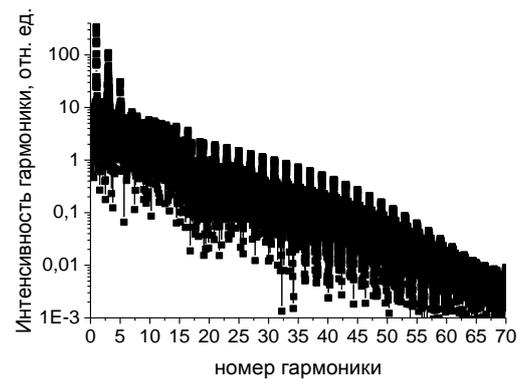


Рис. 3.64. Фотоэмиссионные отклики одиночных атомов, рассчитанные при следующих параметрах поля: (а) амплитуда поля  $\mu_0=0.1$ , длительность 30 фс, длина волны 800 нм; (б) амплитуда поля  $\mu_0=0.77$ , длительность 30 фс, длина волны 800 нм

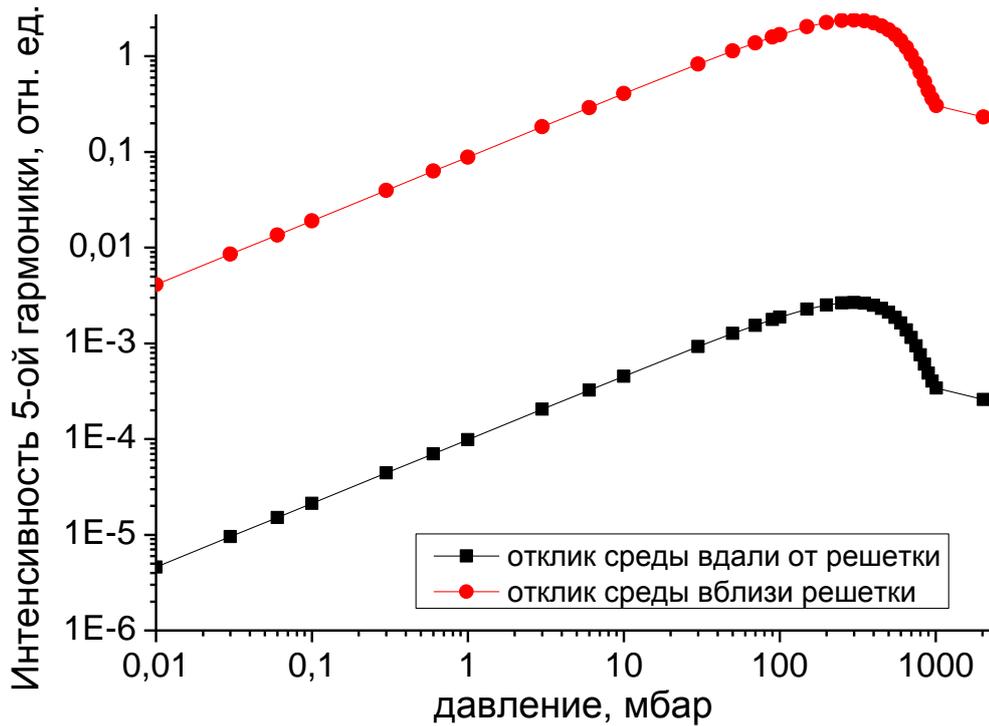


Рис. 3.65. Зависимость эффективности генерации 5-ой гармоники от давления в газовой среде, рассчитанной вблизи решетки (кривая с кружками) и вдали от решетки (кривая с квадратами). Расчет проведен для параметров поля, представленных в подписи к рис. 3.64

Во второй серии расчетов исследовался отклик протяженной газовой среды, расположенной вблизи решетки, амплитуда и фаза поля в данном случае были распределены в пространстве так, как это показано на рис. 3.63. Проведен расчет серии откликов одиночных атомов на воздействие лазерного поля, амплитуда которого варьировалась от  $\mu_0=0.78$  до  $\mu_0=0.66$  в зависимости от положения атома на оси вдоль волнового вектора лазерного излучения, длительность 30 фс, длина волны 800 нм. Характерный фотоэмиссионный отклик одиночного атома неона представлен на рис. 3.64 б. Видно, что по сравнению со спектром, представленным на рис. 3.64 а, данный фотоэмиссионный спектр содержит в себе большее количество гармоник, в виду того, что амплитуда лазерного поля увеличилась, кроме того, эффективность генерации гармоник также увеличилась. Зависимость эффективности генерации 5-ой гармоники от давления, рассчитанная для неоновой газовой среды длиной 0.5 мм, представлена на рис. 20 красной

линией с кружками. Видно, что по сравнению с откликом среды вдали от решетки, эффективность генерации гармоник увеличилась на 3 порядка. Характер зависимости эффективности генерации гармоник от давления не демонстрирует особенностей, связанных с эффектами квази-фазового усиления отдельных групп гармоник. Возможно, это связано с малым пространственным периодом (характерные изменения поля происходят на расстояниях порядка длины волны) изменения характеристик поля, также как и в кластерной среде, где как показано выше, наблюдается незначительный рост эффективности генерации гармоник.

### **§3.4 Основные результаты главы III**

В настоящей главе приведены результаты исследования генерации гармоник высокого порядка одиночными атомами, газовыми средами (в том числе, представляющих собой набор газовых струй и смеси газов), плазменными средами (в том числе, представляющих собой набор плазменных факелов), кластерными средами, взаимодействующими как с одночастотными линейно и циркулярно поляризованными полями, так и с двухчастотными лазерными полями, образованными как линейно, так и эллиптически поляризованными первой и второй гармониками фемтосекундных лазерных источников, длина волны которых варьировалась от ближнего до дальнего ИК диапазона, параметры лазерного поля варьировались в широких пределах.

В результате проведенных численных исследований, изучено влияние параметров поля на эффективность генерации гармоник, а также на их поляризационные характеристики, влияние параметров среды (в первую очередь, геометрических размеров, давления, а также атомный состав) на характеристики генерируемого излучения. Впервые получен ряд эффектов, не обсуждавшихся в литературе. Так, предложен эффективный управляющий параметр двухчастотного лазерного поля, который не меняет его энергию, а перераспределяет ее в плоскости поляризации. Им является угол между направлениями поляризаций линейно поляризованных компонент

двухчастотного лазерного поля. Этот параметр поля является эффективным управляющим параметром эффективности и поляризационных свойств генерируемых гармоник высокого порядка. Показано, что вариация данного параметра позволяет оптимизировать характеристики генерируемого излучения с точки зрения повышения эффективности генерации и степени эллиптичности генерируемого излучения. Предсказанное теоретически, существенное влияние указанного параметра на характеристики спектра гармоник высокого порядка было впоследствии подтверждено экспериментально.

Теоретически обоснована генерация эллиптически поляризованных гармоник высокого порядка в двухчастотных ортогонально поляризованных лазерных полях, состоящих из линейно поляризованных первой и второй гармоник Ti:Sa лазера. Проведенные численные расчеты демонстрируют *количественное* согласие с экспериментом. Предложен и изучен механизм генерации такого излучения. Исследован вклад динамики населенностей уровней дискретного спектра атома поляризационные характеристики генерируемых гармоник, показано, что динамика населенности возбужденных уровней атома оказывает существенное влияние на величину эллиптичности и эффективность генерации гармоник высокого порядка.

Предсказан квадратичный рост эффективности генерации выделенных групп гармоник в средах, представляющих собой набор газовых струй, взаимодействующих с двухчастотными лазерными полями, образованными первой и второй гармониками лазерного источника, при возрастании его длины волны. Показано, что при уменьшении ширины газовых струй, положение пика усиленных гармоник смещается в коротковолновую область спектра, амплитуда пика возрастает  $\sim d^{-1.5}$ . На основании теоретических расчетов предложены простые соотношения между макропараметрами газовой среды и энергией фотонов генерируемого излучения, позволяющие управлять как фазовыми, так и квази-фазовыми условиями согласования для

увеличения эффективности генерации выделенных гармоник. Указанные особенности возникают за счет эффектов квази-фазового согласования.

Исследована генерация гармоник высокого порядка в газовых средах, находящихся вблизи периодической решетки, взаимодействующей с лазерным полем в условиях возбуждения плазмонного резонанса. Показано, что усиление лазерного поля над поверхностью решетки приводит к существенному увеличению эффективности генерации гармоник и существенному расширению спектра генерируемого излучения.

Проведенные экспериментально ориентированные исследования характеристик спектра гармоник показали хорошее совпадение с обнаруженными в экспериментах соответствующими зависимостями, что свидетельствует об эффективности разработанных моделей, которые использовались для получения результатов.

## **Глава IV Генерация терагерцового излучения одиночными атомами и протяженными средами, взаимодействующими с последовательностью лазерных импульсов**

Настоящая глава посвящена описанию результатов численных расчетов длинноволновой части фотоэмиссионного спектра отклика атома и протяженной модельной среды, взаимодействующей с последовательностью лазерных импульсов. Обсуждается природа генерации терагерцового излучения одиночным атомом, в том числе, в доионизационном режиме взаимодействия, влияние учета движения населенности как по дискретным уровням, так и по квазиуровням непрерывного спектра атома на генерацию ТГц излучения. Внимание уделено обсуждению свойств генерируемого ТГц излучения, а также способам управления поляризационными характеристиками, эффективностью генерации, формой частотного и углового спектра когерентного коротковолнового излучения. Расчеты проводились, в основном, для атома аргона и газа, состоящего из атомов аргона.

### **§4.1 Природа генерации терагерцового излучения одиночными атомами**

Представленные на рис. 2.18 результаты расчета отклика модельного атома аргона наглядно демонстрируют, что ТГц излучение эффективно генерируется даже в том случае, когда двухчастотное лазерное поле взаимодействует с одиночным атомом. Очевидно, что для объяснения природы генерации ТГц излучения одиночным атомом нельзя апеллировать к нелинейности макроскопических токов плазмы (см., например [321]). Кроме того, модельная структура уровней атома аргона, которая использовалась для получения результатов, представленных на рис. 2.18, не учитывает вклад квазиуровней непрерывного спектра атома. Таким образом, в этом случае механизм ТГц излучения может быть связан только с чисто внутриатомной

нелинейностью. Обратимся к (2.48), чтобы проиллюстрировать механизм генерации ТГц излучения. Расчеты в этом случае показывают (см. рис. 2.16 а), что в слабых лазерных полях преимущественно заселено основное состояние атома (у атома аргона, ТГц отклик которого, в основном, будет исследоваться в настоящей главе, таким состоянием является уровень  $3p$ ), поэтому атомный ток (2.48) имеет вид

$$\vec{J}(t) \simeq \frac{q}{m} \sum_{n,m} V_{3p,n}^{-1}(t) \vec{p}_{nm} V_{m,3p}(t). \quad (4.1)$$

Наибольший вклад при расчете тока атомного отклика будет давать матричный элемент дипольно-разрешенного перехода  $3p-4s$ :

$$V_{3p4s}(t) = \frac{-442368\sqrt{2}\mu(t)}{(49 + 144\mu(t)^2)^7} \times \quad (4.2)$$

$$\times (16807 - 98784\mu(t)^2 + 62208\mu(t)^4)(91 + 576\mu(t)^2(-13 + 36\mu(t)^2)).$$

Положим  $\mu(t) = \mu_{01} \cos(\omega_0 t) + \mu_{02} \cos(2\omega_0 t)$ , где  $\omega_0$  - частота лазерного поля. Т.е. рассмотрим взаимодействие атома аргона с двухчастотным лазерным полем, образованным первой и второй гармониками лазерного источника.

Оператор  $\hat{V}$  можно представить в виде следующей суммы:

$$\hat{V} = e^{-i\frac{q}{\hbar c}\vec{A}(t)\vec{r}} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \left( \frac{q\vec{A}\vec{r}}{\hbar c} \right)^n.$$

Рассчитаем матричные элементы  $\langle 3s | r^n | 4p \rangle$  и получим следующее выражение для (4.2):

$$V_{3p4s}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i(-1 + (-1)^n)(-i\mu(t))^n}{31104\sqrt{2}(2+n)n!} 2^{15+2n} 3^{6+n} 7^{-8-n} (-91 + n(277 + 9n(29 + \quad (4.3)$$

$$+ n(9 + 2n))) \Gamma(4 + n).$$

Подставив явный вид  $\mu(t)$ , проведем суммирование первых 9 слагаемых (4.3) и выделим отдельно часть матричного элемента, не зависящую от времени:

$$\begin{aligned}
V_{3p4s} \approx & -1.42 \cdot 10^{-5} \mu_{01}^2 \mu_{02} \cdot (-8084167 + 514982160 \mu_{02}^2 + 480(167203440 \mu_{01}^6 + \\
& + 270 \mu_{02}^4 (-99911 + 1548180 \mu_{02}^2) + 135 \mu_{01}^4 (-99911 + 9495504 \mu_{02}^2) + \\
& \mu_{01}^2 (715253 + 540 \mu_{02}^2 (-99911 + 3096360 \mu_{02}^2)))) + B \cos \omega_0 t + \dots
\end{aligned} \quad (4.4)$$

Члены на «нулевой» частоте определяют амплитуду ТГц сигнала в спектре атомного отклика. Видно, что «нулевая» частота существует в фотоэмиссионных спектрах отклика атома при любых ненулевых значениях  $\mu_1$  и  $\mu_2$ ). Можно показать, что матричные элементы, рассчитанные для других переходов, также будут иметь члены, не зависящие от времени. Следовательно, ток атомного отклика (4.1) также будет иметь «нулевую» компоненту. Эти рассуждения доказывают, что при взаимодействии двухчастотных лазерных полей, образованных первой и второй гармониками лазерного источника, в фотоэмиссионных спектрах отклика атома должен присутствовать ТГц сигнал. Обратим внимание, что в данном случае анализ проводился для матричного элемента оператора  $\hat{V}$ , вычисленного для внутриатомного перехода  $3p-4s$ , и в рассуждениях не обсуждаются вклады квазиуровней непрерывного спектра атома, это означает, что проведенные рассуждения также объясняют генерацию ТГц излучения в доионизационном режиме взаимодействия (когда вкладом населенностей квазиуровней непрерывного спектра атома можно пренебречь).

Обобщение анализа разложения матричного элемента  $V_{3p4s}$  в ряд (4.4) на случай произвольных частот компонент двухчастотного поля позволяет показать, при каких соотношениях частот компонент двухчастотного поля в фотоэмиссионном спектре отклика атома будет наблюдаться ТГц сигнал. ТГц сигнал будет присутствовать при воздействии двухчастотного поля, образованного нечетной и четной гармониками лазерного поля ( $\omega_1 = 2q\omega_0$ ,  $\omega_2 = (2p+1)\omega_0$ ,  $q, p \in N$ ) или только четными гармониками поля ( $\omega_1 = 2q\omega_0$ ,  $\omega_2 = 2p\omega_0$ ,  $q, p \in N$ ). Вместе с тем, использование только нечетных гармоник поля ( $\omega_1 = (2q+1)\omega_0$ ,  $\omega_2 = (2p+1)\omega_0$ ,  $q, p \in N$ ), а также

одночастотная накачка, не приводят к наличию ТГц части в фотоэмиссионном спектре отклика одиночного атома.

## §4.2 Вклад квазиуровней непрерывного спектра атома в генерацию ТГц излучения

Оценим, к чему приведет учет вклада динамики населенностей квазиуровней непрерывного спектра атома при расчете ТГц отклика одиночного атома при параметрах лазерного поля, соответствующих доионизационному режиму взаимодействия (см. рис.2.11). Анализ показывает, что учет вклада населенностей квазиуровней непрерывного спектра атома не приводит к существенной модификации ТГц спектра отклика одиночного атома.

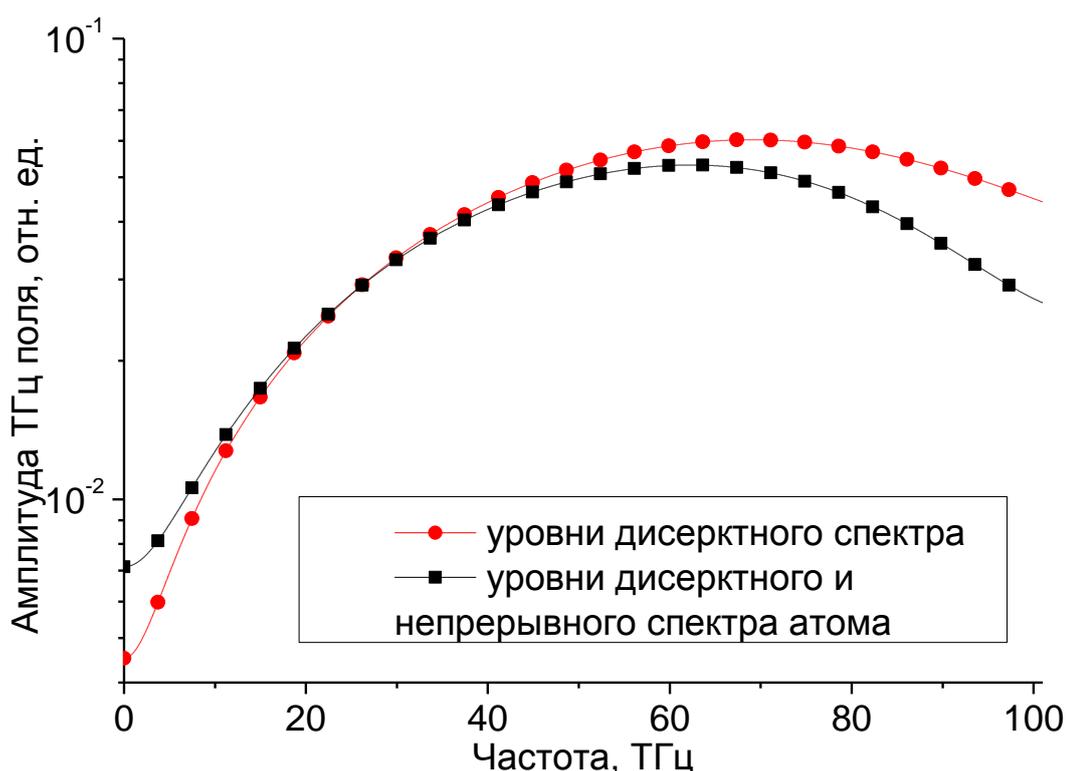


Рис. 4.1: ТГц части фотоэмиссионных спектров отклика атома аргона, взаимодействующего двухчастотным лазерным полем, образованным первой и второй гармониками Ti:Sa лазера, рассчитанные для случаев, когда учитываются вклады квазиуровней непрерывного спектра и уровней дискретного спектра атома (кривая с квадратами), и когда учитываются вклады уровней атома дискретного спектра (кривая с кружками). Расчет проводился при следующих параметрах поля:  $\mu_{01} = 0.1$ ,  $\mu_{02} = 0.01$ ,  $\tau_1 = \tau_2 = 26.6 fs$ ,  $\theta = 0$ ,  $t_{02} - t_{01} = 0$

Чтобы проиллюстрировать этот факт, на рис. 4.1 представлена ТГц часть спектров, рассчитанная с учетом вкладов квазиуровней непрерывного спектра атома (кривая с квадратами) и без них (кривая с кружками). Видно, что учет квазиуровней непрерывного спектра атома существенно не меняет терагерцовую часть фотоэмиссионных спектров (незначительно возрастает лишь длинноволновая часть ТГц спектра), поэтому в этом диапазоне интенсивностей (вариации параметра  $\mu_0$ ) наиболее значимым должен быть механизм генерации ТГц излучения, связанный с внутриатомными нелинейностями. Структуры уровней, которые использовались в расчетах, представлены в п. 2.1.6.

#### **§4.3 Угол между компонентами двухчастотного лазерного поля как эффективный управляющий параметр характеристик генерируемого ТГц излучения**

В виду существенной нелинейности задачи генерации ТГц излучения одиночным атомом, на параметры генерируемого излучения (эффективность генерации ТГц излучения, его поляризационные характеристики и спектр) оказывает влияние вариация практически каждого из параметров двухчастотного лазерного поля (2.62). Вместе с тем, наиболее интуитивно неочевидным управляющим параметром является угол между поляризациями двухчастотного лазерного поля  $\theta_0$  (в результатах численных исследований предполагалось, что атом взаимодействует с двухчастотным лазерным полем, образованным линейно-поляризованными первой и второй гармониками лазерного источника). Действительно, вариация  $\theta_0$  не меняет общую энергию лазерного поля, но перераспределяет ее в плоскости поляризации. Вместе с тем,  $\theta_0$  является параметром, который может быть использован в эксперименте для оптимизации эффективности генерации излучения [A20].

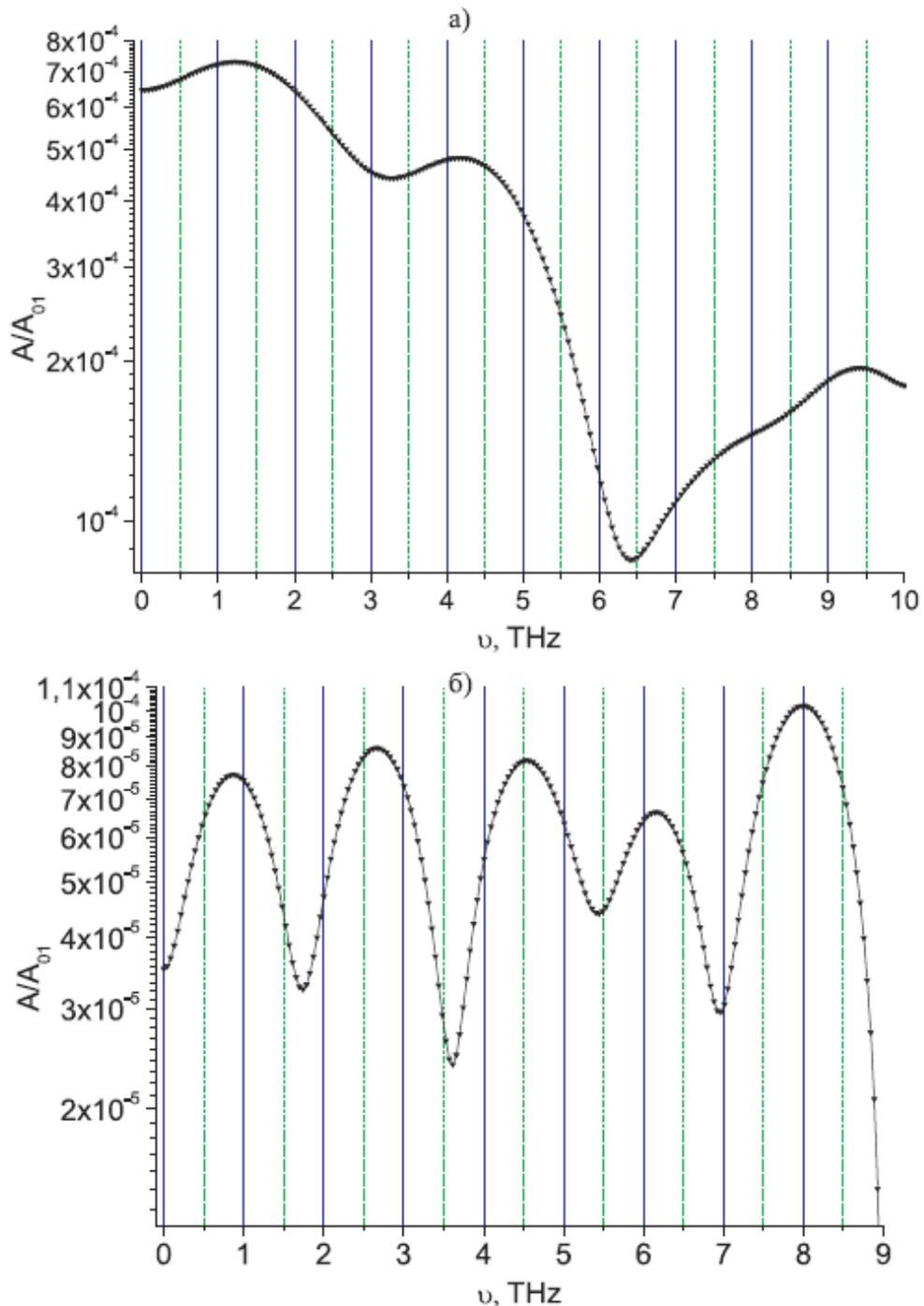


Рис. 4.2.: ТГц область спектра отклика атома, полученная в случае коллинеарной геометрии падающих компонент двухчастотного поля, образованного линейно поляризованными первой и второй гармониками Тi:Са лазера ( $\theta_0 = 0$ ) (а) и в случае ортогональной геометрии ( $\theta_0 = \pi/2$ ) (б). Остальные параметры лазерного поля имеют вид:  $\mu_{01} = 0.1$ ,  $\mu_{02} = 0.0316$ ,  $t_{02} - t_{01} = 100 \text{ фс}$ ,  $\tau_1 = 120 \text{ фс}$ ,  $\tau_2 = 85 \text{ фс}$

Обратимся к анализу влияния параметра  $\theta_0$  на характеристики генерируемого ТГц излучения. На рис. 4.2 представлены ТГц части спектров, отвечающих коллинеарной геометрии падающих импульсов (а) и

ортогональной геометрии падающих импульсов (б). Видно, что ТГц область спектра в случае ортогональной геометрии падающего пучка ( $\theta_0 = \pi/2$ ) имеет многогорбую структуру, а в случае коллинеарной геометрии ( $\theta_0 = 0$ ) - более пологая.

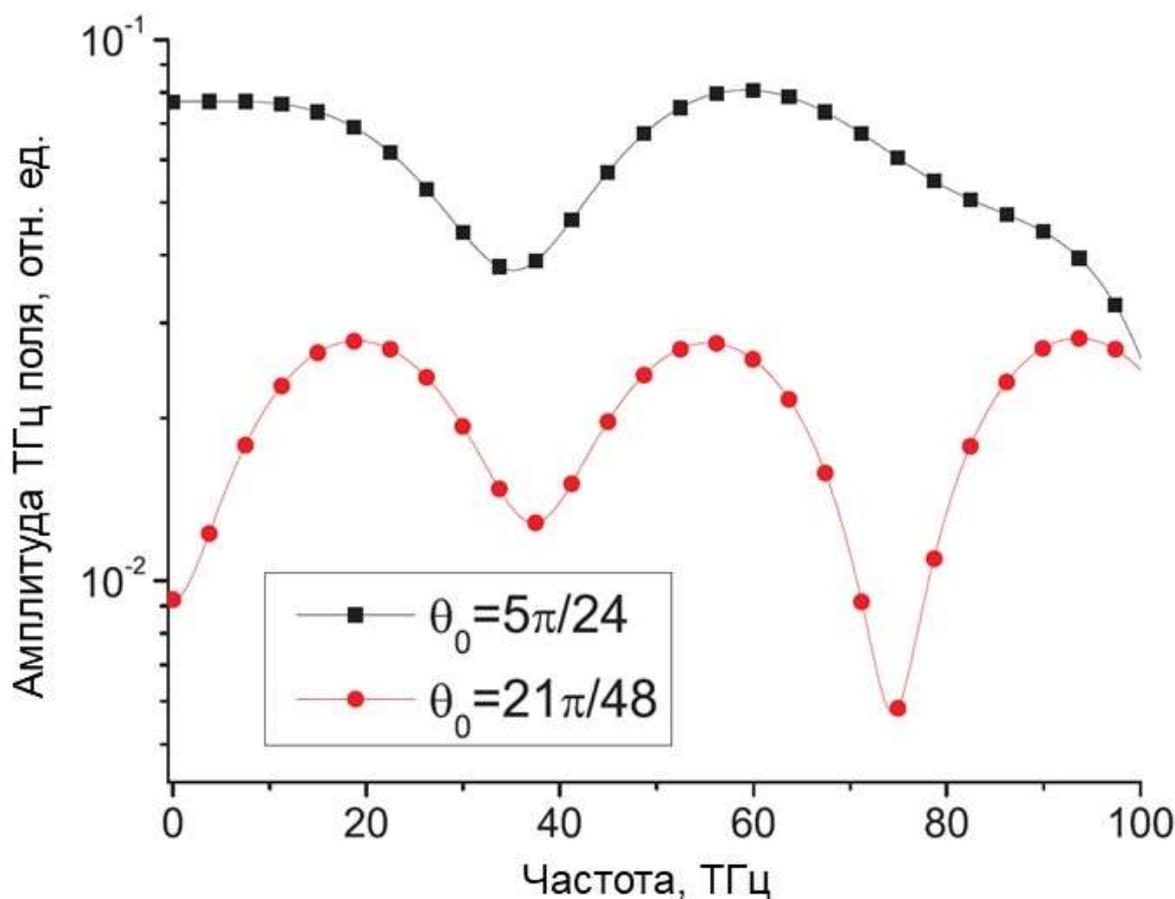


Рис. 4.3: ТГц части фотоэмиссионных спектров отклика атома аргона, взаимодействующего с двухчастотным лазерным полем, образованным линейно поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sapphire лазера, рассчитанная для различных значений  $\theta_0$ :  $\theta_0 = 5\pi/24$ - кривая с квадратами,  $\theta_0 = 21\pi/48$  - кривая с кружками. Остальные параметры поля имеют вид:  $\mu_{01} = 0.1$ ,  $\mu_{02} = 0.0316$ ,  $t_{02} - t_{01} = 0$ ,  $\tau_1 = \tau_2 = 26.6\text{фс}$

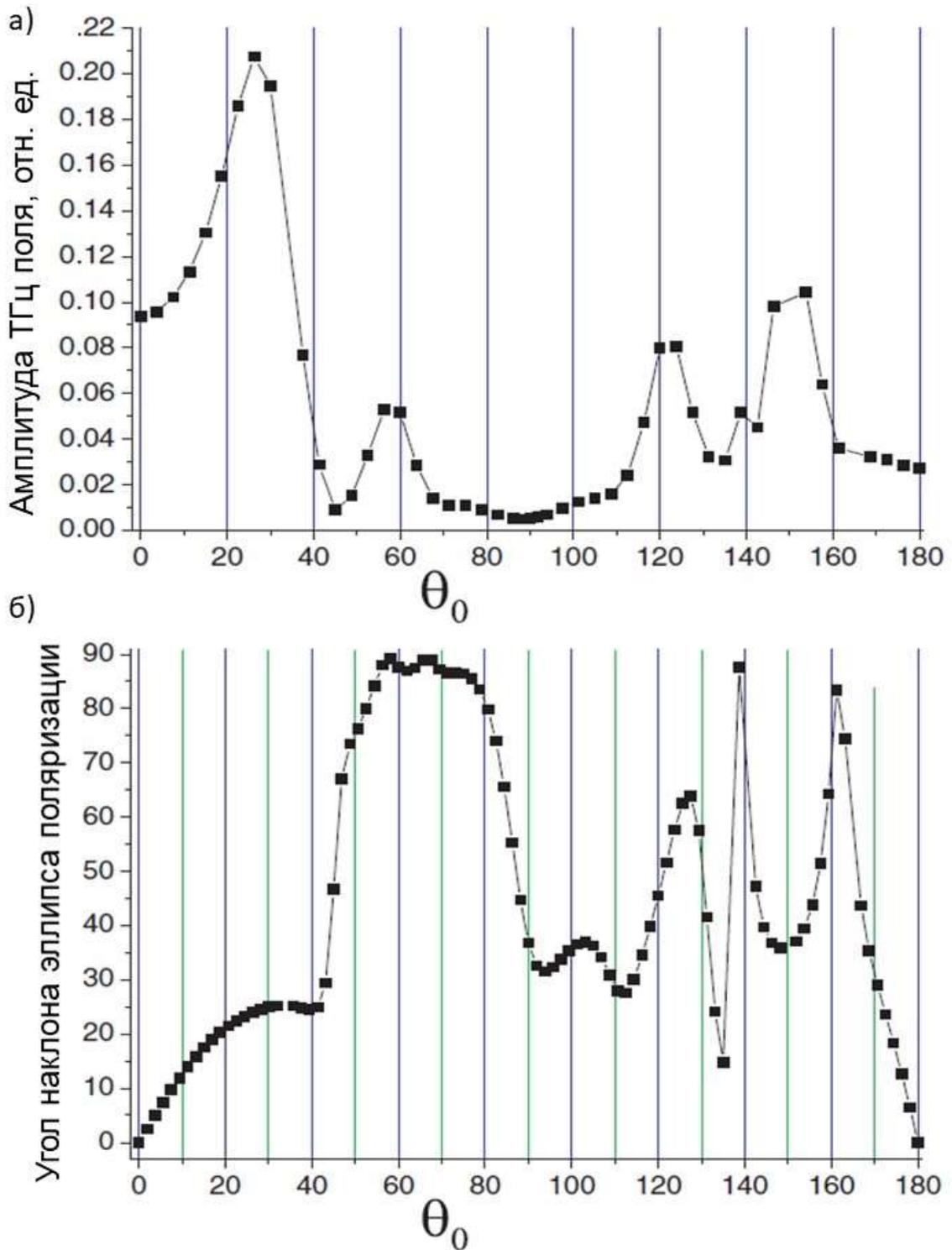


Рис. 4.4.: (а) Интегральная по спектру эффективность ТГц излучения как функция угла  $\theta_0$  (б) Угол между направлением поляризации ТГц сигнала и направлением поляризации падающего поля на основной частоте в зависимости от угла  $\theta_0$ . Расчет проведен для двухчастотного лазерного поля, образованного линейно поляризованными первой и второй гармониками Тi:Са лазера, задаваемого следующими параметрами:  $\mu_{01} = 0.1$ ,  $\mu_{02} = 0.0316$ ,  $t_{02} - t_{01} = 0$ ,  $\tau_1 = \tau_2 = 26.6\phi c$

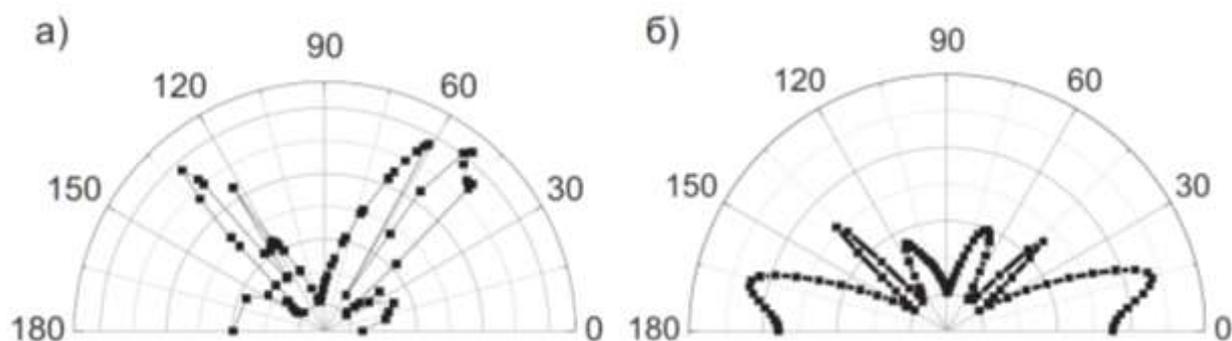


Рис. 4.5.: Зависимость интегральной по спектру эффективности генерации ТГц излучения от  $\theta_0$ , рассчитанная при  $\mu_{01} = \mu_{02} = 0.1$ ,  $\tau_1 = \tau_2 = 4.25 \text{ фс}$ ,  $t_{02} - t_{01} = 0$  (а) и  $\mu_{01} = 0.1$ ,  $\mu_{02} = 0.045$ ,  $\tau_1 = 50 \text{ фс}$ ,  $\tau_2 = 35.5 \text{ фс}$ ,  $t_{02} - t_{01} = 0$  (б)). Расчеты проводились для двухчастотного лазерного поля, образованного первой и второй гармониками Тi:Са лазера

Уменьшение длительности импульсов двухчастотного лазерного поля приводит к уширению ТГц части фотоэмиссионного спектра отклика атома, поскольку при уменьшении длительности импульса, ширина его спектрального представления увеличивается, следовательно, область вариации смещения частот  $\omega_0$  и  $2\omega_0$  увеличивается. На рис. 4.3. представлены ТГц спектры отклика атома, рассчитанные при следующих параметрах воздействующих полей  $\mu_{01} = 0.1$ ,  $\mu_{02} = 0.0316$ ,  $t_{02} - t_{01} = 0$ ,  $\tau_1 = \tau_2 = 26.6 \text{ фс}$  для  $\theta_0 = 5\pi/24$  (кривая с квадратами),  $\theta_0 = 21\pi/48$  (кривая с кружками). Видно, что амплитуды низкочастотных составляющих спектров, рассчитанные для разных  $\theta_0$ , различаются на порядок.

На рис. 4.4 а показана зависимость интегральной по спектру эффективности генерации ТГц излучения от угла  $\theta_0$ , рассчитанная для следующих параметров двухчастотного лазерного поля:  $\mu_{01} = 0.1$ ,  $\mu_{02} = 0.0316$ ,  $t_{02} - t_{01} = 0$ ,  $\tau_1 = \tau_2 = 26.6 \text{ фс}$ ,  $\lambda = 800 \text{ нм}$ . Видно, что амплитуда ТГц излучения нелинейно и немонотонно зависит от  $\theta_0$ . Следовательно, изменяя этот угол, можно оптимизировать условия эффективной генерации ТГц излучения.

Поскольку двухчастотное лазерное поле при вариации  $\theta_0$  в общем случае не обладает линейной поляризацией, направление поляризации

генерируемого ТГц-излучения жестко не задано (как в случае, когда поляризации компонент поля сонаправлены). На рис. 4.4 б показана зависимость угла между направлением ТГц излучения и направлением поляризации гармоники на основной частоте Ti:Sapphire лазера в зависимости от угла  $\theta_0$ . При малых углах  $\theta_0$  зависимость носит линейный характер, и направление поляризации ТГц излучения совпадает с направлением падающей поляризации второй гармоники. С последующим ростом угла  $\theta_0$  зависимость становится нелинейной. Рис. 4.4 б построен в предположении, что генерируемое ТГц излучение линейно поляризовано.

Проведенные численные расчеты, выполненные для других значений длительностей импульсов компонент двухцветного поля, также демонстрируют немонотонную зависимость выхода ТГц излучения как функцию угла между поляризациями компонент двухчастотного поля. На рис. 4.5 (а) представлена в полярных координатах зависимость эффективности генерации ТГц излучения от  $\theta_0$ , рассчитанная для параметров двухчастотного поля, равных  $\mu_{01} = \mu_{02} = 0.1, \tau_1 = \tau_2 = 4.25 \text{ фс}, t_{02} - t_{01} = 0$ . На рис. 4.5 (б) представлена зависимость, вычисленная для  $\mu_{01} = 0.1, \mu_{02} = 0.045, \tau_1 = 50 \text{ фс}, \tau_2 = 35.5 \text{ фс}, t_{02} - t_{01} = 0$ .

Представленные зависимости эффективности ТГц излучения от угла  $\theta_0$  вычисленные в широкой области вариации длительностей импульсов, демонстрируют следующие общие черты: (1) зависимости эффективности генерации ТГц излучения нелинейно и немонотонно зависят от угла  $\theta_0$  (2) существуют области углов  $\theta_0$  (в общем случае, разные для разных значений параметров двухчастотного поля), при которых эффективность генерации ТГц излучения возрастает. Варьируя  $\theta_0$  можно оптимизировать как эффективность генерации ТГц излучения, так и форму его спектра.

Приступим к описанию поляризационных свойств генерируемого ТГц излучения.

На рис. 4.6а представлена ТГц часть фотоэмиссионных спектров отклика атома, вычисленная при различных значениях  $\theta_0$ . Параметры двухчастотного лазерного поля (2.62), образованного первой и второй гармониками Ti:Sa лазера, имеют вид:  $\mu_{01} = 0.1$ ,  $\mu_{02} = 0.0147$ ,  $\tau_1 = \tau_2 = 30$  фс,  $t_{02} - t_{01} = 0$ ,  $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2$ . Хорошо видно, что спектры имеют пиковую структуру (с пиками около 10 ТГц), они более или менее симметричны относительно  $\theta_0 = \pi/2$ , а напряженность поля максимальна, когда угол  $\theta_0$  близок к 0 или  $\pi$ . Последнее совпадает с результатами из [322]. Положение пика на частоте  $\sim 11$  ТГц связано с атомной нелинейностью, а не с макроскопическими токами плазмы [12].

На рис. 4.6 б представлено распределение эллиптичности для различных спектральных компонент от  $\theta_0$ . Хорошо видно, что низкочастотная часть спектров ( $< 20$  ТГц) линейно поляризована при всех возможных значениях  $\theta_0$ . Ранее это было продемонстрировано экспериментально [322], настоящие же результаты являются первой квантово-механической их верификацией. На рис. 4.6 также видно, что в области спектров  $> 20$  ТГц присутствуют участки повышенной эллиптичности (вплоть до циркулярной), максимальное значение эллиптичности и области участков уменьшаются по мере увеличения ТГц частоты. Красными звездами отмечены значения угла и частоты, для которых будет проводиться исследование отклика протяженной среды (см. §4.6).

Природа генерации эллиптически поляризованного высокочастотного ТГц излучения в двухчастотных лазерных полях, образованных линейно поляризованными компонентами, направления поляризации компонент которых составляют угол  $\theta_0$ , так же как и генерация эллиптически поляризованных гармоник высокого порядка (см. п. 3.2.3) связана с вкладом каскадных переходов между уровнями с изменением величины проекции орбитального квантового числа  $\Delta m = \pm 2$  (3.2.3).

Таким образом, мы показали, что угол  $\theta_0$  является эффективным управляющим параметром, который позволяет оптимизировать как

эффективность генерации ТГц излучения, так и форму его спектра и поляризационные характеристики.

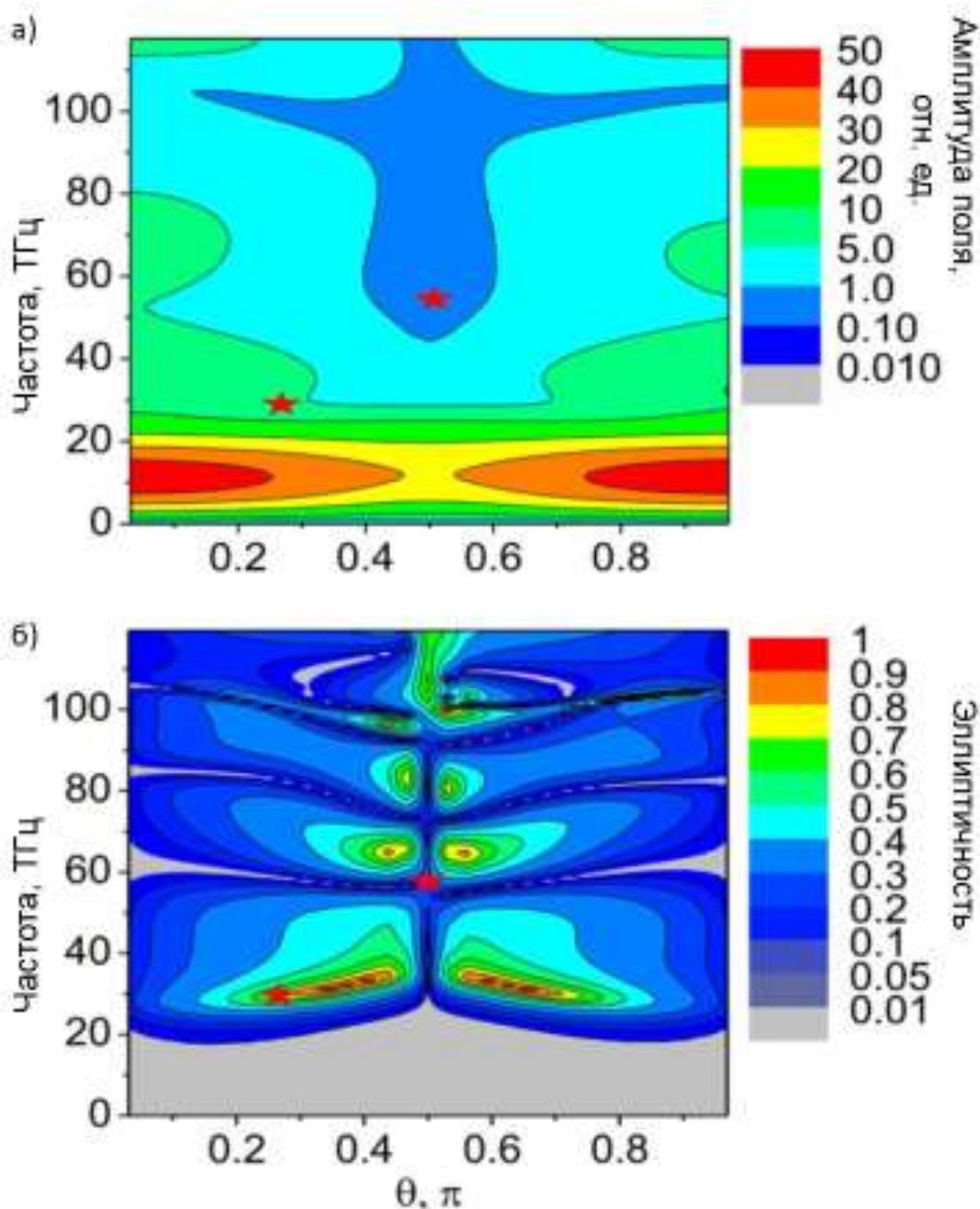


Рис. 4.6: Карты напряженности (а) и эллиптичности (б) ТГц поля, генерируемого одиночным атомом, полученные при различных значениях  $\theta_0$ . Параметры поля, которые использовались в расчетах, имеют следующий вид:  $\mu_{01} = 0.1, \mu_{02} = 0.0147, \tau_1 = \tau_2 = 30 \text{ фс}, t_{02} - t_{01} = 0, \varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2$ . Расчет проводился для излучения Ti:Sa лазера. Красными звездочками отмечены две пары углов и частот ( $\theta_0 = \pi/2, \nu = 56 \text{ ТГц}$  и  $\theta_0 = \pi/4, \nu = 29 \text{ ТГц}$ ), для которых будут представлены результаты расчетов отклика протяженных газовых сред.

#### §4.4 Временная задержка между импульсами двухчастотного лазерного поля как эффективный управляющий параметр характеристик генерируемого ТГц излучения

Еще одним управляющим параметром задачи, который не меняет, но перераспределяет во времени суммарную энергию лазерного поля, является временная задержка между импульсами. Исследуем его влияние на эффективность генерации ТГц излучения. В численных расчетах зададим параметры двухчастотного поля, образованного линейно поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера, в следующем виде:

$$\mu_{01} = 0.1, \mu_{02} = 0.0147, \quad \tau_1 = \tau_2 = 30 \text{ фс}, \quad \varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2, \quad \theta_0 = 0. \quad \text{Согласно}$$

расчетам, представленным на рис. 4.6, при данных параметрах поля генерируется линейно поляризованное ТГц излучение, максимум спектра которого приходится на 11 ТГц. На рис. 4.7 представлена зависимость амплитуды ТГц поля, рассчитанного для частоты 11 ТГц (красная кривая с кружками), от временной задержки между импульсами. Для сравнения черной кривой с квадратами представлена зависимость, вычисленная для частоты 1 ТГц. Видно, что амплитуда ТГц поля на обеих частотах осциллирует с периодом 660 ас при вариации временной задержки между импульсов. Период осцилляций в точности совпадает с величиной, равной половине периода осцилляций поля на частоте второй гармоники. Это значение вполне предсказуемое, поскольку временная зависимость двухчастотного лазерного поля будет повторяться при изменении временной задержки на эту величину (в предположении большого количества осцилляций поля в импульсе). Действительно, при нулевой задержке между импульсами (при заданных выше параметрах двухчастотного поля) временное распределение двухчастотного поля наиболее ассимметричное относительно горизонтально оси (см. рис. 4.8 а), амплитудные значения двухчастотного поля в центре импульса максимальны. Нарушение симметрии импульса, а также сравнительно большие амплитудные значения двухчастотного поля

увеличивают нелинейность отклика и приводят к максимальной эффективности генерации ТГц поля (при заданных значениях параметров поля). Смещение импульсов (оглибающих и наблибки) на 330 ас приводит к изменению временного профиля двухчастотного поля – он становится более симметричным (то есть, более похожим на одночастотное поле по виду), мгновенные значения амплитуды поля становятся меньше (см. рис. 4.8 б). Это приводит к уменьшению нелинейного отклика атома в целом и эффективности генерации ТГц излучения, в частности. Дальнейшее увеличение временной задержки между импульсами на 330 ас приводит к тому, что снова поля складываются так, как это показано на рис. 4.8 а, и эффективность генерации ТГц излучения снова достигает своих амплитудных значений. Следует отметить, что представленная на рис. 4.7 зависимость амплитуды ТГц поля от временной задержки между импульсами совпадает с экспериментально измеренной зависимостью в [322], в эксперименте задержка между импульсами контролировалась с помощью двух клинов, изготовленных из плавленого кварца. Зарегистрированный период колебаний точно равен 660 ас.

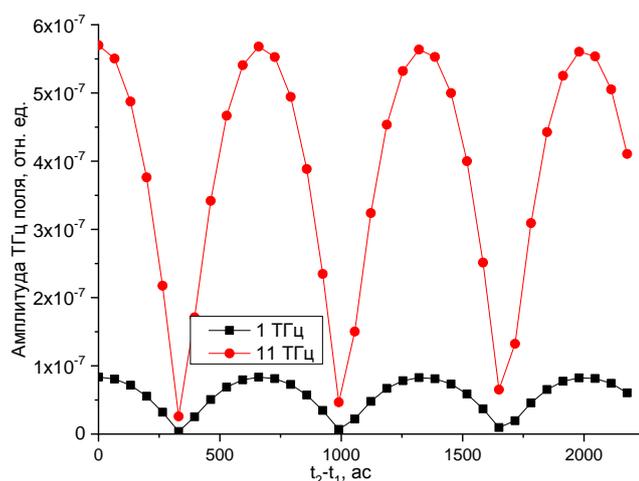


Рис. 4.7: Зависимость амплитуды ТГц импульса на частоте 11 ТГц (красная кривая с кружками) и 1 ТГц (черная кривая с квадратами) от временной задержки между импульсами, рассчитанными для следующих значений параметров двухчастотного поля, образованного линейно поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера:  $\mu_{01} = 0.1, \mu_{02} = 0.0147, \tau_1 = \tau_2 = 30 \text{ фс}, \varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2, \theta_0 = 0$

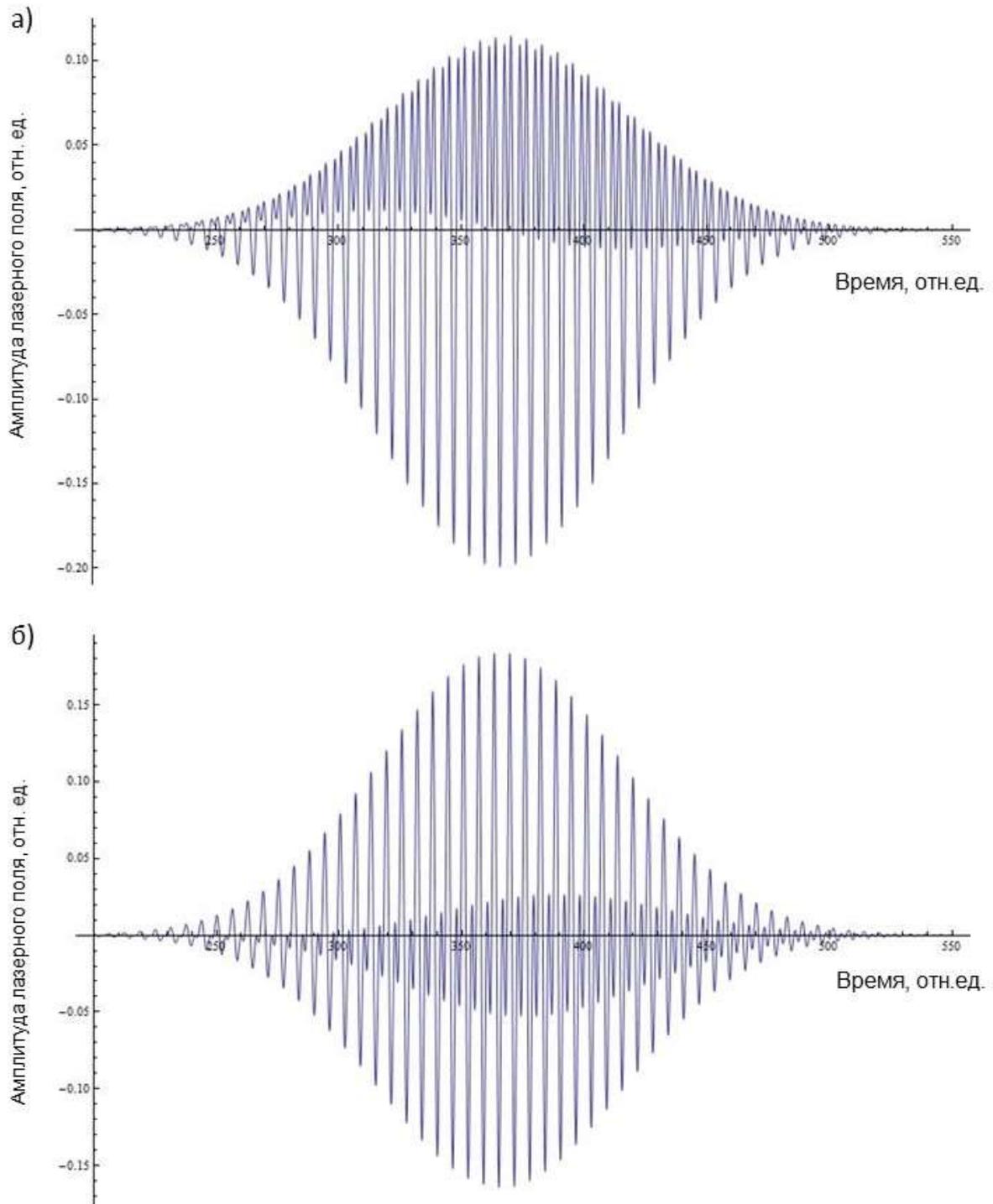


Рис. 4.8: Схематические изображения временного профиля двухчастотного поля, состоящего из линейно поляризованных первой и второй гармоник Ti:Sa лазера, рассчитанные для следующих значений параметров двухчастотного поля  $\mu_{01} = 0.1, \mu_{02} = 0.1, \tau_1 = \tau_2 = 30 \text{ фс}, \varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2, \theta_0 = 0$  (амплитуда поля второй гармоники увеличена по сравнению с полем, используемым для расчета результатов, представленных на рис. 4.7, для наглядности)  $t_{02} - t_{01} = 0$  (а) и  $t_{02} - t_{01} = 330 \text{ ас}$  (б)

Исследуем осцилляции эффективности генерации ТГц излучения от величины временной задержки между импульсами более подробно. На рис.

4.9 а красной кривой с кружками изображена зависимость эффективности генерации ТГц излучения, вычисленная для частоты 11 ТГц для случая взаимодействия одиночного атома с двухчастотным лазерным полем, образованным первой и второй гармониками Cr:F лазера ( $\lambda = 1240 \text{ нм}$ ). Остальные параметры поля не менялись. Видно, что интенсивность ТГц излучения зависит периодически от временной задержки, период колебаний равен  $\sim 1 \text{ фс}$ , что совпадает с половиной периода осцилляций второй гармоники Cr:F лазера ( $2,06 \text{ фс}$ ). Соответствующая зависимость для Ti:Sa, подробно обсужденная выше, представлена на рис. 4.9 а черной кривой с квадратами для удобства сравнения.

Кроме того, мы пытались проверить, зависит ли период колебаний от поляризации компонентов лазерного поля или типа газовой среды. Результаты моделирования, представленные на рис. 4.9 (а) четко демонстрируют, что период колебаний зависит только от длины волны лазерного излучения и не зависит от относительных поляризаций и компонентов, а также на типе газовой среды (при доионизационном режиме взаимодействия). Чтобы доказать последние два утверждения, были проведены расчеты для случая взаимодействия атома с двухчастотным лазерным полем, образованным ортогонально поляризованными первой и второй гармониками Ti: Sa лазера (изображена синей кривой с треугольниками на рис. 4.9 (а)), а также для случая атома неона, взаимодействующего с двухчастотным лазерным полем, образованным линейно поляризованными первой и второй гармониками Ti: Sa лазера (зеленая кривая со звездами). В численных расчетах для атома неона параметры поля не менялись, что привело к уменьшению величины напряженности лазерного поля из-за разных значений ионизационных потенциалов атомов Ne и Ar (см. 2.21). Уменьшение амплитуд компонент поля привело к снижению эффективности генерации ТГц излучения. Для более удобного сравнения, на рис. 4.9 а зависимость, рассчитанная для атома неона, была умножена на 100.

Представим рассчитанные зависимости как функции относительной фазы между импульсами, вычисляемой по формуле  $\Phi = 2\omega_0(t_{01} - t_{02}) + 2\varphi_1 - \varphi_2$ . Соответствующие зависимости представлены на рис. 4.9 б. Видно, что максимум ТГц излучения достигается при одних и тех же значениях относительной фазы двухчастотного поля  $\pi \cdot (2n+1)/2$  (где  $n \in N$ ). Положения максимума эффективности генерации ТГц излучения совпадают с измеренными в экспериментах [321, 323-325], а также с предсказаниями другого теоретического подхода [321].

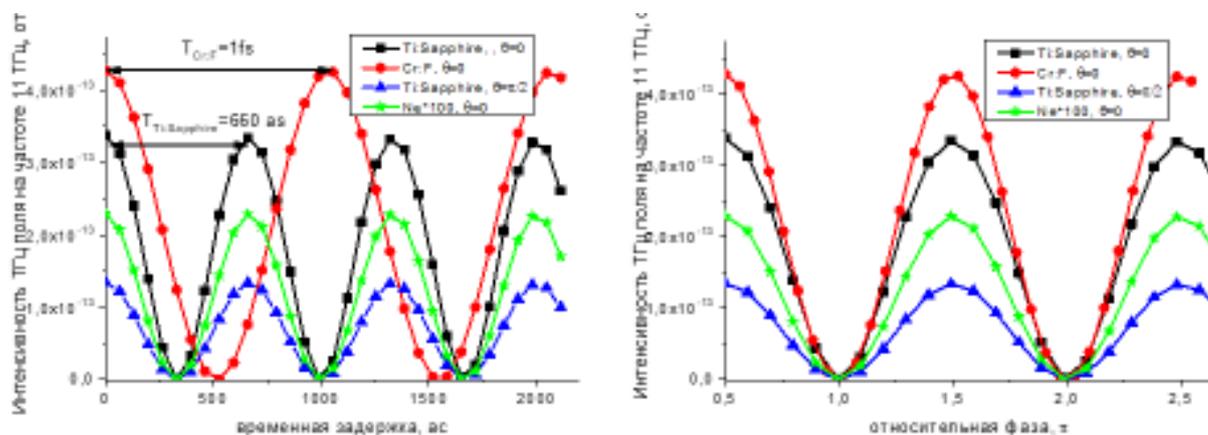


Рис. 4.9. (а) Интенсивность излучения на частоте 11 ТГц в зависимости от времени задержки между импульсами, рассчитанная для: атома аргона, взаимодействующего с двухчастотным лазерным полем, образованным линейно поляризованными первой и второй гармониками Ti: Sa лазера, в случае коллинеарной (черная кривая с квадратами) и ортогональной (синяя кривая с треугольниками) поляризация полей; атома неона, взаимодействующего с двухчастотным лазерным полем, образованным линейно поляризованными первой и второй гармониками Ti: Sa лазера в случае коллинеарной поляризация полей (зеленая кривая со звездами); атома аргона, взаимодействующего с двухчастотным лазерным полем, образованным линейно поляризованными первой и второй гармониками Cr:F лазера в случае коллинеарной поляризация полей (красная кривая с кружками); (б) те же зависимости, представленные как функции изменения относительной фазы двухчастотного поля. Остальные параметры двухчастотного поля определены следующим образом:  $\mu_{01} = 0.1, \mu_{02} = 0.0147, \tau_1 = \tau_2 = 30 \text{ фс}, \varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2$

Дальнейшее увеличение временной задержки между импульсами (на пространственных масштабах, превышающих несколько периодов осцилляций поля) приводит, естественно к уменьшению эффективности

генерации ТГц излучения в виду того, что импульсы в какой-то момент перестают пересекаться во времени. Зависимость эффективности генерации ТГц излучения (для частоты 1 ТГц), вычисленная для параметров двухчастотного поля, используемых для получения спектров, представленных на рис. 4.2, от временной задержки между импульсами представлена на рис. 4.10. Кривая с квадратиками соответствует коллинеарной геометрии падающего поля, кривая с кружками – ортогональной геометрии падающего пучка. Видно, что при отсутствии временной задержки между импульсами (или малой задержки) величина сигнала в случае коллинеарной геометрии больше, чем в случае ортогональной. Разница в амплитудах сигнала спадает в при увеличении временной задержки между импульсами. Различия между коллинеарной и ортогональными схемами лазерного импульса в области малых задержек можно интерпретировать тем, что в случае коллинеарной поляризации нелинейность процесса выше, так как напряженность компонент поля в каждый момент времени складывается алгебраически, а не векторно.

Что касается влияния временной задержки на форму спектра ТГц отклика атома, то как показывают расчеты, форма спектра незначительно меняется в широкой области вариации величины временной задержки между импульсами (см. 4.11). Существенные изменения спектра возникают тогда, когда временная задержка становится очень большой, и область пересечения импульсов первой и второй гармоник поля становится малой (см. кривые, соответствующие временной задержке 100 фс между импульсами).

Таким образом, в настоящем параграфе продемонстрировано влияние временной задержки между импульсами на эффективность генерации ТГц излучения и форму его спектра. Влияние временной задержки между импульсами на поляризационные характеристики генерируемого излучения будет проиллюстрировано в §4.6.

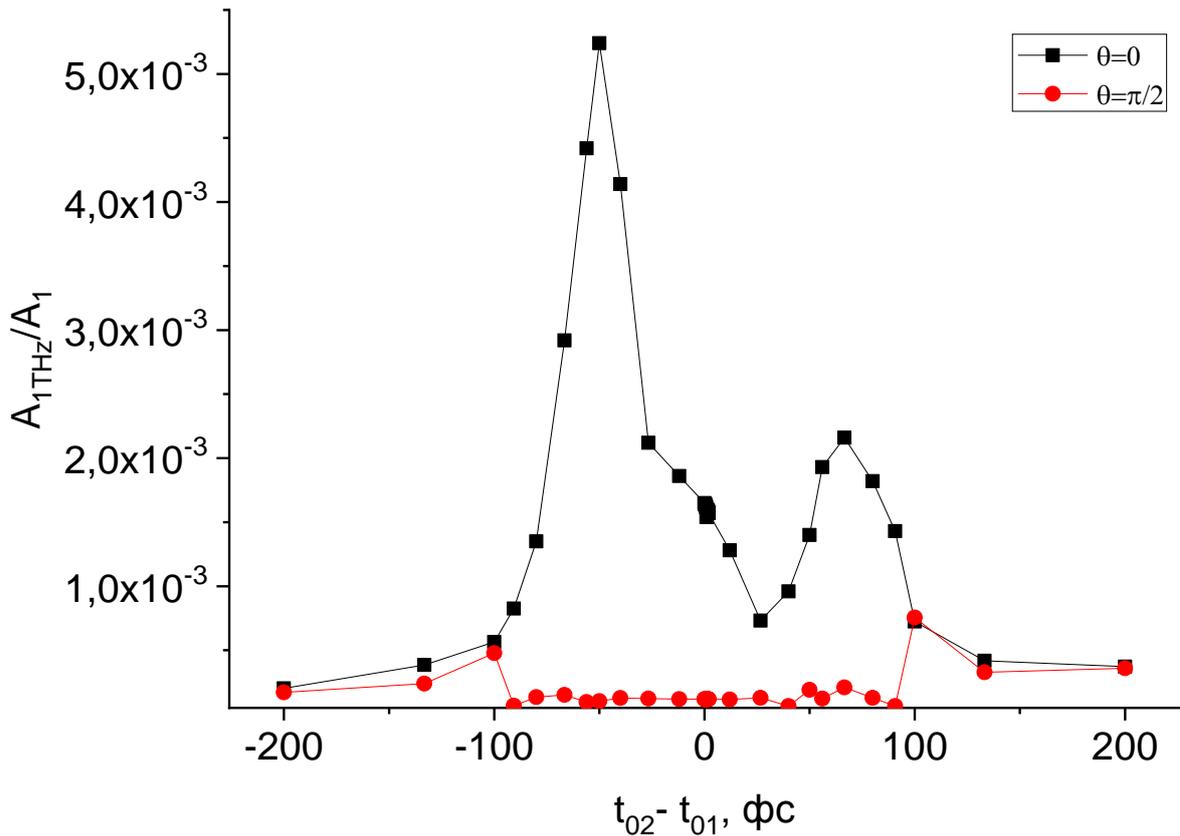
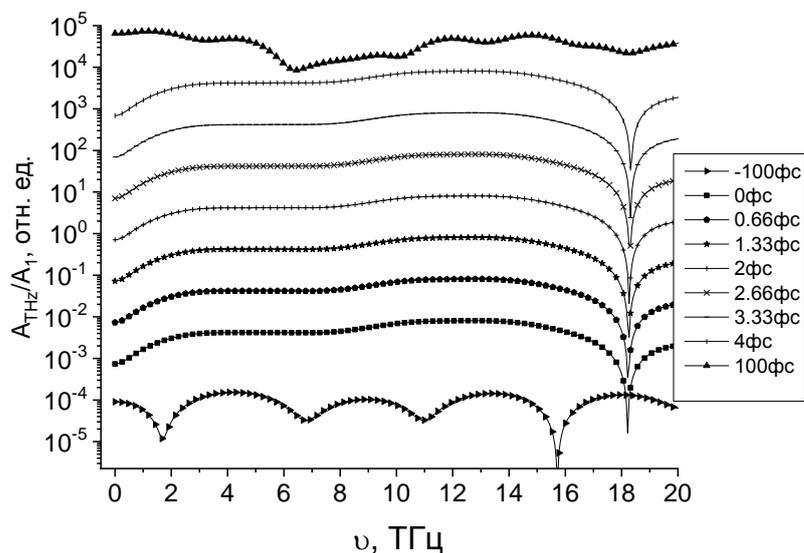


Рис. 4.10. Зависимость сигнала фотоэмиссионного спектра на частоте 1 ТГц от временной задержки между импульсами, вычисленная для случая коллинеарной геометрии (квадратики) и ортогональной геометрии (кружки) падающего поля. Параметры лазерного поля указаны в подписи к рис. 4.2

Выше мы подробно остановились на обсуждении влияния параметров лазерного поля, в первую очередь, угла между компонентами поля и временной задержки между импульсами, на параметры генерируемого ТГц излучения. Вместе с тем, представленные результаты численных расчетов получены для различных длительностей импульсов, соотношения амплитуд двухчастотных полей, сравнительный анализ представленных зависимостей может позволить сделать общие выводы о влиянии оставшихся, подробно не описанных выше, параметров поля. Так, можно сделать вывод, что величина длительности импульса будет оказывать существенное влияние на ширину ТГц спектра – более широкий спектр ТГц излучения будет генерироваться при воздействии более коротких импульсов, поскольку как было отмечено выше, при уменьшении длительности импульса, ширина его спектрального представления увеличивается, следовательно, область вариации смещения частот  $\omega_0$  и  $2\omega_0$ , необходимого для генерации ТГц излучения, увеличивается.

Увеличение амплитуд компонент поля приводит к увеличению общей энергии воздействующего лазерного поля, что приводит к росту нелинейно-оптического отклика одиночного атома в целом, и к росту ТГц излучения в частности.

а)



б)

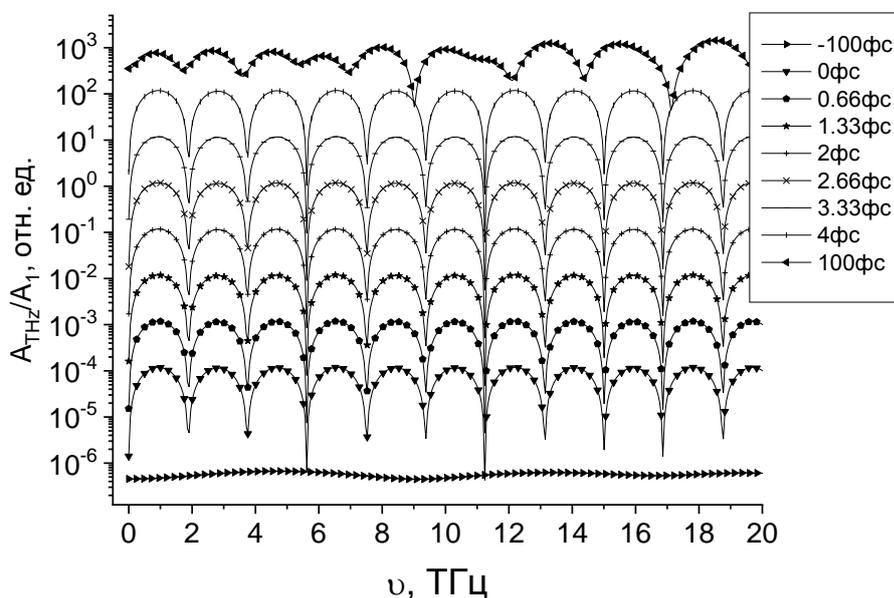


Рис. 4.11. ТГц область спектра отклика атома, полученная в случае коллинеарной геометрии падающих пучков ( $\theta_0 = 0$ ) (а) и в случае ортогональной геометрии ( $\theta_0 = \pi/2$ ) (б) при различных значениях временной задержки между импульсами. Параметры лазерного поля указаны в подписи к рис. 4.2.

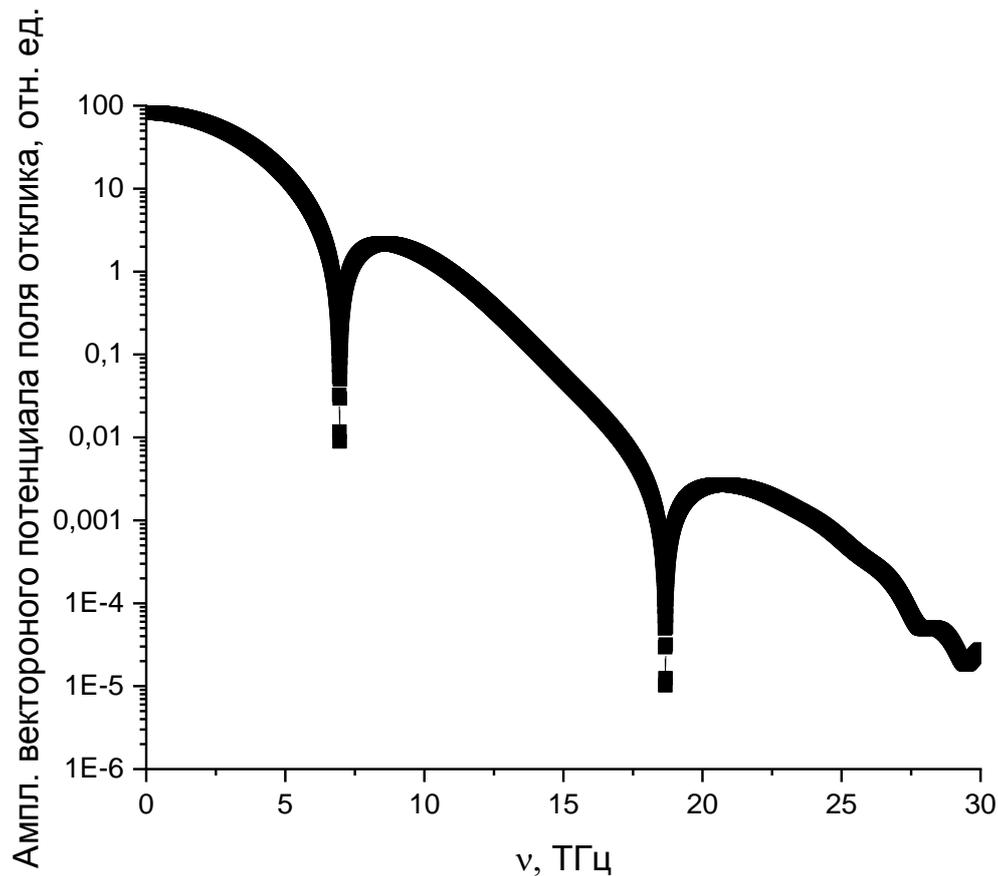


Рис. 4.12. ТГц часть фотоэмиссионного спектра отклика одиночного атома, взаимодействующего с двухчастотным полем, образованным линейно поляризованными первой и второй гармониками фемтосекундного лазерного источника излучения среднего ИК диапазона ( $\lambda=4,6$  мкм):  $\mu_{01} = 0.1, \mu_{02} = 0.01, \tau_1 = \tau_2 = 120$  фс,  $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2, \theta_0 = 0$

Перед тем, как приступить к обсуждению отклика протяженной среды, покажем, как меняется ТГц часть спектра при использовании источников среднего ИК диапазона. На рис. 4.12 представлен ТГц часть фотоэмиссионного спектра отклика атома, рассчитанного для следующих параметров двухчастотного поля, образованного линейно поляризованными первой и второй гармониками фемтосекундного лазерного источника излучения среднего ИК диапазона ( $\lambda=4,6$  мкм):  $\mu_{01} = 0.1, \mu_{02} = 0.01, \tau_1 = \tau_2 = 120$  фс,  $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2, \theta_0 = 0$ . Видно, что максимум спектра сместился в область меньших частот. Это связано с тем, что частота лазерного поля уменьшилась, кроме того, несмотря на то, что длительность импульсов составляет величину порядка сотен фемтосекунд, в таком импульсе

«содержится» всего 8 осцилляций поля, следовательно, спектральная ширина импульса большая, следовательно, область вариации частот в окрестности  $\omega_0$  и  $2\omega_0$ , необходимого для генерации ТГц излучения, увеличивается.

#### **§4.5 Частотно-угловой спектр ТГц излучения, генерируемого протяженной газовой средой**

Как было показано в §4.4 амплитуда напряженности ТГц излучения зависит от временной задержки между импульсами (см. рис. 4.7). Временная задержка между импульсами может естественным образом возникать при распространении двухчастотного лазерного излучения в среде, обладающей дисперсией. Действительно, если показатели преломления для излучений на частотах  $\omega_0$  и  $2\omega_0$  не равны друг другу, то импульсы будут распространяться с разными скоростями, формируя временную задержку между импульсами, зависящую от координаты в среде. Предположим, что импульс распространяется вдоль оси  $z$  в положительном направлении. Пусть также, уравнение (2.62) описывает профиль двухчастотного поля на левой (входной) границе газовой среды. Из-за дисперсии среды фазы компонент двухчастотного поля будут варьироваться при распространении  $\varphi_1(z) = \vec{k}_1 \vec{r} = \omega_0 n_1 z / c$ ,  $\varphi_2(z) = \vec{k}_2 \vec{r} = 2\omega_0 n_2 z / c$ , где  $n_{1,2}$  - показатели преломления для излучения на частотах  $\omega_0$  и  $2\omega_0$ , соответственно. Зависимость фазы от координаты можно преобразовать в зависимости параметра  $t_{01,2}(z)$ :  $t_{01,2}(z) = t_{01,2} + z \cdot n_{1,2} / c$ , для временной задержки между импульсами получаем  $\Delta t(z) = \Delta t_0 + z \cdot (n_1 - n_2) / c$ . Таким образом, зависимость, представленную на рис. 4.7 можно преобразовать в зависимость от бегущей координаты  $z$  (см. рис. 4.13). Пространственный период осцилляций ( $\Lambda$ ) может быть легко вычислен с помощью формулы (2.82). Для аргона, находящегося при нормальных условиях,  $\Lambda \approx 2.7 \text{ см}$ .

Чтобы рассчитать отклик протяженной среды воспользуемся рассуждениями, представленными в §2.6. Исследуем отклик протяженной

среды на воздействие двухчастотного лазерного поля, образованного линейно поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера, направления поляризации которых совпадают ( $\theta_0 = 0$ ). Удобно двухчастотное поле формировать путем пропускания излучения на основной частоте через нелинейный кристалл (для излучения Ti:Sa лазера чаще всего используют кристаллы Barium Borate Oxide (BBO) [A20], который преобразует часть излучения лазера во вторую гармонику). После кристалла формируется двухчастотное поле, в котором импульсы сдвинуты на зависящую от ширины нелинейного кристалла величину задержки между импульсами, кроме того, линейно поляризованные гармоники на основной  $\omega_0$  и удвоенной частоте  $2\omega_0$  ортогональны друг другу (см. рис. 4.14). Чтобы «довернуть» направление поляризации одной компоненты двухчастотного поля до направления поляризации другой компоненты двухчастотного поля можно использовать полуволновую пластинку (DWP), в данном случае удобно использовать рассчитанную на частоту основной гармоники  $\omega_0$ . Она не только преобразует ортогонально поляризованное двухчастотное поле в линейно-поляризованное, но и компенсирует часть временной задержки между импульсами, полученную в кристалле BBO. Сформированное таким образом поле попадает в газ. Также, в предложенной схеме предполагается, что компоненты двухчастотного лазерного поля имеют плоский волновой фронт (несфокусированы). Пространственное распределение поля в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, имеет гауссовский профиль ( $e^{-\frac{r^2}{\sigma^2}}$ , где  $\sigma$  - ширина лазерного пучка).

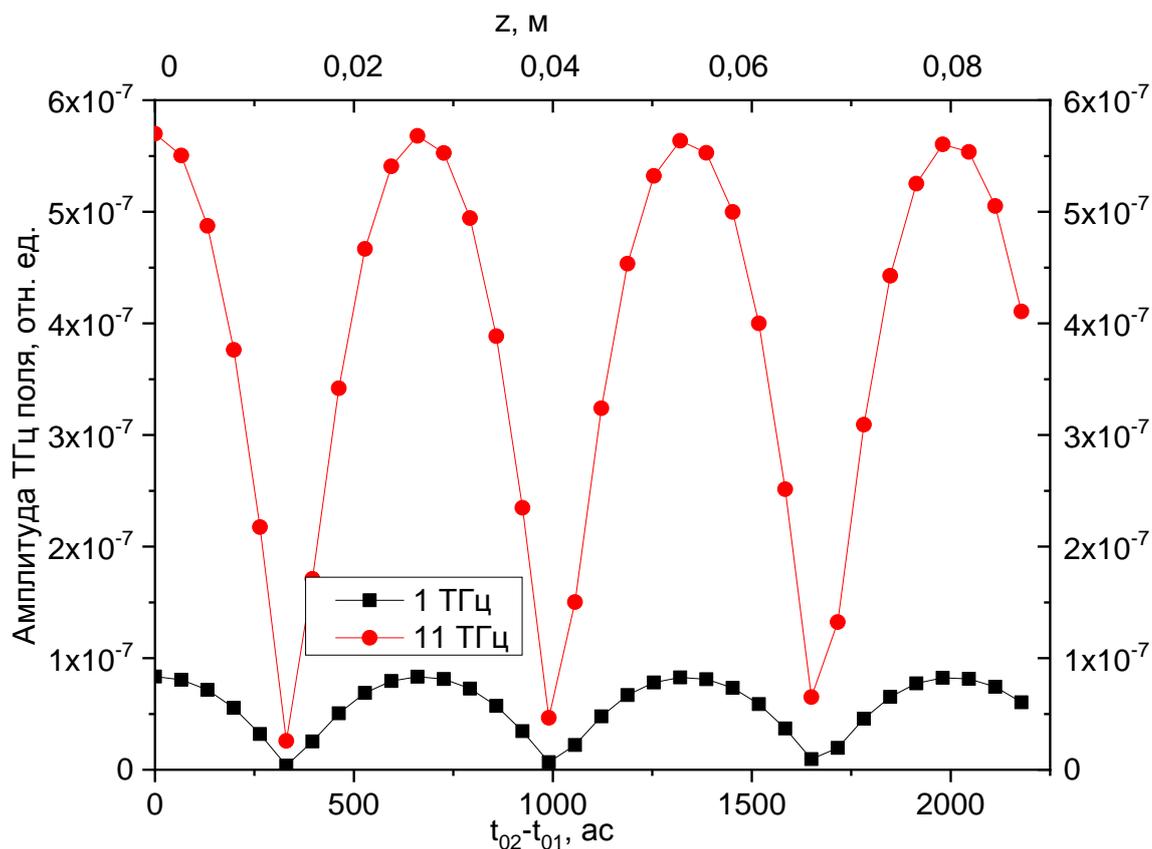


Рис. 4.13. Зависимость, представленная на рис. 4.7, в которой временная задержка между импульсами соотнесена с координатой  $z$  точки внутри газовой среды (верхняя ось), в которой достигается такая величина временной задержки.

Для того, чтобы учесть поперечное распределение профиля пучка, гауссовский профиль был заменен на ступенчатую функцию, положения «ступеней» соответствовали значениям интенсивностей гауссовского распределения, соответствующим 100%, 90%, 80%, 50%, 30% от его амплитудного значения. Предполагалось, что атомы среды, находящиеся не на оси распространения гауссовского импульса, и попавшие в определенную зону (от 1 до 5) взаимодействуют с полем, амплитуда которого отвечает максимальному значению в данной зоне. На рис. 4.15 представлены ТГц спектры, рассчитанные для различных зон, а также усредненный по пространственному распределению ТГц спектр (изображен кривой с правыми треугольниками), где мы учитывали различия в количестве атомов в каждой зоне (из-за их разного объема). Все рассчитанные спектры имеют пик при 11 ТГц.

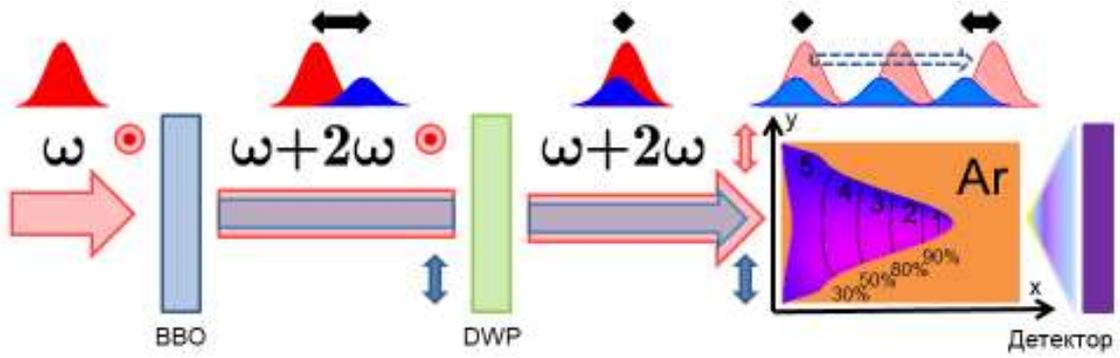


Рис. 4.14. Примерный вид схемы эксперимента. Верхняя часть рисунка указывает на относительное положение импульсов во времени в разных частях схемы, ВВО – нелинейный кристалл, DWP – полуволновая пластинка, стрелками и точками условно обозначены направления поляризации компонент поля (красным цветом – на частоте  $\omega_0$ , синим – на частоте  $2\omega_0$ ). Схематический вид распределения поля по поперечной координате изображен в виде гауссовского профиля, уровнями 1-5 обозначены срезы этого распределения, которые отвечают уровням напряженности поля, равные соответственно 100%, 90%, 80%, 50%, 30% от всего амплитудного значения. Газовая среда условно обозначена оранжевым прямоугольником.

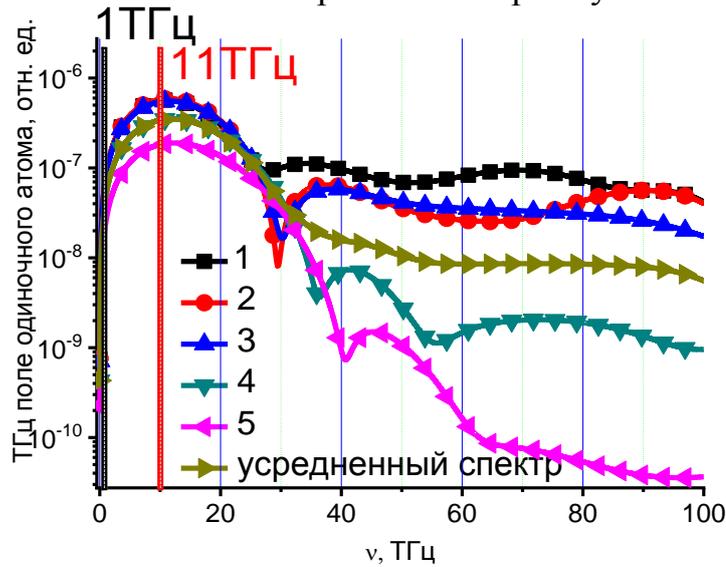


Рис. 4.15. ТГц спектры отклика атома, рассчитанные в разных зонах пространственного профиля лазерного пучка (см. рис. 4.14), а также интегральный ТГц спектр (кривая с правыми треугольниками). Вертикальные линии указывают на положения частот 1 ТГц и 11 ТГц.

С использованием интерференционной модели, представленной в §2.6, были рассчитаны напряженности полей в точках пространства, окружающей газовую среду. Расчеты проведены для частот 11 ТГц и 1 ТГц и следующих параметров двухчастотного лазерного поля  $\mu_{01} = 0.1, \mu_{02} = 0.0147,$

$$\tau_1 = \tau_2 = 30 \text{ фс}, \quad \varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2.$$

Частотно-угловые спектры ТГц излучения представлены на рис. 4.16. Они вычислены для различных значений длины среды ( $l$ ) и ширины среды ( $d$ ), которая в численных расчётах в 6 раз больше ширины лазерного пучка ( $\sigma$ ). Верхний ряд рассчитан для частоты 11 ТГц, нижний – 1 ТГц. Расчеты показывают, что частотно-угловой спектр имеет форму вложенных конусов. Такие виды угловых спектров связаны с осевой симметрией среды и конечного поперечного размера газовой среды (2.86). Коническая структура углового распределения ТГц излучения неоднократно наблюдалась в экспериментах [326-328]. Помимо конической эмиссии, наблюдаемой как для излучения на частоте 1 ТГц, так и для излучения на частоте 11 ТГц (см. рис. 4.16), в высокочастотной части спектра наблюдаются дополнительные «лепестки» - коническая эмиссия ТГц излучения под большими углами к оси распространения лазерного излучения, причем, их амплитуда и угол сильно зависят от  $l$  и  $d$ .

Для изучения происхождения боковых лепестков были проведены дополнительные расчеты частотно-угловых спектров излучения на частоте 11 ТГц в предположении недисперсионности среды, т.е. путем исключения пространственных колебаний (рис. 4.13) из расчетов. Результаты представлены на рис. 4.17 (верхний ряд – расчет с учетом пространственных колебаний, нижний ряд – без них). Сравнение спектров, представленных на рис. 4.17, показывает, что боковые лепестки возникают за счет пространственных колебаний тока атомных откликов, которые формируются за счет пространственных осцилляций поля. Действительно, интенсивность боковых лепестков на рис. 4.17 (нижний ряд) более чем на порядок ниже, чем у угловых спектров, представленных на рис. 4.17 (верхний ряд). Отметим, что интенсивность излучения в продольном направлении практически не меняется.

Кроме того, помимо излучения, направленного в сторону распространения импульса, существует «обратное» излучение как на частоте 1 ТГц, так и на частоте 11 ТГц (см. рис. 4.16). Это явление было теоретически

предсказано в [328] и экспериментально верифицировано в [243, 329-330]. Используемая модель позволяет понять природу генерации «обратного» излучения – она связана с интерференцией вкладов откликов отдельных атомов. Отметим, что использование интерференционной модели не предполагает знания априорной информации о конкретных условиях фазового синхронизма (векторного равенства волновых векторов взаимодействующих и генерируемых полей), он получается автоматически при расчете интерференции откликов ансамбля атомов. Причем, поскольку отклик одиночных атомов рассчитывается с учетом нелинейностей произвольного порядка, при генерации излучения заданной частоты учитываются все возможные «каналы» генерации, что естественным образом сказывается на виде частотно-угловых спектров отклика среды.

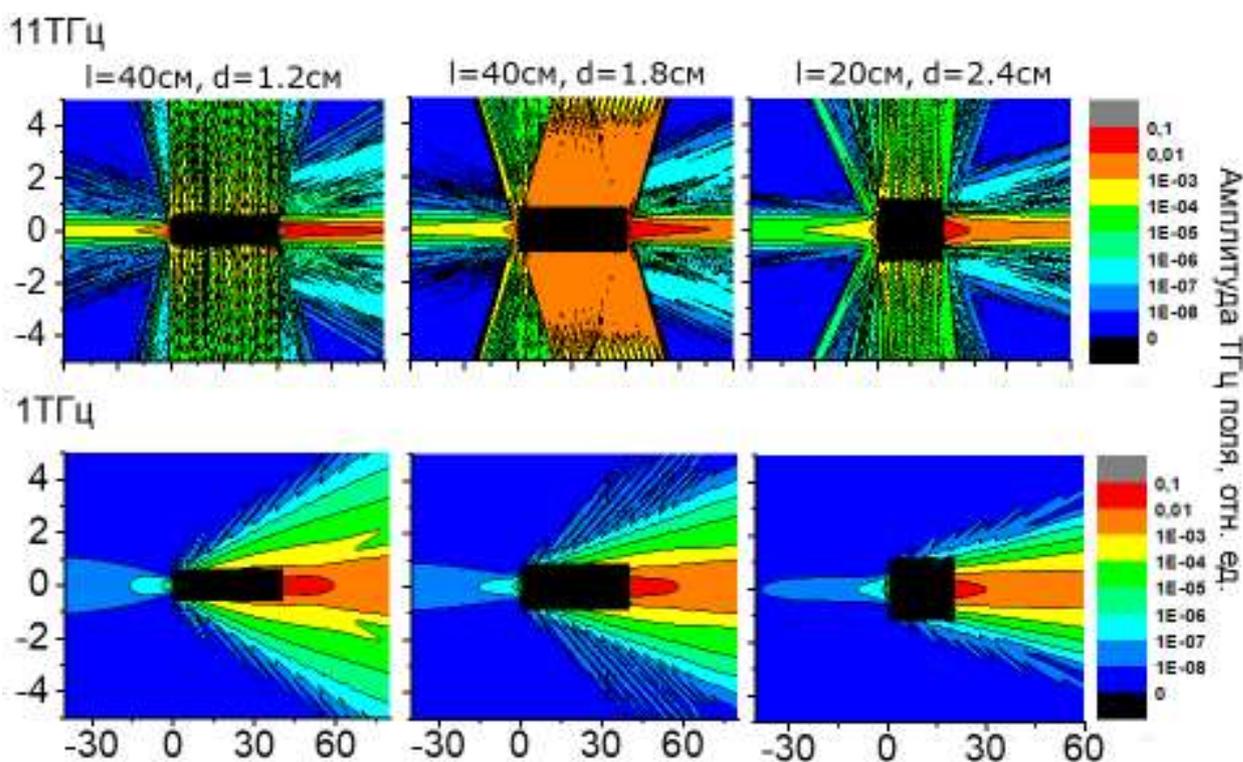


Рис. 4.16. Излучение на частотах 11 ТГц (верхний ряд) и 1 ТГц (нижний ряд), испускаемое протяженной газовой средой, вычисленное для нескольких значений ее пространственных размеров. Черный прямоугольник показывает объем газовой камеры.

Таким образом, в настоящем параграфе были исследованы частотно-угловые спектры генерируемого протяженной средой ТГц излучения. Показано, что такое излучение имеет коническую структуру, в области

высоких частот наблюдается наличие дополнительных лепестков, которые ассоциируются с пространственными осцилляциями двухчастотного лазерного поля, возникающими за счет его распространения в диспергирующей среде. Также, продемонстрировано наличие «обратного» излучения. Его природа связана с интерференцией владов различных атомов среды.

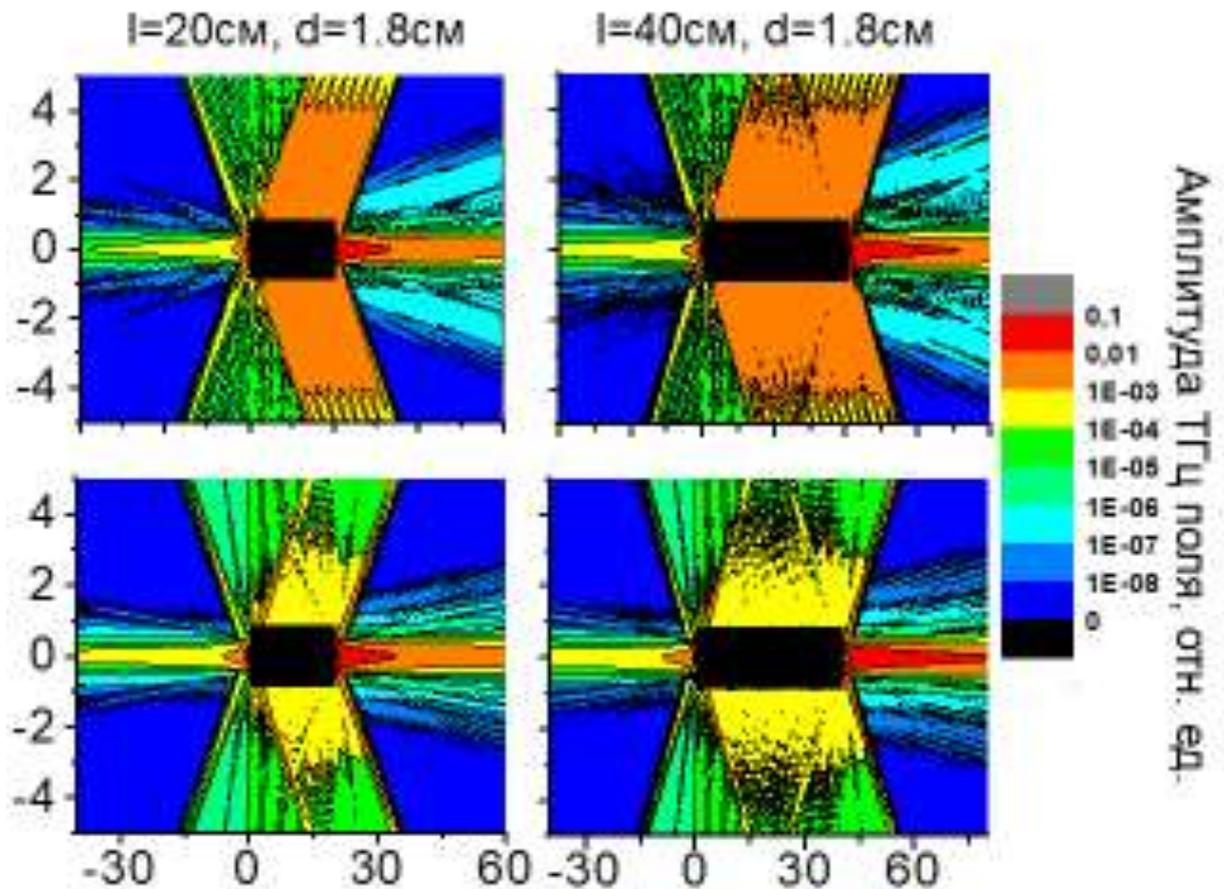


Рис. 4.17. Излучение на частоте 11 ТГц, испускаемое протяженной газовой средой, вычисленное для нескольких значений ее пространственных размеров. Расчет проводился с учетом пространственных осцилляций двухчастотного поля (рис. 4.13) (верхний ряд) и без учета пространственных осцилляций поля (нижний ряд)

#### §4.6 Генерация эллиптически поляризованного ТГц излучения протяженной газовой средой

В §4.3 представлены результаты численных расчетов ТГц отклика одиночного атома, взаимодействующего с двухчастотным лазерным полем, образованным линейно поляризованными первой и второй гармониками  $\text{Ti:Sa}$

лазера, причем направления поляризации компонент поля образуют ненулевой угол  $\theta_0$  (см. рис. 4.6). Ниже представлены результаты расчета отклика протяженной газовой среды, взаимодействующей с таким полем. Для их получения также использовалась интерференционная модель, описанная в §.2.6.

Для расчетов были выбраны два угла и две соответствующие им частоты:  $\theta_0=\pi/2$  и  $\nu=56$  ТГц,  $\theta_0=\pi/4$  и  $\nu=29$  ТГц. Эти две пары были выбраны по следующей логике: угол  $\theta_0=\pi/2$  может быть естественным образом достигим в эксперименте [A20], угол  $\theta_0=\pi/4$  можно также достичь в эксперименте [A13]; для этих двух углов мы выбрали первый низкочастотный пик в фотоэмиссионных спектрах, который имеет ненулевую эллиптичность для каждого угла, в результате при  $\theta_0=\pi/2$  спектр имеет пик с ненулевой эллиптичностью при  $\nu=56$  ТГц, для  $\theta_0=\pi/4$  - при  $\nu=29$  ТГц (значения отмечены красными звездами на рис. 4.6).

Для выбранных углов были проведены дополнительные расчеты с изменением времени задержки между импульсами с целью получения зависимости комплексного ТГц поля от временной задержки между импульсами (или двух проекций на перпендикулярные оси  $E_{xj} = |E_{xj}|e^{i\sigma_{xj}}$  и  $E_{yj} = |E_{yj}|e^{i\sigma_{yj}}$ ). Используя зависимости  $|E_{xj}|$ ,  $\sigma_{xj}$ ,  $|E_{yj}|$ ,  $\sigma_{yj}$  от временной задержки, легко получить их зависимость от пространственной координаты вдоль оси распространения лазерного поля (продольной координаты  $z$ , см. рис. 4.13). Также, были рассчитаны зависимости  $|E_{xj}|$ ,  $\sigma_{xj}$ ,  $|E_{yj}|$ ,  $\sigma_{yj}$  в плоскости, перпендикулярной оси распространения лазерного поля (метод описан в §4.5) На рис. 4.18 представлены распределения модулей проекций электрической компоненты ТГц поля на перпендикулярные оси ( $x$  и  $y$ ), расположенные в плоскости, перпендикулярной оси распространения импульса, а также восстановленные распределения эллиптичностей в пределах одного периода по продольной координате (2.7 см), рассчитанные для выбранного угла и

частоты (три распределения для  $\theta_0=\pi/2$  и  $\nu=56$  ТГц слева и три распределения для  $\theta_0=\pi/4$  и  $\nu=29$  ТГц справа). Отметим, что предполагается сохранение аксиальной симметрии задачи, следовательно, проекции поля представлены на одну из двух находящихся в плоскости, перпендикулярной оси распространения, осей. Пространственные распределения, рассчитанные для двух углов, демонстрируют противоположное поведение. Действительно, для  $\theta_0=\pi/4$  и  $\nu=29$  ТГц максимальное значение проекции поля совпадает с максимальным значением эллиптичности ( $\varepsilon=0,9$ ), для  $\theta_0=\pi/2$  и  $\nu=56$  ТГц максимальное значение эллиптичности ( $\varepsilon = 0,5$ ) совпадает с минимальным значением проекций поля.

Обсужденные результаты параметров отклика одиночных атомов были использованы для расчета отклика протяженных газовых сред.

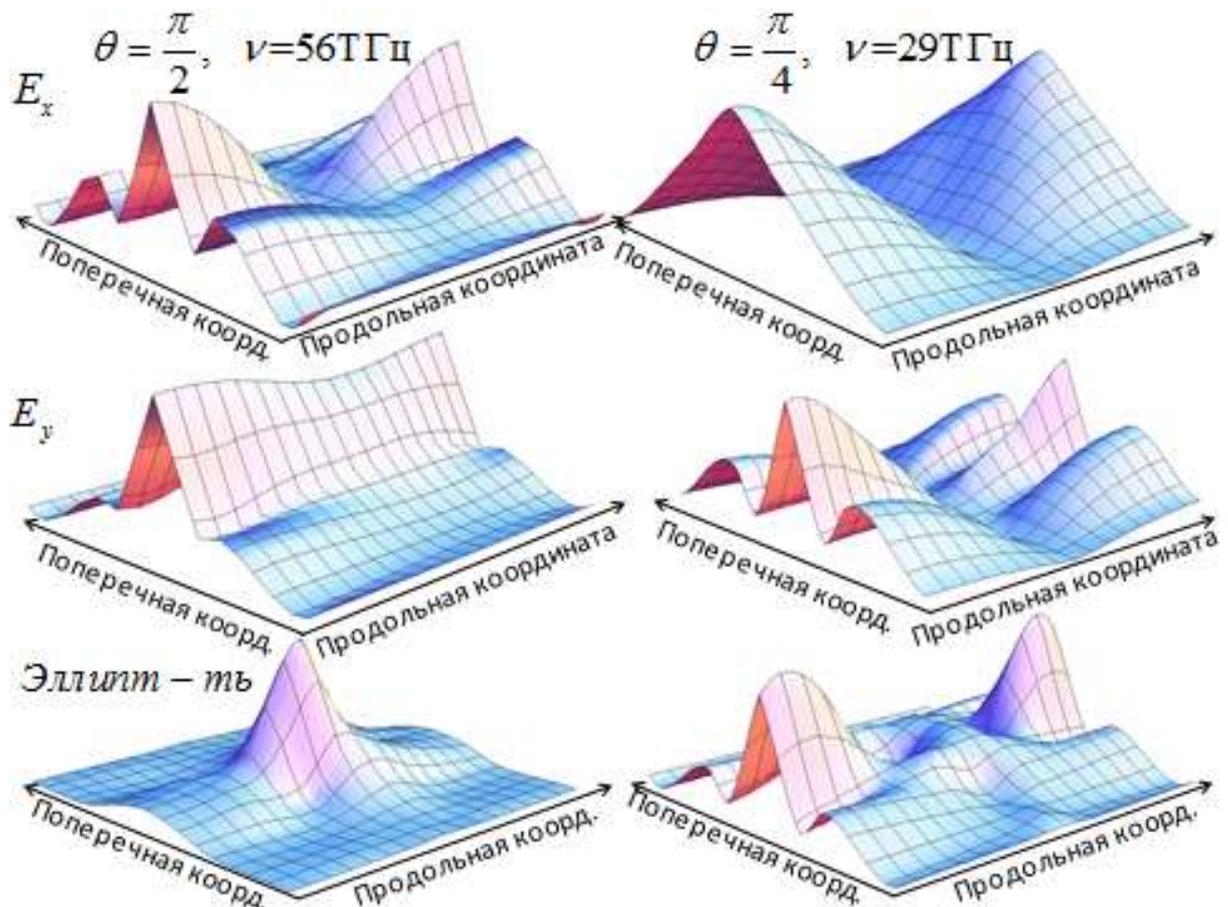


Рис. 4.18 Распределения двух проекций напряженности ТГц поля и величины эллиптичности на поперечную ( $x$ ) и продольную ( $z$ ) координаты в газе. Распределение по координате  $z$  приведено в пределах одного периода колебаний ( $2,7$  см).

Типичные распределения ТГц поля, рассчитанные для  $l=6$  см и  $\sigma=0,1$  см, представлены на рис. 4.19. Распределения, представленные на рис. 4.19а, рассчитаны для  $\theta_0=\pi/4$  и  $\nu=29$  ТГц, а на рис. 4.19 б рассчитаны для  $\theta_0=\pi/2$  и  $\nu=56$  ТГц. Распределения ТГц поля демонстрируют коническую структуру углового спектра, угол конуса уменьшается с увеличением ТГц частоты. Частотно-угловые спектры также демонстрируют наличие излучения в обратном направлении (эффект обсуждался в §4.5). Обратное излучение менее интенсивно по сравнению с изложением в «прямом» направлении. Отметим, что интегральное излучение протяженного газа не ограничивается двумя обсуждаемыми конусами (см. рис. 4.21 и 4.22, где угловое распределение может быть представлено как вставленные друг в друга конусы). В качестве примера, на рис. 4.20 приведено распределение величины эллиптичности, соответствующее распределению величины ТГц поля, представленного на рис. 4.19а. Видно, что это распределение демонстрирует немонотонную апериодическую структуру.

Распределения напряженности ТГц поля и распределения эллиптичности, рассчитанные для фиксированных координат положения «детектора» ( $x_0=-10$  (а),  $10$  (в),  $40$  (г) и  $y_0=5$  (б)) представлены на рис. 4.21, которые получены для тех же параметров ( $l=6$  см и  $\sigma=0,1$  см), что и распределение, представленное на рис. 4.19а. На рис. 4.21 представлена только половина реальных распределений по координате детектора ( $y$ ), начиная с его центра, в виду полной симметрии соответствующих распределений относительно оси распространения двухчастотного поля (см. рис. 4.19). Расчет параметров ТГц излучения проводился независимо в каждой исследуемой точке выбранной плоскости, что привело в частности, к немонотонному распределению величины эллиптичности. В связи с этим, рассчитаем степень эллиптичности и степень поляризации генерируемого излучения. Это было сделано с помощью формул (44-46) из [166]. Результаты представлены на рис. 4.22. Поскольку интегрирование по формулам (46) из [166] производилось по координате на детекторе ( $y$ ), диапазон интегрирования увеличивался с

увеличением координаты (чтобы рассчитать степень эллиптичности или степень поляризации для конкретной координаты детектора необходимо провести интегрирование от оси до данной координаты), что привело к уменьшению степени поляризации при возрастании  $y$ . Результаты такого интегрирования показывают, что даже при учете центральной части пространственного распределения ТГц излучения, охватывающей два вставленных конуса, степень поляризации высока (более  $0,97$ ), а еще выше (около  $0,99$ ) при «учете» только первого (внутреннего) конуса, что является доказательством высокой когерентности генерируемого излучения. Распределение степени эллиптичности практически не зависит от координаты наблюдения. Для выбранных параметров расчета ( $l=3$  см и  $\sigma=0,1$ ) степень эллиптичности близка к  $\varepsilon \approx 0,2$ .

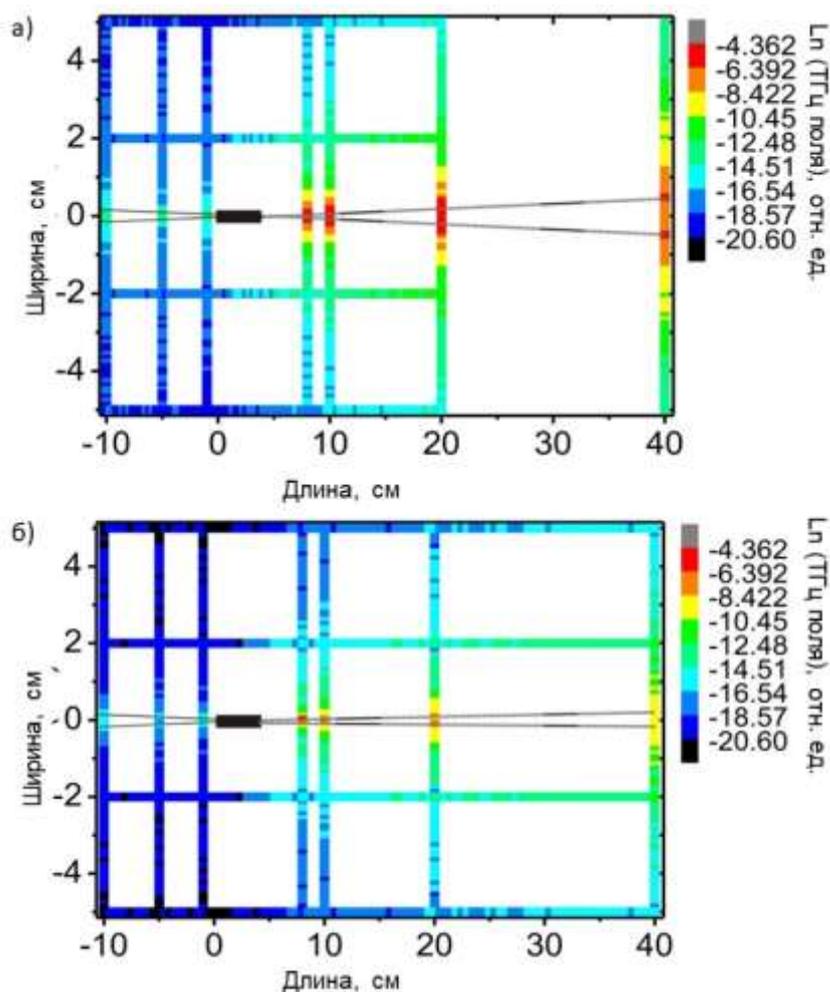


Рис. 4.19 Пространственное распределение напряженности ТГц поля, рассчитанное для  $\nu = 29$  ТГц (а) и  $\nu = 56$  ТГц (б) для  $l = 6$  см и  $\sigma = 0,1$  см. Черным прямоугольником условно обозначена излучающая среда

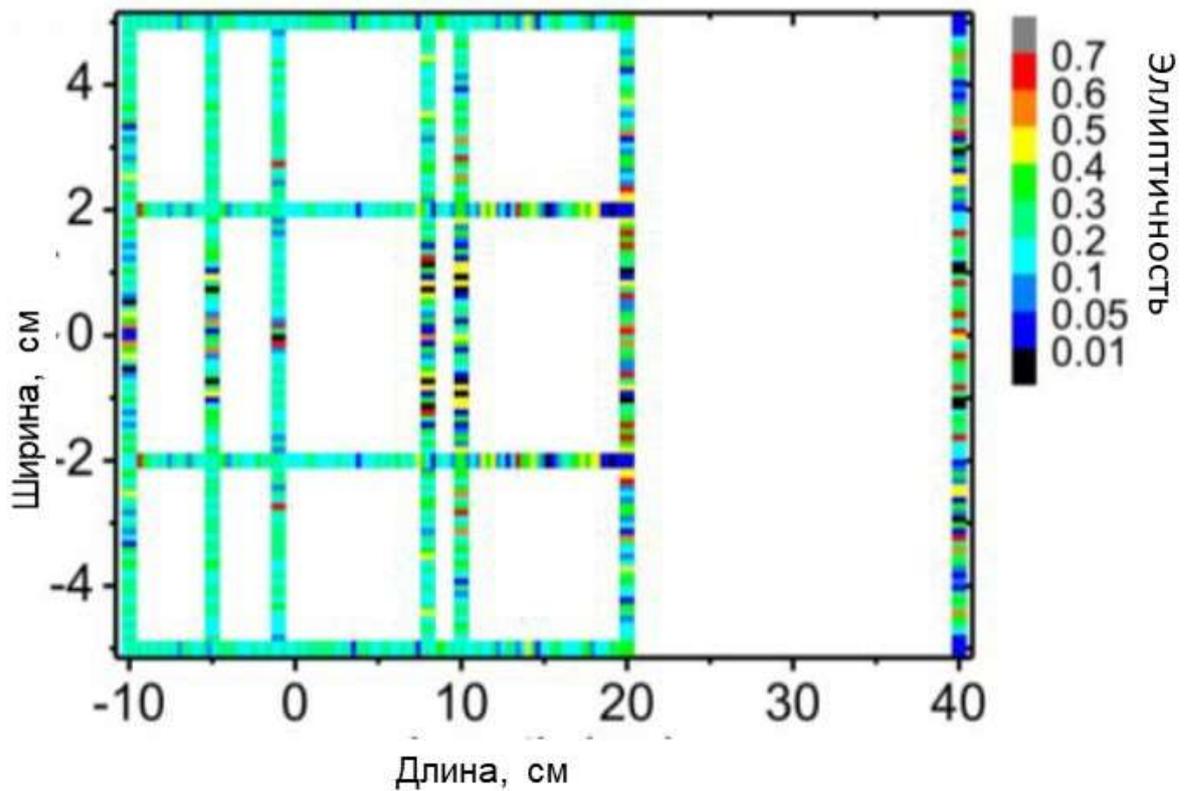


Рис. 4.20 Распределение величины эллиптичности ТГц поля, рассчитанное для параметров, используемых для получения напряженности ТГц поля, представленного на рис. 4.19 а

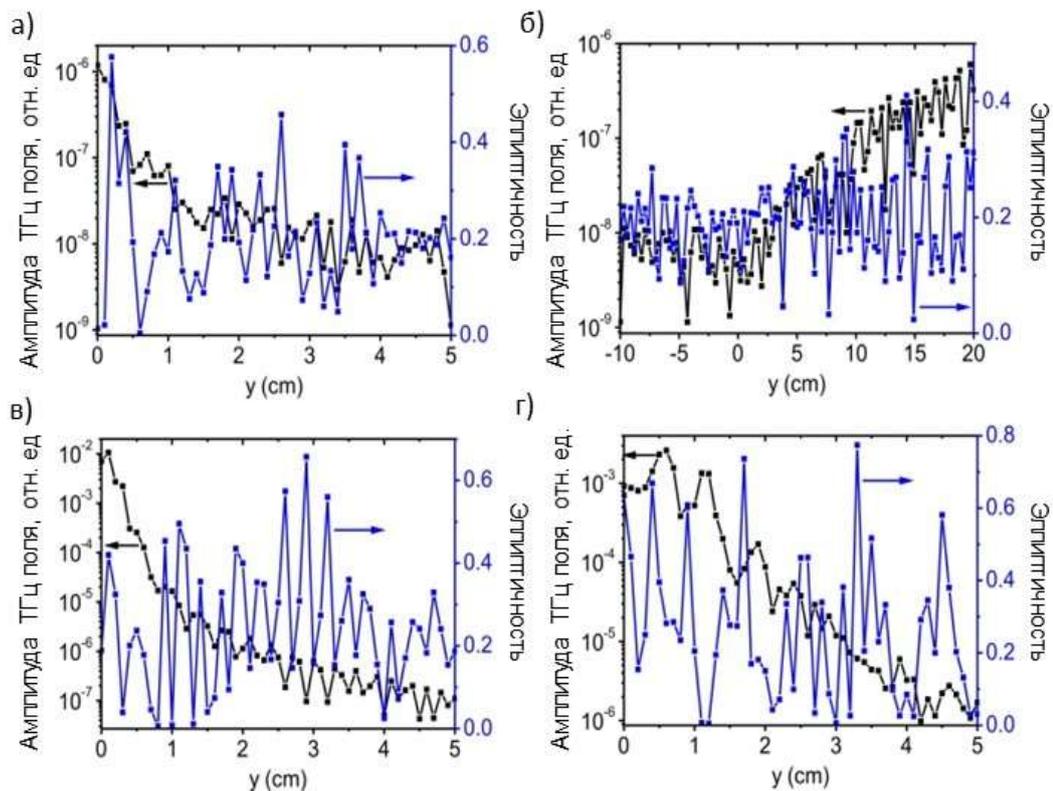


Рис. 4.21 Пространственные распределения напряженности ТГц поля (черные кривые) и эллиптичности (синие кривые), рассчитанные для  $\nu=29$  ТГц для  $l=6$  см и  $\sigma=0,1$  см при  $x_0=-10$  (а),  $10$  (в),  $40$  (г) и  $y_0=5$  см (б)

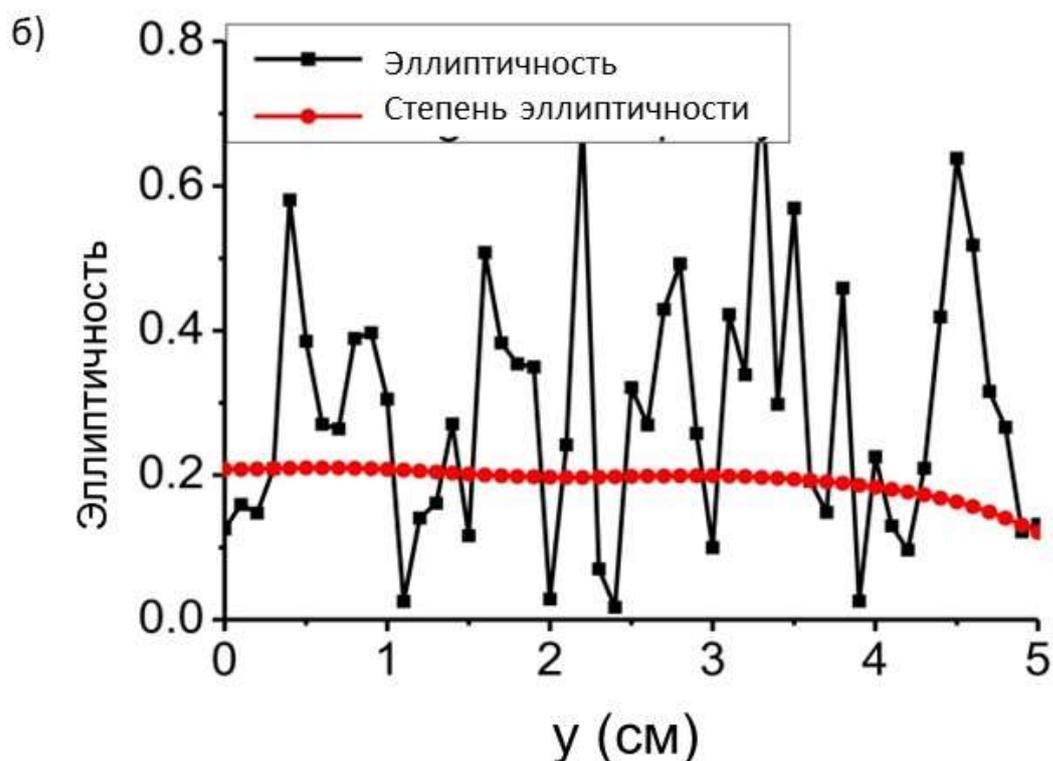
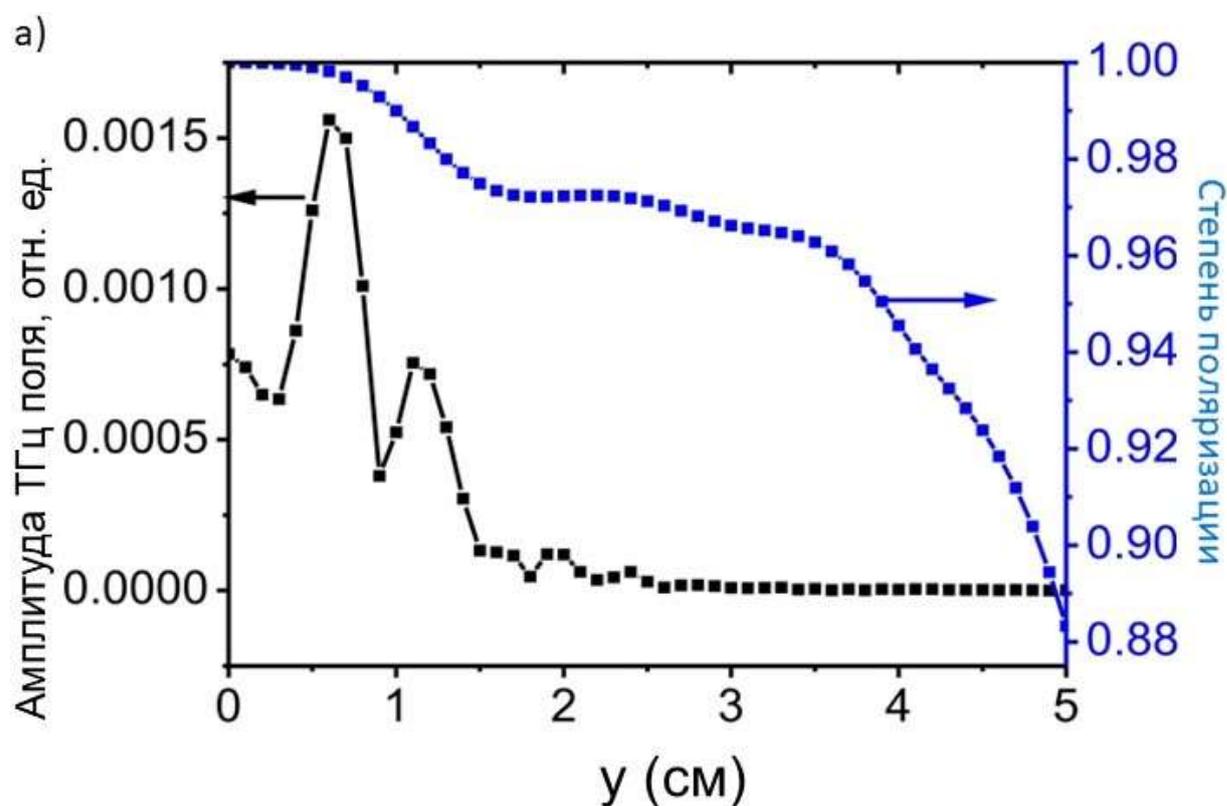


Рис. 4.22 Пространственное распределение напряженности ТГц поля (черные квадраты) и степени поляризации (синие квадраты) (а), эллиптичности (черные квадраты) и степени эллиптичности (красные кружки) (б), рассчитанные для  $\nu=29$  ТГц для  $l=3$  см и  $\sigma=0,1$  см при  $x_0=40$  см

На основе серии численных расчетов предложено три способа управления параметрами генерируемого протяженной средой ТГц излучения (величиной эллиптичности и величиной напряженности поля). Первый

заключается в изменении относительной фазы между импульсами двухчастотного лазерного поля ( $\Delta\varphi$ ) перед газовой средой [333]. Результаты соответствующего численного исследования представлены на рис. 4.23 а. Хорошо видно, что существуют «оптимальные» значения  $\varphi_0$  около  $3\pi/2$ , где значение эллиптичности достаточно высокое ( $\varepsilon \approx 0,5$ ), оно достаточно стабильно при небольшом изменении  $\varphi_0$ : распределение амплитуды напряженности ТГц поля также значительно не меняется при небольшом изменении  $\varphi_0$  около  $3\pi/2$ . Описанный выше метод не меняет геометрию эксперимента, энергию импульса и т. д., он выглядит как оптимизация параметров двухчастотного поля, которая может быть выполнена с использованием простых экспериментальных устройств (например, призм [322]) или вариацией оптического пути, который проходит двухчастотное поле перед газовой средой. На рис. 4. 23 б представлены распределения напряженности ТГц поля (сплошные квадраты и кружки), а также значение эллиптичности (светлые квадраты и кружки) на детекторе, рассчитанное для двух значений  $\Delta\varphi_0$ : при  $\Delta\varphi_0=0.5\pi$  (кривая с квадратами) и при  $\Delta\varphi_0=1.43\pi$  (кривая с кружками).

Второй способ эффективного управления величиной эллиптичностью генерируемого ТГц излучения заключается в изменении пространственных размеров газовой среды и поперечных размеров лазерного пучка ( $l$  и  $\sigma$ , соответственно). На рис. 4.24 представлена зависимость напряженности ТГц поля (рис. 4.24 а) и значения эллиптичности (рис. 4.24 б) от этих двух параметров. Расчеты показывают, что для генерации интенсивных эллиптически поляризованных полей лучше использовать небольшие газовые среды и широкие лазерные пучки.

Третий способ эффективного управления величиной эллиптичности генерируемого ТГц излучения заключается в изменении пространственного профиля лазерного луча, т. е. в использовании диафрагмы и маски, полностью противоположной диафрагме: диафрагма пропускает центральная часть лазера пучка, а маска пропускает периферийную часть лазерного пучка. Для

исследования этих двух методов управления мы выбрали параметры  $l=6$  см и  $\sigma=0,1$  см, чтобы иметь угловой спектр ТГц излучения, представляющий собой двуконусный вид (см. рис. 4.21 г). На рис. 4.25 представлены результаты для первого (рис. 4.25 а, б) и второго пространственных пиков углового распределения ТГц излучения (рис. 4.25 в, г), полученных при изменении пропускания диафрагмы (рис. 4.25 а, в) и маски (рис. 4.25 б,г). На рис. 4.25а хорошо видно положительное влияние диафрагмы на величину эллиптичности генерируемого излучения. Действительно, изменением диафрагмы можно добиться генерации ТГц излучения с практически циркулярной поляризацией с незначительной потерей эффективности. Кроме того, диафрагма также положительно влияет на эллиптичность второго пика: значение эллиптичности увеличивается, а напряженность ТГц поля не меняется (см. рис. 4.25 в). В то же время использование маски не дает таких существенных преимуществ, как использование диафрагмы (см. рис. 4.25 б,г). Однако сравнение зависимостей напряженности ТГц поля от пропускания диафрагмы и маски может дать понимание происхождения этих двух пиков. На рис. 4.25 в, г видно, что второй пик в основном генерируется центральной частью лазерного луча. Действительно, его эффективность не меняется при уменьшении пропускания диафрагмы (до 60%), а напряженность ТГц поля второго пика резко падает при уменьшении пропускания маски. Напротив, первый пик в основном формируется периферией лазерного луча (см. рис. 4.25, а, б для сравнения).

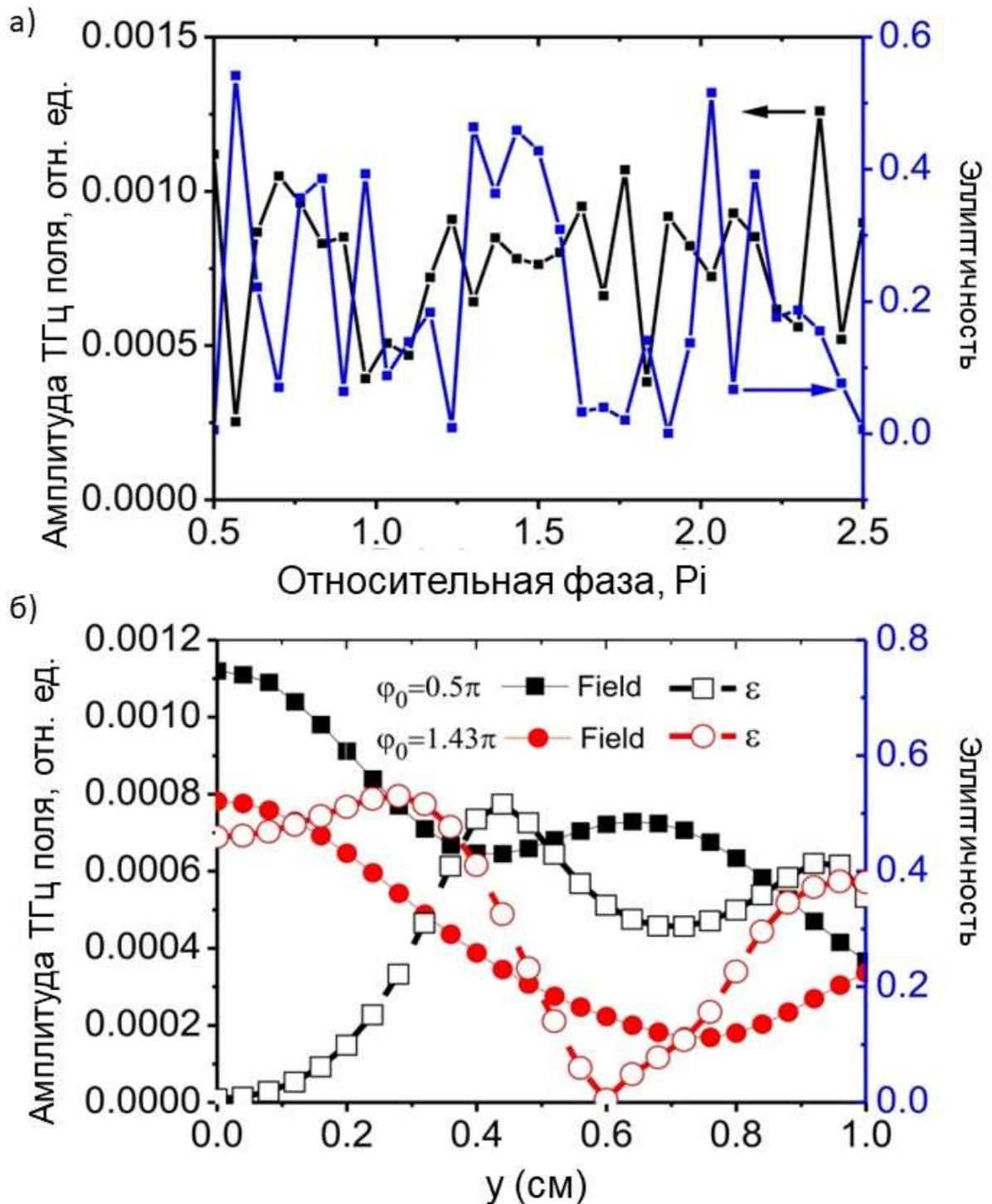


Рис. 4.23 (а) Напряженность ТГц поля (черная кривая) и эллиптичность (синяя кривая) как функции относительной фазы, (б) пространственное распределение напряженности ТГц поля (сплошные точки) и эллиптичности (пустые точки) для  $\nu = 29$  ТГц для  $l=0,5$  см и  $\sigma=0,1$  см при  $x_0=40$ . Расчеты проведены для разности фаз  $0.5\pi$  (черные кривые),  $1.43\pi$  (красные кривые)

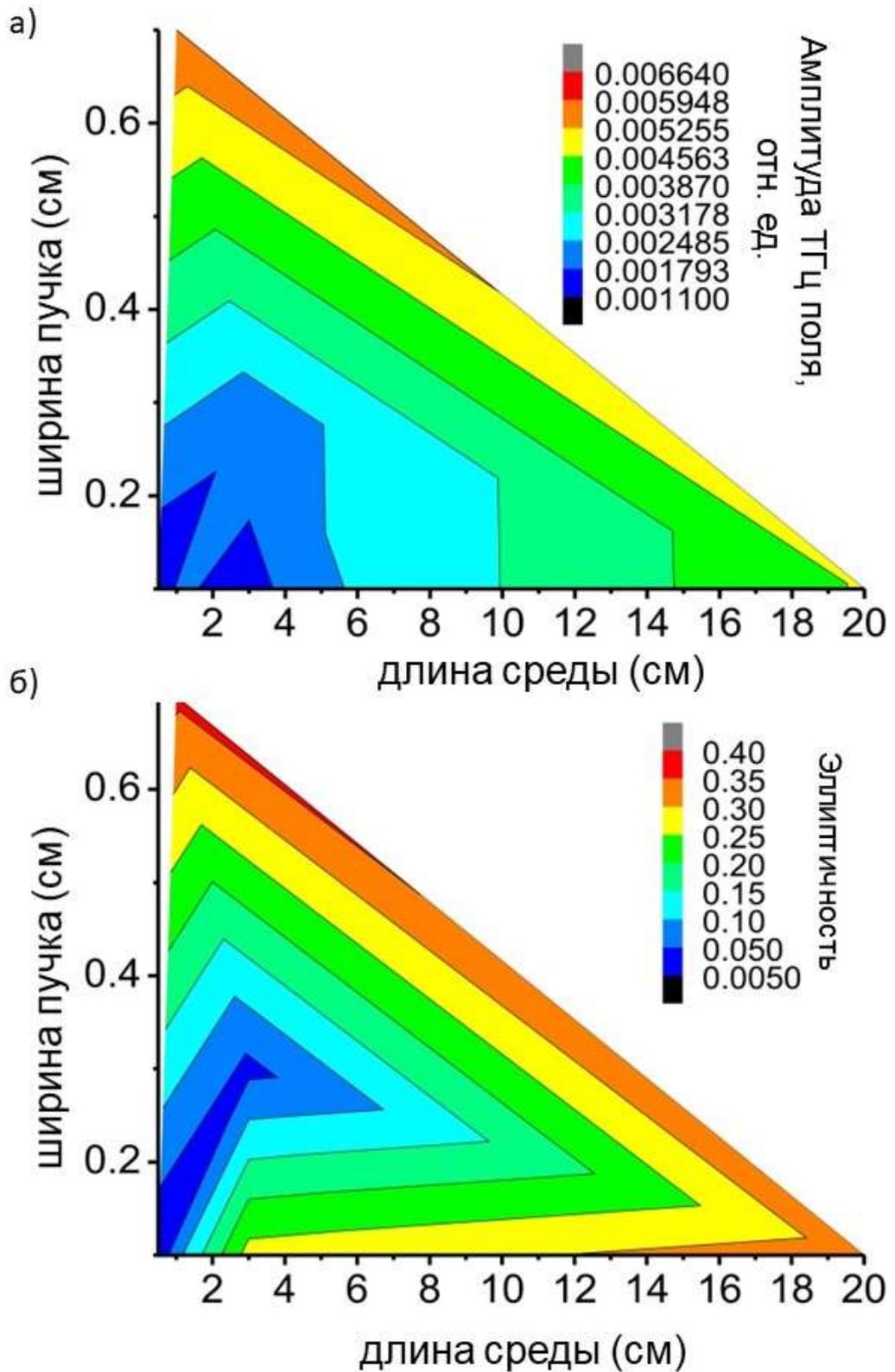


Рис. 4.24 Напряженности (а) и эллиптичности (б) ТГц поля, рассчитанные для различных ширин лазерного пучка ( $\sigma$ ) и длин газовой среды ( $l$ ). Расчет проводился для  $\nu=29$  ТГц

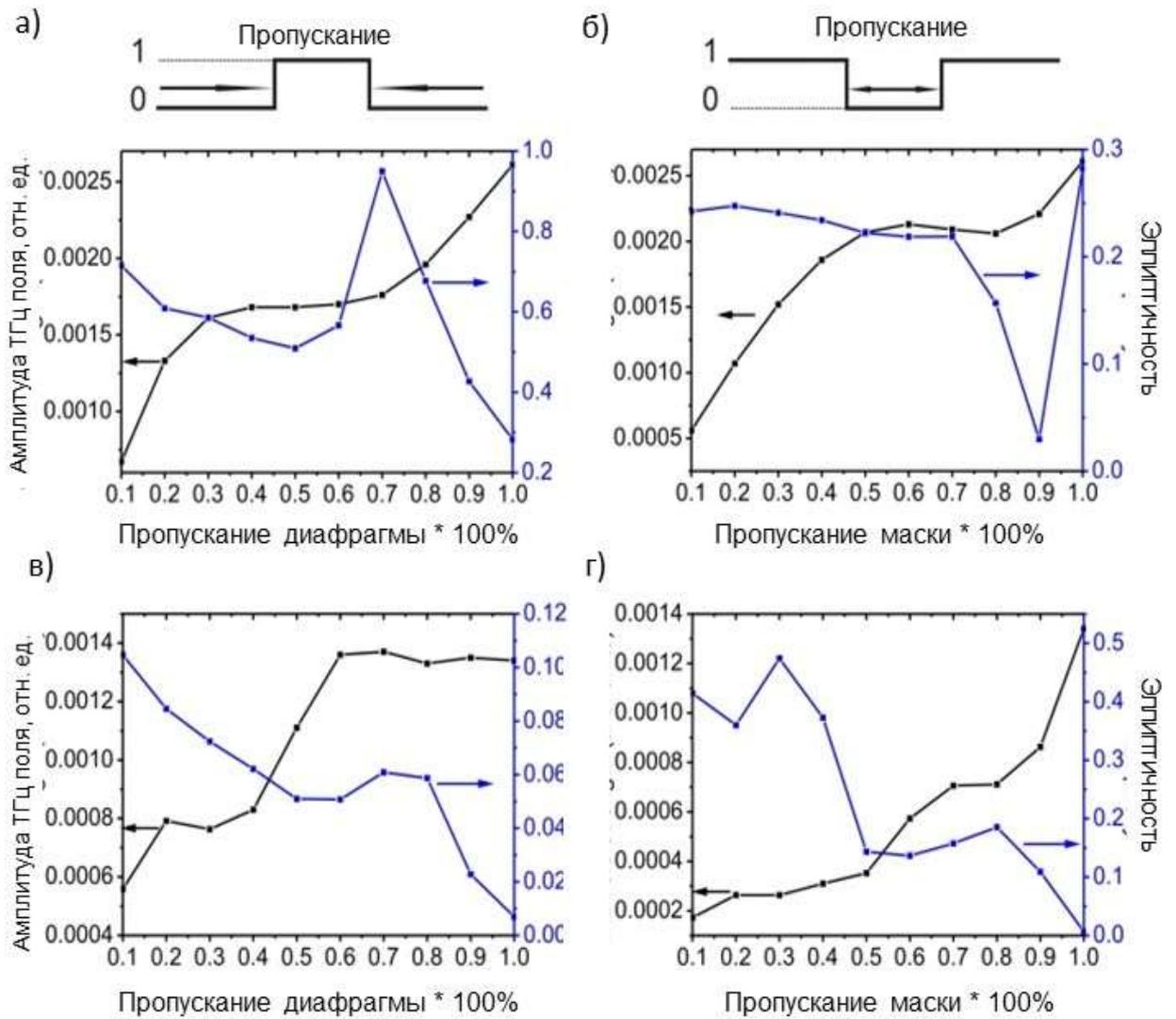


Рис. 4.25 Зависимость напряженностей ТГц поля (черные кривые) и эллиптичности (синие кривые), рассчитанные для первого (а, б) и второго пиков (в, г) углового спектра ТГц излучения от пропускания диафрагмы (а, в) и маски (б, г). Расчет проводился для  $\nu=29$  ТГц,  $l=6$  см и  $\sigma=0,1$  см при  $x_0=40$

#### §4.7 Основные результаты главы 4

В настоящей главе представлены результаты исследования длинноволновой части фотоэмиссионного спектра отклика одиночного атома и протяженных газовых сред на воздействие двухчастотных лазерных полей, образованных первой и второй гармониками лазерного источника. С помощью анализа матричных элементов продемонстрирована причина появления ТГц излучения в двухчастотных лазерных полях. Показано, что эффективными управляющими параметрами характеристик ТГц излучения (амплитуды поля, величины эллиптичности, формы спектра) являются угол между поляризациями линейно поляризованных компонент поля, формирующих двухчастотное лазерное поле, и временная задержка между импульсами двухчастотного поля. Вместе с тем, вариация этих параметров не меняет, но перераспределяет общую энергию лазерного поля во времени (за счет вариации временной задержки между импульсами), и в плоскости поляризации (за счет изменения угла между поляризациями компонент двухчастотного поля).

Исследован отклик протяженной газовой среды, взаимодействующей как с коллинеарно поляризованными двухчастотными лазерными полями, так и с двухчастотными лазерными полями, поляризации компонент которых образуют ненулевой угол. Показано, что в обоих случаях частотно-угловой спектр генерируемого ТГц излучения представляет собой последовательность вложенных конусов, причем в общем случае, присутствующих как в прямом, так и в обратном направлении. Учитывая то, что результаты, представленные в главе, были получены в доионизационном режиме взаимодействия, то есть, генерация ТГц излучения возникала на внутриатомных нелинейностях, а отклик среды рассчитывался в рамках интерференционной модели, полученные результаты позволяют предложить внутриатомный механизм генерации ТГц излучения, свободный от необходимости генерации свободных носителей заряда для генерации ТГц излучения.

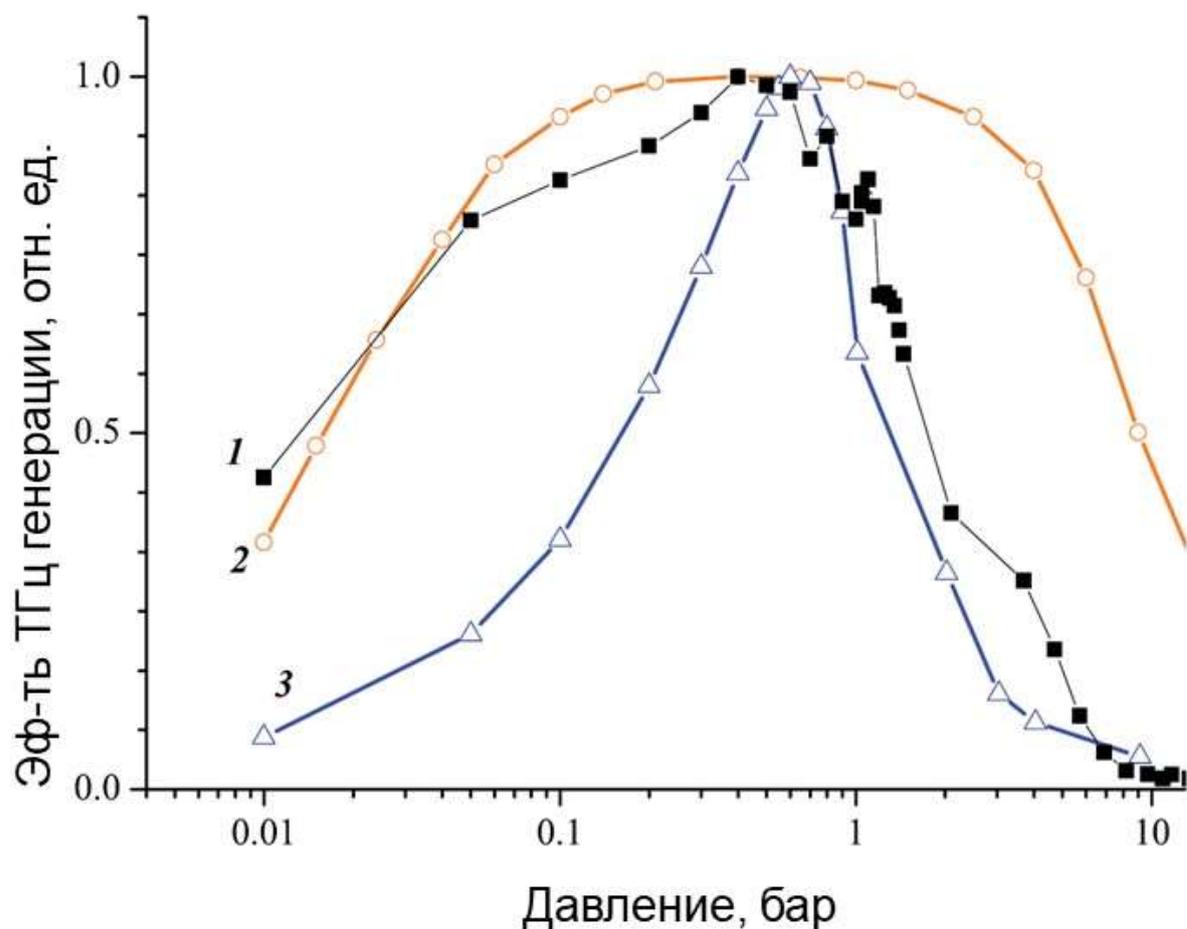


Рис. 4.26 Зависимость эффективности генерации ТГц излучения от давления: 1- эксперимент, выполненный в группе чл.-корр. РАН А.П. Шкуринова; 2- расчет с помощью модели фототока, 3 – расчет с помощью модели, которая применялась для получения результатов настоящей главы [А8]

Вместе с тем, предложенный подход дополняет модели, основанные на расчете динамики фототока [321, 327]. Действительно, сравнение этих двух подходов к описанию генерации ТГц излучения показал области наибольшего проявления того или иного «механизма» генерации ТГц излучения. Так, оба механизма были применены для объяснения эффективности генерации ТГц излучения при вариации давления в газовой кювете, заполненной углекислым газом [328]. На рис. 4.26 представлено сравнение рассчитанных с помощью модели фототока (линия 2), с помощью описанной в главе внутриатомной интерференционной модели (линия 3) и экспериментально измеренной в группе чл.-корр. РАН А.П. Шкуринова зависимости эффективности генерации ТГц излучения от давления в кювете (линия 1). Видно, что в области малых давлений, экспериментальная зависимость лучше описывается с помощью

модели фототока, в то время, как в области высоких значений давлений, основным механизмом генерации ТГц излучения, по-видимому, являются внутриатомные нелинейности среды.

Учет вкладов квазиуровней непрерывного спектра атома при расчете тока атомного отклика одиночных атомов, формирующих среду, позволит объединить эти два механизма генерации ТГц излучения. Таким образом, развитый способ описания генерации ТГц излучения протяженными газовыми средами, который основан на учете влияния нелинейности отклика одиночного атома и интерференции вкладов одиночных атомов при расчете отклика среды, является наиболее общим подходом к описанию указанного явления. Еще раз подчеркнем, что использование интерференционной модели не предполагает знания априорной информации о конкретных условиях фазового синхронизма (векторного равенства волновых векторов взаимодействующих и генерируемых полей), он получается автоматически при расчете интерференции откликов ансамбля атомов. Причем, поскольку отклик одиночных атомов рассчитывается с учетом нелинейностей произвольного порядка, при генерации излучения заданной частоты учитываются все возможные «каналы» генерации, что естественным образом сказывается на виде частотно-угловых спектров отклика среды.

## **Глава V Генерация когерентного излучения, обладающего трехмерным распределением поляризации в пространстве**

Настоящая глава посвящена обсуждению генерации когерентного излучения с поляризацией, распределенной в трехмерном пространстве, т.е. вектор поляризации генерируемого излучения имеет три ненулевые проекции на перпендикулярные оси. Последнее означает, что наряду с поперечной поляризацией, генерируемое излучение обладает продольной, т.е. направленной вдоль направления распространения лазерного поля компонентой. Продольная компонента присутствует как ближней к источнику зоне, так и в дальней зоне. Исследовано влияние вариации углов (углов Эйлера), связывающих два конфигурационных пространства, одно из которых ассоциировано с лазерным полем, а второе – с направлением углового момента атома, на распределение поляризации генерируемого излучения. Определены области вариации углов Эйлера, при которых продольная компонента может по порядку величины быть соизмерной с другими проекциями вектора поляризации генерируемого электромагнитного излучения. Обсуждено одно из возможных применений когерентного излучения, обладающего таким сложным распределением поляризации в пространстве. Им является метод нелинейного лазерного возбуждения низколежащего изомерного состояния атома тория. Приведены результаты численного расчета характеристик резонансной для внутриядерного перехода пятой гармоники  $Ti:Sa$  лазера. Показано, что поле, наведенное валентным электроном в точке нахождения родительского ядра атома тория может достигать околоатомных значений, оно существенно больше любых других источников, работающих в данном спектральном диапазоне.

## §5.1 Углы Эйлера как дополнительный управляющий параметр характеристиками отклика одиночного атома

Результаты, представленные в предыдущих главах, были получены в предположении, что направление углового момента атома и направление поляризации хотя бы одной из компонент многочастотного лазерного поля совпадают. В этом случае, поляризация генерируемого излучения в общем случае распределена в плоскости, перпендикулярной направлению распространения многокомпонентного лазерного поля. Вместе с тем, развитый теоретический подход, основные положения которого представлены в главе II, позволяет исследовать отклик одиночного атома, когда направление углового момента атома и направление поляризации многокомпонентного лазерного поля не совпадают. Последнее приводит к более сложному распределению траектории вектора поляризации в пространстве. В результате чего, результирующее поле перестает быть поперечным.

Повторим некоторые утверждения, сделанные при объяснении природы эллиптически поляризованных гармоник в ортогональных двухчастотных лазерных полях (см. п. 3.2.3).

Обратимся к случаю атома, основным состоянием которого является состояние с угловым моментом равным единице ( $l_0 = 1$ ), например, атом неона основным состоянием которого является  $2p$  состояние. В рамках одноуровневого приближения для матричных элементов (2.50) удобно использовать следующие обозначения:  $\langle n_0 l_0 m_1 | \vec{j} | n_0 l_0 m_2 \rangle = \langle m_1 | \vec{j} | m_2 \rangle$ . Тогда компоненты тока, по которым производится суммирование в (2.49), можно представить в виде следующей матрицы

$$\begin{pmatrix} \langle 1 | \vec{j} | 1 \rangle & \langle 1 | \vec{j} | 0 \rangle & \langle 1 | \vec{j} | -1 \rangle \\ \langle 0 | \vec{j} | 1 \rangle & \langle 0 | \vec{j} | 0 \rangle & \langle 0 | \vec{j} | -1 \rangle \\ \langle -1 | \vec{j} | 1 \rangle & \langle -1 | \vec{j} | 0 \rangle & \langle -1 | \vec{j} | -1 \rangle \end{pmatrix}. \quad (5.1)$$

В случае неполяризованного состояния атома, когда все состояния с различными  $m$  одинаково заселены, атомный ток определяется суммой всех элементов матрицы (5.1).

Ранее мы указывали следующие свойства атомного тока, определяющегося различными комбинациями элементов матрицы (5.1) (см. п. 3.2.3):

- направление атомного тока, определяющегося суммой диагональных элементов матрицы (5.1), совпадает с направлением вектора поляризации воздействующего лазерного поля и поэтому поляризация генерируемых гармоник совпадает в этом случае с поляризацией воздействующего поля. Такой тип поляризационной зависимости наблюдается в случае отклика атома, находящегося в сферически симметричном  $s$  состоянии. Отметим, что это общее свойство диагональных матричных элементов атомного тока при произвольной величине углового момента состояния в случае, когда подуровни тонкой структуры с различными  $m$  населены равномерно;
- сумма матричных элементов с  $\Delta m = \pm 1$  равна нулю, несмотря на то, что отличны от нуля не только каждое из слагаемых этой суммы, но и ток, отвечающий переходам с  $\Delta m = 1$  и  $\Delta m = -1$ . Обращение в ноль суммарного атомного тока, связанного с  $\Delta m = \pm 1$ , обусловлено симметрией задачи и любое нарушение симметрии дополнительными внешними полями приведет к появлению тока отклика с поляризационной зависимостью отличной от поляризации воздействующего лазерного поля;
- матричные элементы с  $\Delta m = \pm 2$  дают вклад, поляризационная зависимость которого всегда отлична от поляризационной зависимости воздействующего лазерного поля.

Дополнительные важные сведения дает явный вид матричных элементов тока (2.50). Не рассчитывая радиальных частей, остановимся на анализе угловых зависимостей.

Пусть единичный вектор поляризации лазерного поля может быть представлен в следующем виде:

$$\vec{e}(t) = \frac{\vec{A}(t)}{A(t)} = (\vec{n}_1 \cos \varphi + \vec{n}_2 \sin \varphi) \sin \theta + \vec{n}_3 \cos \theta,$$

где  $\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_3$  - единичные орты связанные с направлением углового момента атома, причем  $\vec{n}_3 \parallel \langle \vec{l} \rangle$ , углы  $\theta$  и  $\varphi$  определяют ориентацию направления вектора поляризации лазерного поля. Рассмотрим два частных случая. Первый случай, когда направления углового момента атома и вектора напряженности поля лазерной волны совпадают (поляризация лазерного поля направлена вдоль оси  $z$ ,  $\theta = 0$ ), представлен в Таблице 5.1. В случае, когда  $\theta = 0$ , то, во-первых, диагональные матричные элементы атомного тока коллинеарны указанным векторам; во-вторых, направление матричных элементов тока с  $\Delta m = \pm 1$  лежит в плоскости перпендикулярной им; и, в-третьих, матричные элементы с  $\Delta m = \pm 2$  обращаются в ноль. Второй частный случай, когда угловой момент атома (и связанная с ним ось  $z$  конфигурационного пространства атома) и направление вектора поляризации лазерного поля взаимно перпендикулярны  $\theta = \pi/2$  (см. Таблицу 5.2).

Таблица 5.1. Явный вид матричных элементов тока (2.50), рассчитанных при  $\theta = 0$ .

	$m = 1$	$m = 0$	$m = -1$
$m = 1$	$\vec{j}_{11} \propto \vec{n}_3$	$\vec{j}_{10} \propto (\vec{n}_1 - i\vec{n}_2)$	$\vec{j}_{1-1} = 0$
$m = 0$	$\vec{j}_{01} \propto (\vec{n}_1 + i\vec{n}_2)$	$\vec{j}_{00} \propto \vec{n}_3$	$\vec{j}_{0-1} \propto (\vec{n}_1 - i\vec{n}_2)$
$m = -1$	$\vec{j}_{-11} = 0$	$\vec{j}_{-10} \propto (\vec{n}_1 + i\vec{n}_2)$	$\vec{j}_{-1-1} \propto \vec{n}_3$

В Таблице 5.2  $f_{1,2}(a)$  и  $g_{1,2}(a)$  - функции профиля лазерного импульса  $A(t)$  (2.63), которые для водородоподобного спектра состояний атома рассчитываются в аналитическом виде. Таким образом, при  $\theta = \pi/2$  диагональные матричные элементы тока коллинеарны вектору напряженности лазерного поля, а направление матричных элементов атомного тока с  $\Delta m = \pm 1$  совпадает с направлением углового момента атома и, следовательно, перпендикулярно направлению поляризации лазерного поля. Матричные элементы с  $\Delta m = \pm 2$  в этом случае отличны от нуля.

Как видно в обоих случаях  $\theta=0$  и  $\theta=\pi/2$  (Таблицы 5.1 и 5.2) матричные элементы атомного тока с  $\Delta m = \pm 1$  соответствуют продольным компонентам атомного тока, направление которых перпендикулярно направлению вектора поляризации падающей на атом электромагнитной волны.

Таблица 5.2. Явный вид матричных элементов тока (2.50), рассчитанных при  $\theta = \pi/2$ .

	$m = 1$	$m = 0$	$m = -1$
$m=1$	$\vec{j}_{11} \propto (\vec{n}_1 \cos \varphi + \vec{n}_2 \sin \varphi)$	$\vec{j}_{10} \propto \vec{n}_3$	$\vec{j}_{1-1} =$ $f_1(a)(\vec{n}_1 + i\vec{n}_2)\exp(-3i\varphi) +$ $+ f_2(a)(\vec{n}_1 - i\vec{n}_2)\exp(-i\varphi)$
$m=0$	$\vec{j}_{01} \propto \vec{n}_3$	$\vec{j}_{00} \propto (\vec{n}_1 \cos \varphi$ $+ \vec{n}_2 \sin \varphi)$	$\vec{j}_{0-1} \propto \vec{n}_3$
$m=-1$	$\vec{j}_{-11} = g_1(a)(\vec{n}_1 - i\vec{n}_2) \cdot$ $\cdot \exp(3i\varphi) +$ $+ g_2(a)(\vec{n}_1 + i\vec{n}_2)\exp(i\varphi)$	$\vec{j}_{-10} \propto \vec{n}_3$	$\vec{j}_{-1-1} \propto (\vec{n}_1 \cos \varphi + \vec{n}_2 \sin \varphi)$

Проведенный в предыдущем разделе анализ показал, что в двух частных случаях, когда в конфигурационном пространстве атома направление напряженности внешнего поля определяется углами  $\theta=0$  и  $\theta=\pi/2$  матричные элементы тока с  $\Delta m=\pm 1$  соответствуют продольным компонентам атомного тока, направление которых перпендикулярно направлению вектора поляризации падающей на атом электромагнитной волны. В указанных двух случаях направления углового момента атома и напряженности поля либо параллельны, либо ортогональны. Представляет интерес исследование свойств атомного тока в произвольном случае, когда ориентация осей лабораторной системы координат, связанной с направлением распространения и вектором поляризации поля падающей волны, и конфигурационного пространства атома, связанного с угловым моментом атома, являются произвольными.

Обратимся к анализу задачи о взаимодействии атома  $Ne$  с двухчастотным лазерным полем, образованным линейно поляризованными первой и второй

гармониками  $Ti:Sa$  лазера, направления поляризации которых ортогональны друг другу ( $\theta_0 = \pi/2$ ). При проведении численного моделирования удобно использовать две системы декартовых координат: лабораторную, ось  $z$  которой совпадает с направлением волновых векторов коллинеарно распространяющихся волн, ось  $x$  направлена вдоль направления вектора поляризации волны на частоте  $\omega_0$ , а ось  $y$  - вдоль вектора поляризации волны на частоте  $2\omega_0$ ; вторая система координат связана с осями конфигурационного пространства атома: ось  $z'$  этой системы совпадает с направлением вектора  $\langle \vec{l} \rangle$  - квантово-механического среднего углового момента атома. Взаимная ориентация указанных двух систем координат определяется углами Эйлера  $(\theta_e, \psi_e, \varphi_e)$  (см.рис.5.1).

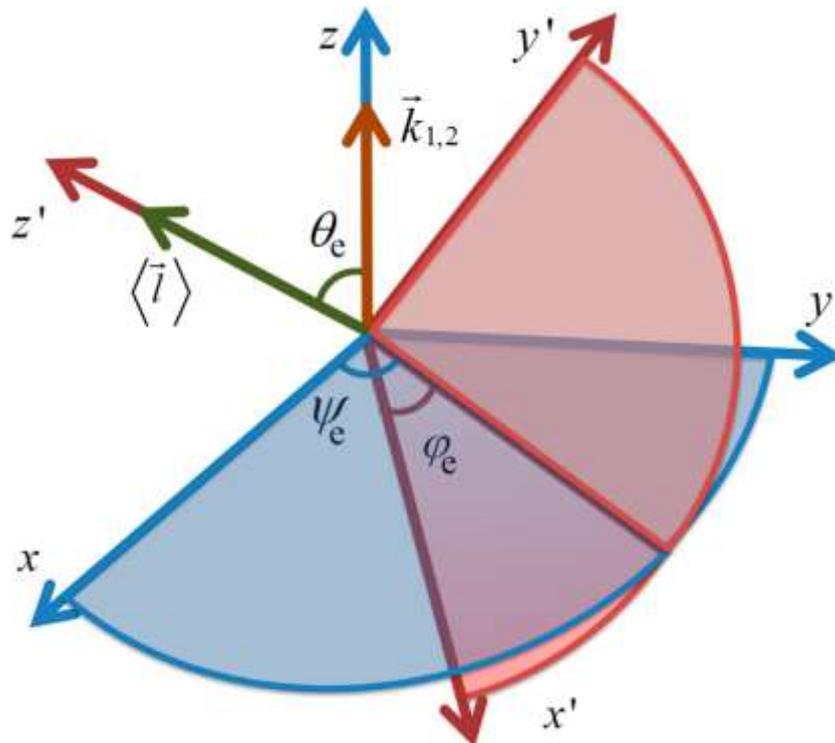


Рис.5.1. Взаимная ориентация осей лабораторной системы координат  $(x, y, z)$  и осей конфигурационного пространства атома  $(x', y', z')$ : направление оси  $z$  совпадает с направлением волнового вектора воздействующего лазерного поля  $\vec{k}$ , а направление оси  $z'$  совпадает с направлением квантово-механического среднего углового момента атома  $\langle \vec{l} \rangle$

В одноуровневом приближении система уравнений (2.19-2.20) состоит из трех уравнений, поскольку  $m = -1, 0, +1$ . Однако мы исследуем сначала временную зависимость вектора атомного тока, обусловленную динамикой матричных элементов  $\langle m_1 | \vec{j} | m_2 \rangle$ , т.е. полагая, что все подуровни одинаково населены в течение всего процесса взаимодействия атома с лазерным импульсом. В этом случае спектр поля отклика атома совпадает со спектром атомного тока (2.50), являющегося суммой всех матричных элементов матрицы (5.1). Как мы отмечали выше, атомный ток в базисе водородоподобных функций рассчитывается аналитически.

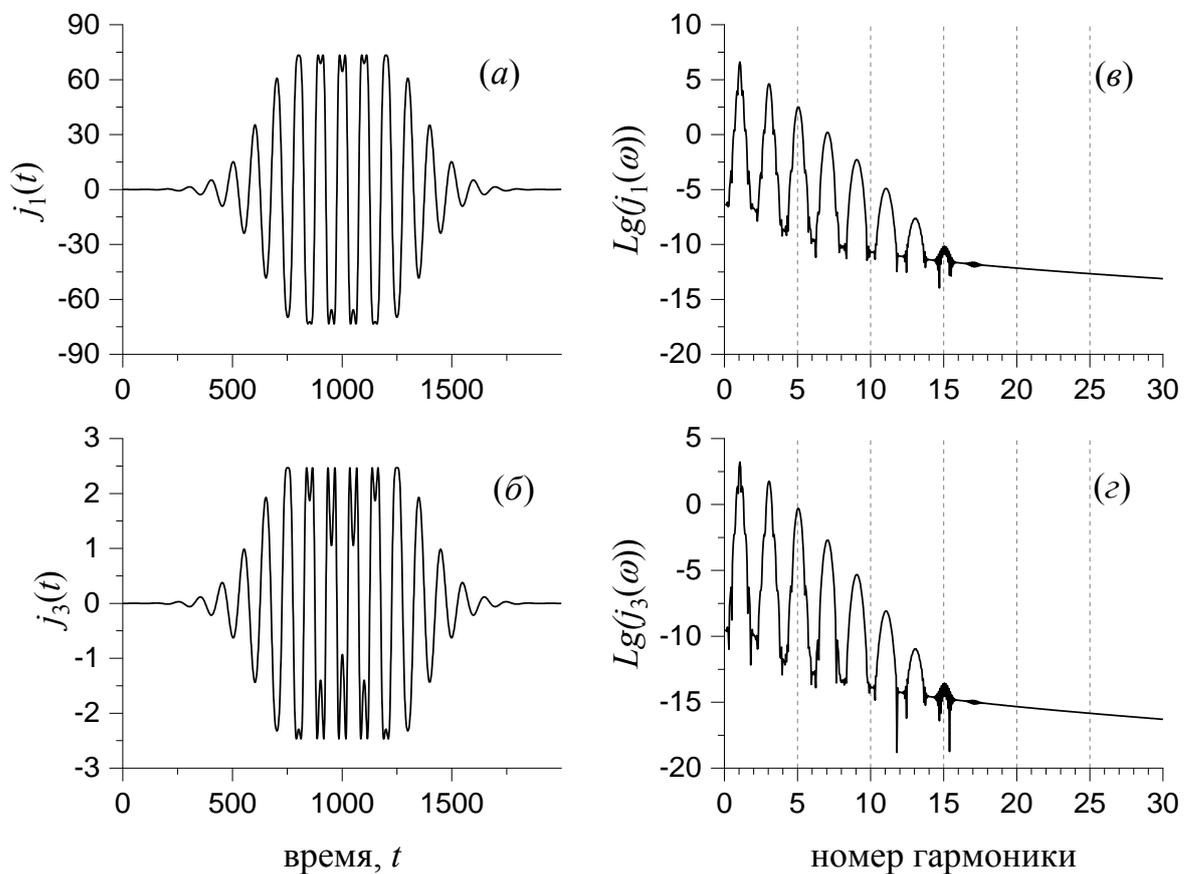


Рис.5.2. Временная динамика компонент атомного тока: *a)* поперечный ток  $\dot{J}_1$ ; *b)* продольный ток  $\dot{J}_3$ , спектры поперечного (*в*) и продольного (*г*) токов. Расчет проведен для атома  $Ne$ , взаимодействующего с одночастотной лазерным полем, образованной фундаментальной гармоникой  $Ti:Sa$  лазера, при  $\mu_0 = 0.3$ . Направление углового момента атома  $\langle \vec{l} \rangle$  относительно конфигурационного пространства, связанного с лазерным полем, определяется значениями углов Эйлера ( $\theta_e = \pi/4, \psi_e = \pi/4, \varphi_e = 0$ )

На рис.5.2 показаны в сравнении поперечная и продольная компоненты атомного тока и их спектры, возникающие в лазерном поле с амплитудой  $\mu_0 = 0.3$ . Углы Эйлера были равны  $\theta_e = \pi/4, \psi_e = \pi/4, \varphi_e = 0$ . Как видно, спектры излучения обеих компонент близки (см. рис.5.2 в, з).

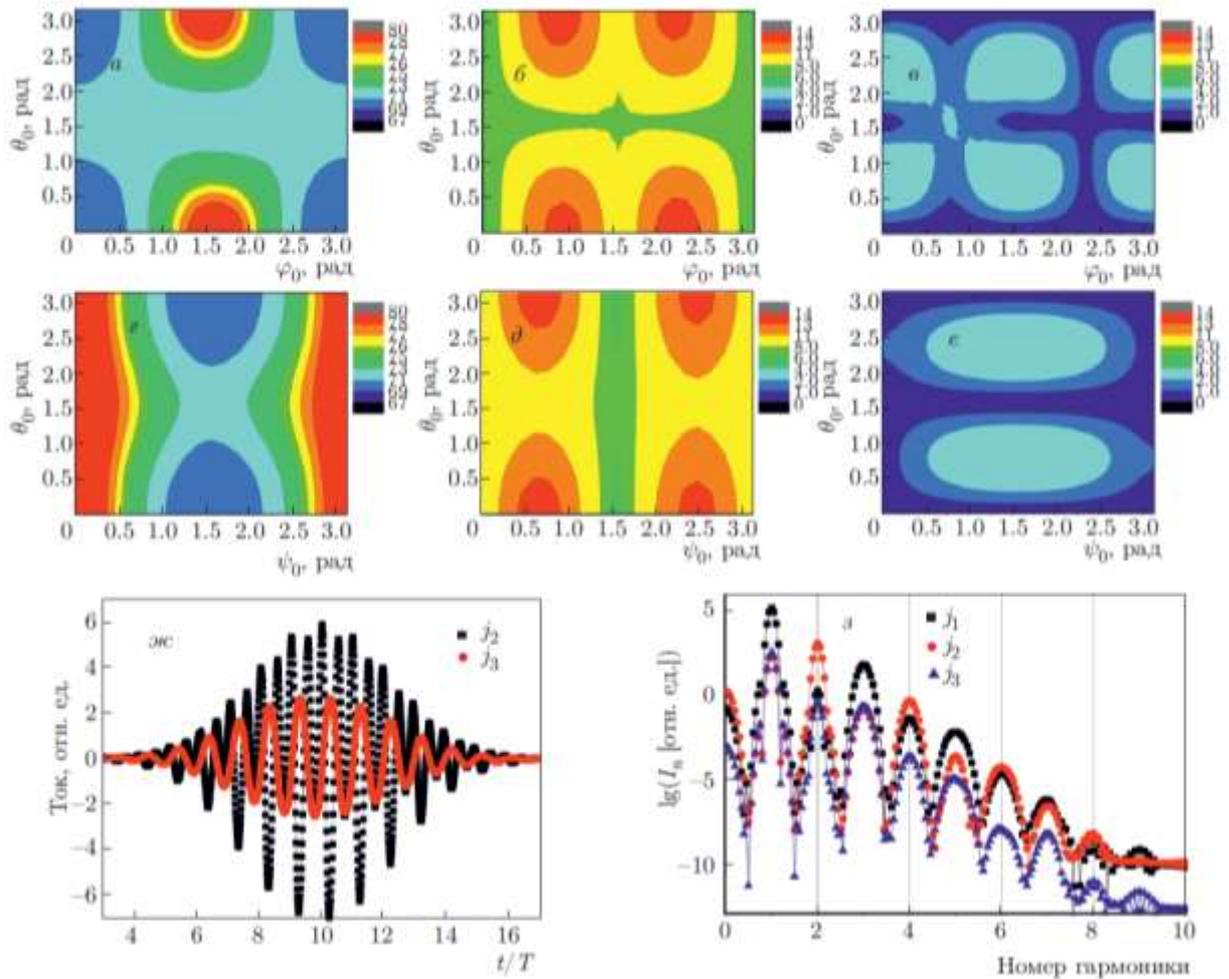


Рис.5.3. Проекция атомного тока  $\dot{J}_1$  (а),  $\dot{J}_2$  (б),  $\dot{J}_3$  (в) как функции  $\theta_e, \varphi_e$  для значения  $\psi_e = \pi/2$ ,  $\dot{J}_1$  (г),  $\dot{J}_2$  (д),  $\dot{J}_3$  (е) как функции  $\theta_e, \psi_e$  для значения  $\varphi_e = 0$ , динамика токов  $\dot{J}_2$  и  $\dot{J}_3$  (ж), спектр проекция атомного тока (з), рассчитанные для случая  $\psi_e = 0.6\pi, \theta_e = 0.3\pi, \varphi_e = 0$ . Параметры двухчастотного поля заданы следующим образом  $\mu_{01} = 0.1, \mu_{02} = 0.01, \Delta t = 0.62$

Зависимость поперечных ( $\dot{J}_1$  и  $\dot{J}_2$ ) и продольной ( $\dot{J}_3$ ) компонент атомного тока от углов Эйлера  $(\theta_e, \varphi_e)$  при фиксированном  $\psi_e = \pi/2$  представлена на рис. 5.3 а,б,в, от углов Эйлера  $(\theta_e, \psi_e)$  при фиксированном

$\varphi_e = 0$  для двухчастотного поля  $\omega_0$  и  $2\omega_0$  (2.62) показана на рис. 5.3 *г, д, е*. Отметим, что цветовая шкала на рис. 5.3 *б, в, д, е* одина для представленных на них компонент. Из рисунков наглядно видно, что продольная проекция атомного тока достигает максимума в следующей области углов:  $\theta_e$  вблизи  $\pi/4$  и  $3\pi/4$ ,  $\psi_e$  вблизи  $\pi/2$  (рис.5.3 *в*). В указанной области углов Эйлера поперечные компоненты атомного тока  $j_1$  и  $j_2$  достигают минимума (рис.5.3 *а, б*). Несложно видеть, что в полном соответствии с вышеприведенным анализом продольная компонента атомного тока стремится к нулю в области углов  $\theta_e$  равных  $0^\circ$  и  $90^\circ$ .

Временная эволюция поперечной  $j_2$  и продольной  $j_3$  компонент атомного тока, рассчитанная для случая двухчастотного поля  $\mu_{01}=0.1$ ,  $\mu_{02}=0.01$  и углов Эйлера  $\psi_e=0.6\pi$ ,  $\theta_e=0.3\pi$ , показана на рис.5.3*ж*. При проведении расчетов мы полагали, что импульсы на основной частоте и частоте второй гармоники задержаны друг относительно друга на время задержки  $\Delta t=0.62$  fs. Сравнивая рис.5.2 и рис.5.3 несложно видеть, что в двухчастотном поле амплитуды продольного и поперечного тока гораздо ближе друг к другу, чем в одночастотном случае, несмотря на то, что амплитуда поля второй гармоники на порядок меньше амплитуды поля на основной частоте. На рис.5.3*з* показаны спектры всех трех компонент атомного тока. Как видно, спектр всех трех компонент атомного тока включает как нечетные, так и четные гармоники, в том числе, ТГц отклик.

Перейдем к анализу зависимости спектров генерации от углов Эйлера. На рис.5.4*а* представлены компоненты спектра гармоник высокого порядка в случае, когда углы Эйлера имеют следующие значения  $\theta_e = \pi/6$ ,  $\psi_e = 0$ ,  $\varphi_e = 0$ , т.е. ось  $z'$  лежит в плоскости  $(y, z)$  и наклонена под углом  $30^\circ$  к оси  $z$ . Красная кривая 1 соответствует проекции поля гармоник на ось  $x$ , вдоль которой направлен вектор поляризации лазерного поля на основной частоте ( $\omega_0$ ). Как видно, поляризацию вдоль оси  $x$  имеют гармоники на нечетной частоте

$\omega_0(2n+1)$ , где  $n$  – целое число. Поляризацию вдоль оси  $y$  (зеленая кривая 2) имеют гармоники на четной частоте  $2\omega_0 n$ . Черная кривая 3 представляет спектр гармоник продольного поля, поляризованных вдоль оси  $z$ , совпадающей с направлением волнового вектора падающего двухчастотного поля. Напомним, что угловой момент атома  $\langle \vec{l} \rangle$  направлен вдоль оси  $z'$ , а, следовательно, в рассматриваемом случае лежит в плоскости  $(y, z)$ . Таким образом, мы видим, что продольный атомный ток индуцируется в плоскости волновых векторов падающих волн  $\vec{k}_\omega \parallel \vec{k}_{2\omega}$  и вектора  $\langle \vec{l} \rangle$ , поскольку в этой плоскости лежит лишь вектор поляризации второй гармоники, а вектор поляризации излучения на основной частоте перпендикулярен к этой плоскости, то спектр продольного тока содержит лишь четные гармоники. Как видно из рис. 5.4 а величина гармоник продольного поля ниже величины компонент генерируемых поперечными полями. Однако необходимо иметь в виду, что соотношение вкладов различно поляризованных компонент в амплитуду суммарного поля на детекторе зависит от направления волнового вектора излучаемой гармоники  $\vec{n} = \vec{k}/k$ .

За формирование продольного тока ответственны матричные элементы следующего вида  $\langle m | \vec{j} | m \pm 1 \rangle$ . Сумма диагональных матричных элементов определяет амплитуду гармоник, поляризованных вдоль направления поляризации поля падающей волны. Для того, чтобы оценить вклад в амплитуду поперечных компонент поля излучения матричных элементов тока вида  $\langle m | \vec{j} | m \pm 2 \rangle$  на рис. 5.4 б, в представлены в сравнении спектры, рассчитываемые при суммировании всех элементов матрицы (5.1) (толстые линии) и лишь диагональных (тонкие линии). На рис. 5.4 б представлена проекция спектра отклика на ось  $x$ , а рис. 5.4 в показывает спектр поля отклика на ось  $y$ . Как видно, в области гармоник с  $n > 10$  расчеты, основанные на учете

лишь диагональных элементов, существенно снижают значения амплитуды генерируемых гармоник.

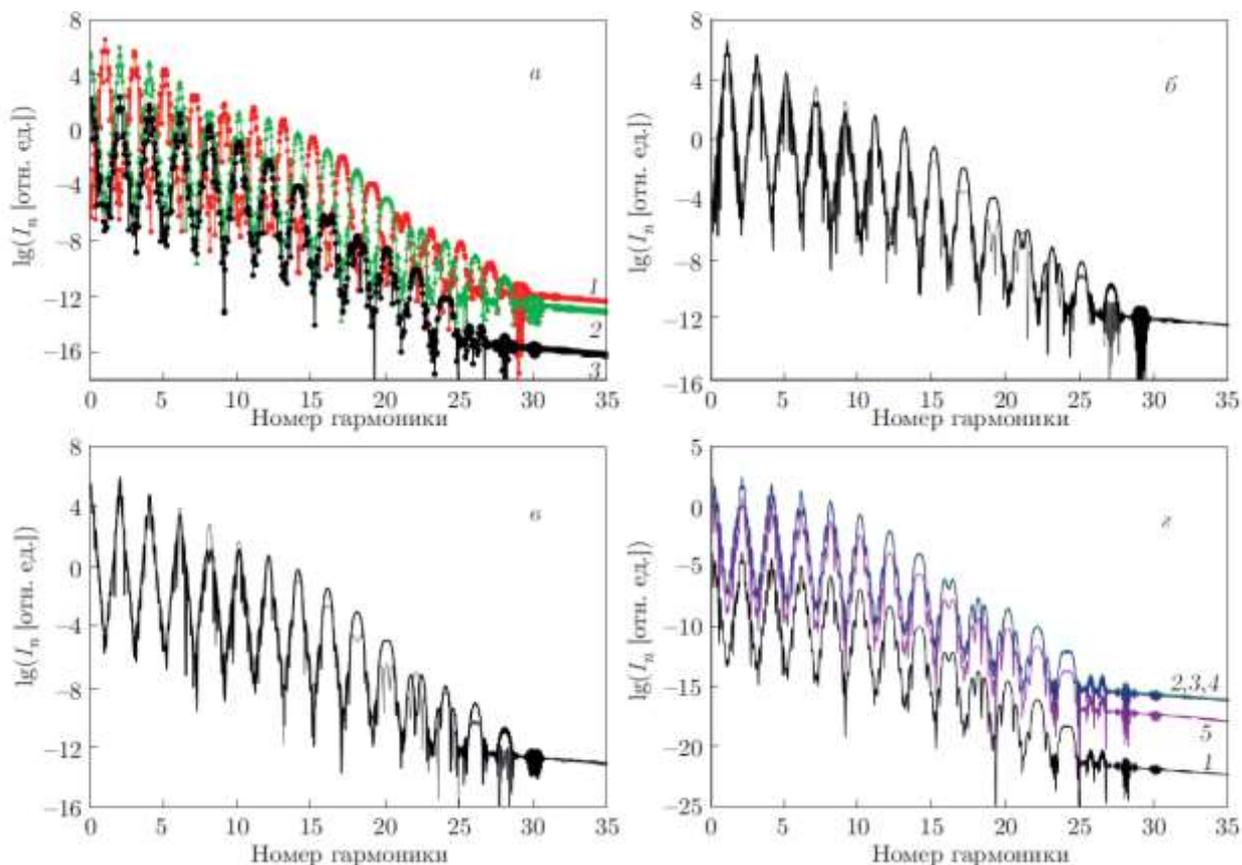


Рис.5.4. Компоненты спектра атомного отклика  $\dot{J}_1$  (кривая 1),  $\dot{J}_2$  (кривая 2) и  $\dot{J}_3$  (кривая 3), рассчитанные для в случае  $\theta_e = \pi/6, \psi_e = 0, \varphi_e = 0$  (а). Компоненты  $\dot{J}_1$  (б) и  $\dot{J}_2$  (в) спектра атомного отклика при суммировании по всем компонентам матрицы (5.1) (толстые линии) и при учете только диагональных элементов матрицы (тонкие линии). (г) Спектр продольного тока при  $\psi_e = 0, \varphi_e = 0$  и  $\theta_e = 0$  (1),  $\pi/6$  (2),  $\pi/4$  (3),  $\pi/3$  (4),  $17\pi/36$  (5)

На рис. 5.4г показаны в сравнении спектры продольного тока для случая  $\psi_e = 0, \varphi_e = 0$  и  $\theta_e = 0$  (1),  $\pi/6$  (2),  $\pi/4$  (3),  $\pi/3$  (4),  $17\pi/36$  (5). Видно, что амплитуда продольного тока не зависит от угла  $\theta_e$  во всей области углов за исключением углов  $\theta_e = 0^\circ$  и  $90^\circ$ , при приближении к которым амплитуда продольного тока существенно падает.

На рис.5.5 показаны спектры излучения в случае  $\theta_e = \pi/4$  и  $\psi_e = 0$  (а),  $\pi/6$  (б),  $\pi/3$  (в),  $\pi/2$  (г). Несложно видеть, что если в плоскости  $\vec{k}_\omega \parallel \vec{k}_{2\omega}$  и вектора

$\langle \vec{l} \rangle$  лежит ось  $y$ , то продольная волна содержит четные гармоники (рис. 5.5а).

Если же в этой плоскости лежит ось  $x$ , то спектр продольного тока состоит из нечетных гармоник. При  $0 < \psi_e < \pi/2$  спектр продольного тока содержит как четные, так и нечетные гармоники. От величины угла  $\psi_e$  зависит не только спектр продольного тока, но и спектр поперечных компонент. Действительно, как видно из рисунка, при  $\psi_e = 0$  и  $\psi_e = \pi/2$  спектр проекции атомного тока на ось  $x$  состоит из нечетных гармоник, а на ось  $y$  – из четных. В случае  $0 < \psi_e < \pi/2$  спектры обеих компонент атомного тока содержат как четные, так и нечетные гармоники. Как видно из рис. 5.5 в, амплитуды проекций гармоник на оси  $x$  и  $y$  в широком диапазоне номеров гармоник ( $n > 8$ ) близки друг к другу. Это означает, что создаются условия для генерации циркулярно поляризованных гармоник.

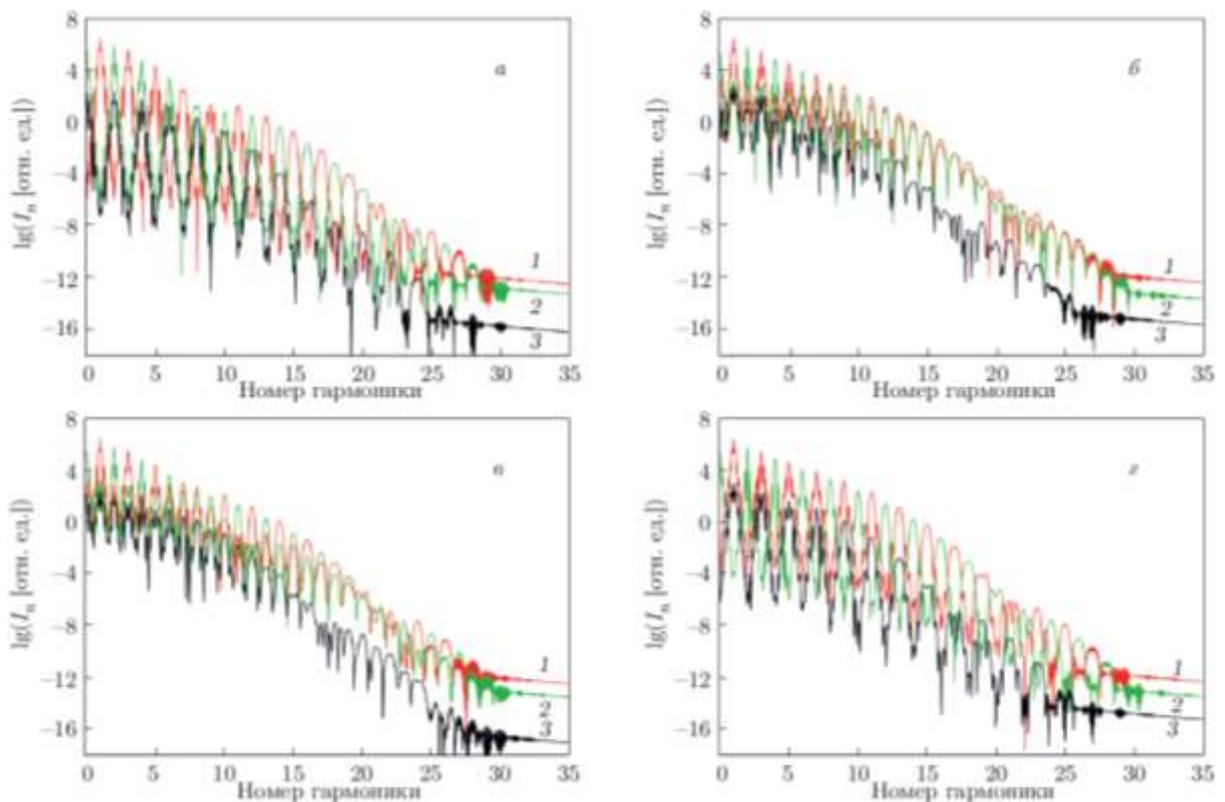


Рис.5.5. Зависимости спектров компонент атомного тока от углов Эйлера. Компоненты спектра атомного отклика  $J_1$  (1),  $J_2$  (2) и  $J_3$  (3) в случае  $\theta_e = \pi/4$  и  $\psi_e = 0$  (а),  $\pi/6$  (б),  $\pi/3$  (в),  $\pi/2$  (г). Здесь  $I_n$  — амплитуда гармоники

На рис. 5.6 показаны в сравнении спектры излучения в случае  $\theta_e = \pi/4, \psi_e = \pi/3$  при ортогональной поляризации полей и двух значений  $\Delta t$  равных  $\omega_0 \Delta t = 0$  (а) и 0.2 (б). На рис. 5.6 в, з показаны значения эллиптичности гармоник, соответствующие случаям, представленных на рис. 5.6 а,б (расчет эллиптичности проводился для излучения, находящегося в плоскости поляризации лазерного поля). Как видно из рисунков, введение временной задержки приводит к кардинальному изменению состояния поляризации гармоник, превращая его из суперпозиции линейно поляризованных в эллиптически поляризованные гармоники.

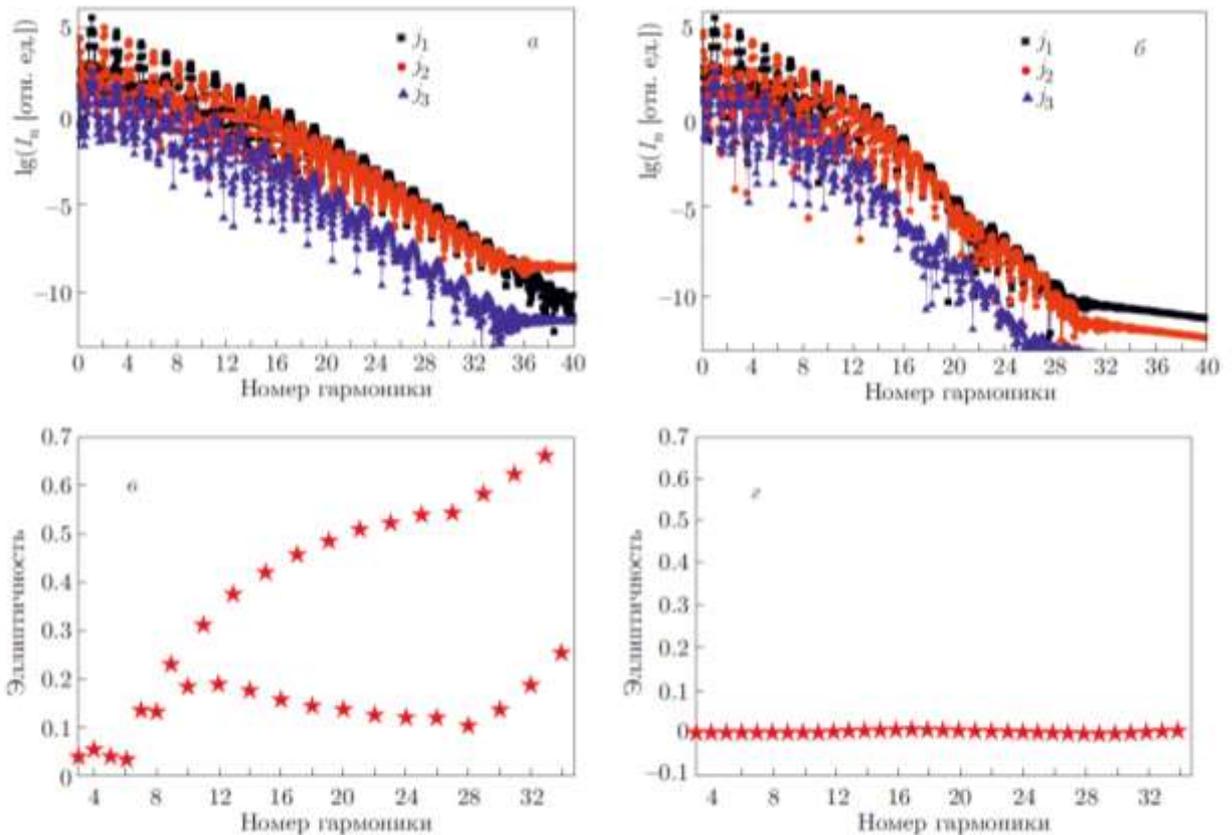


Рис. 5.6. Спектры излучения в случае  $\theta_e = \pi/4, \psi_e = \pi/3$  и двух значений  $\Delta t$  равных  $\omega_0 \Delta t = 0.2$  (а) и 0 (б). (в,з) эллиптичности гармоник, соответствующие случаям (а, б). Здесь  $I_n$  — амплитуда гармоники

Результаты, представленные на рис. 5.4-5.6 получены при следующих параметрах двухчастотного лазерного поля, образованного первой и второй гармониками Ti:Sa лазера  $\mu_{01} = 0.1, \mu_{02} = 0.1, \tau_1 = \tau_2 = 30 \text{ фс}$ .

На рис. 5.7 представлены низкоэнергетические части фотоэмиссионных спектров отклика атома неона, рассчитанные для случаев двухчастотных

лазерных полей, образованных циркулярно поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера, в случае, когда направления вращения векторов поляризации противоположны (а) и совпадают друг другу (б). Расчет проводился для ненулевых значений углов Эйлера:  $\theta_e = \pi/4$ ,  $\psi_e = \pi/4$ . Представлена как поперечная (черная сплошная линия), так и продольная (штрихованная пунктирная линия) компоненты спектра тока атомного отклика. Видно, что в случае, когда направления вращения поляризаций компонент двухчастотного поля противоположны друг другу, в спектре продольной компоненты отсутствует каждая третья гармоника, начиная с нулевой.

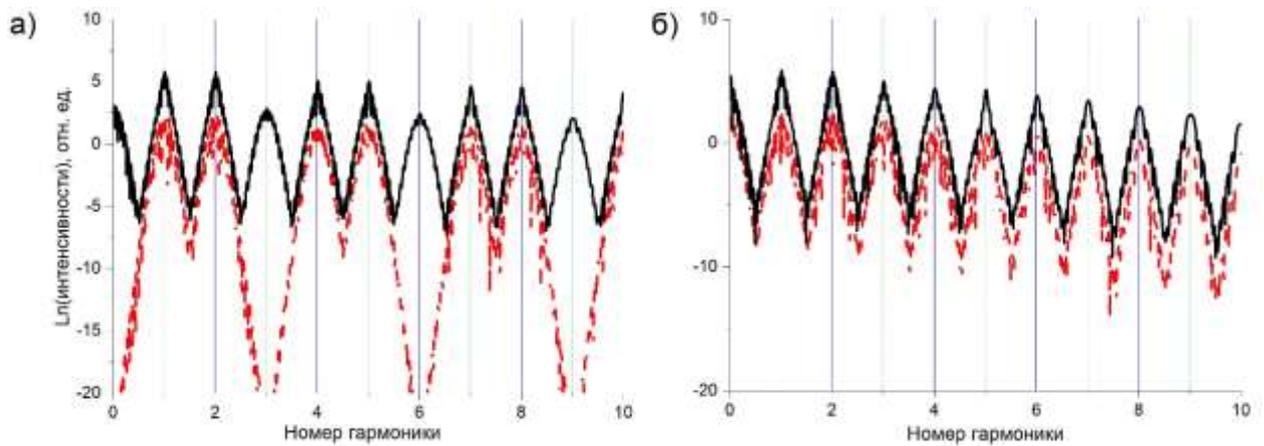


Рис. 5.7. Низкоэнергетические части фотоэмиссионных спектров отклика атомов неона, рассчитанных для случая двухчастотного лазерного поля, образованного циркулярно поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера в случае, когда направления вращения векторов поляризации компонент поля противоположны (а) и совпадают друг с другом (б). Углы Эйлера:  $\theta_e = \pi/4$ ,  $\psi_e = \pi/4$ . Расчет проводился для следующим параметров поля  $\mu_{01} = 1$ ,  $\mu_{02} = 1$ . Сплошные и пунктирные линии соответствуют поперечным и продольным компонентам, соответственно.

Причина появления продольной компоненты поля вполне очевидна. Пространственное распределение электронной плотности  $\rho(\vec{r}, t) = e|\psi(\vec{r}, t)|^2$  и плотность атомного тока  $\vec{j}(\vec{r}, t)$  связаны уравнением непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j} = 0.$$

В отсутствие поля лазерной волны распределение электронной плотности в атоме является цилиндрически симметричным относительно оси  $z$  конфигурационного пространства атома, совпадающей с направлением квантово-механического среднего углового момента  $\langle \vec{l} \rangle$ . При действии лазерного поля пространственное распределение электронной плотности изменяется. С ростом напряженности лазерного поля все более выделенным становится направление поляризации лазерной волны. Например, сферически симметричное распределение электронной плотности в случае  $s$  состояний при действии внешнего поля становится эллипсоидальным, большая ось которого совпадает с направлением вектора поляризации внешнего поля. В свою очередь, радиус пространственного распределения в перпендикулярной плоскости уменьшается. Это и является причиной появления продольных компонент атомного тока, точнее, компонент атомного тока перпендикулярных направлению поляризации лазерного поля.

## §5.2 Ядерная фотоника

В качестве примера использования генерируемого в процессе взаимодействия когерентного излучения, обладающего поляризацией, имеющей, в общем случае, три проекции на перпендикулярные друг другу оси декартовой системы координат, была обоснована новая идея возбуждения низколежащего изомерного ядерного уровня атома тория  $^{229m}\text{Th}$ . По современным представлениям, энергия внутриядерного перехода между основным состоянием и возбужденным изомерным состоянием  $E_{is} = 8.28 \pm 0.17$  эВ [332], которая соответствует энергии фотона 5-ой гармоники Ti:Sa лазера (с учетом возможной перестройки длины волны основной гармоники лазера в пределах линии усиления). Главными преимуществами такого возбуждения являются:

- «источник» УФ излучения находится на расстоянии порядка ангстрем, так как спектр гармоник может генерироваться на электронном остоле ядра атома тория;

- благодаря возможности перестройки несущей частоты Ti:Sa лазера, можно добиться точного резонанса между его 5-ой гармоникой и внутриядерным переходом;
- можно создать контролируемую поляризацию 5-ой гармоники для более «тонкой» подстройки к внутриядерному переходу;
- амплитуда 5-ой гармоники, в виду близости источника, может достигать околоатомных напряженностей.

Таким образом, 5-я гармоника Ti:Sa лазера, генерируемая валентными электронами атома тория может эффективно возбудить его изомерное состояние.

Проведена серия численных исследований атомного тока, индуцируемого в электронной оболочке атома тория фемтосекундным импульсом Ti:Sa лазера, для определения свойств поля пятой гармоники на ядре атома. При численном моделировании модельная структура атома  $^{229}\text{Th}$  включала следующие состояния дискретного спектра:  $6d$ ,  $7s$ ,  $5f$ ,  $7p$ . Расчеты проводились для случая ортогонально поляризованных лазерных волн на основной частоте и второй гармонике Ti:Sa-лазера ( $\omega+2\omega$ ); амплитуды полей в численных расчетах принимались равными  $\mu_{01} = 1$ ,  $\mu_{02} = 0.5$ , длительности импульсов  $\tau_1 = \tau_2 = 30\phi c$ . Мы выбрали поле  $\omega+2\omega$  для моделирования по следующим причинам: во-первых, для повышения эффективности генерации пятой гармоники (см. п. 3.1.3), во-вторых, для увеличения амплитуды генерации продольного поля (см. §5.1). Что еще более важно, наличие всех трех компонентов излучения с более или менее одинаковой напряженностью поля позволяет учесть поляризационные особенности возбуждаемого перехода  $3/2^+ - 5/2^+$  и более эффективно возбуждать ядро. В численных экспериментах рассчитываются три составляющие атомного тока в декартовой системе координат.

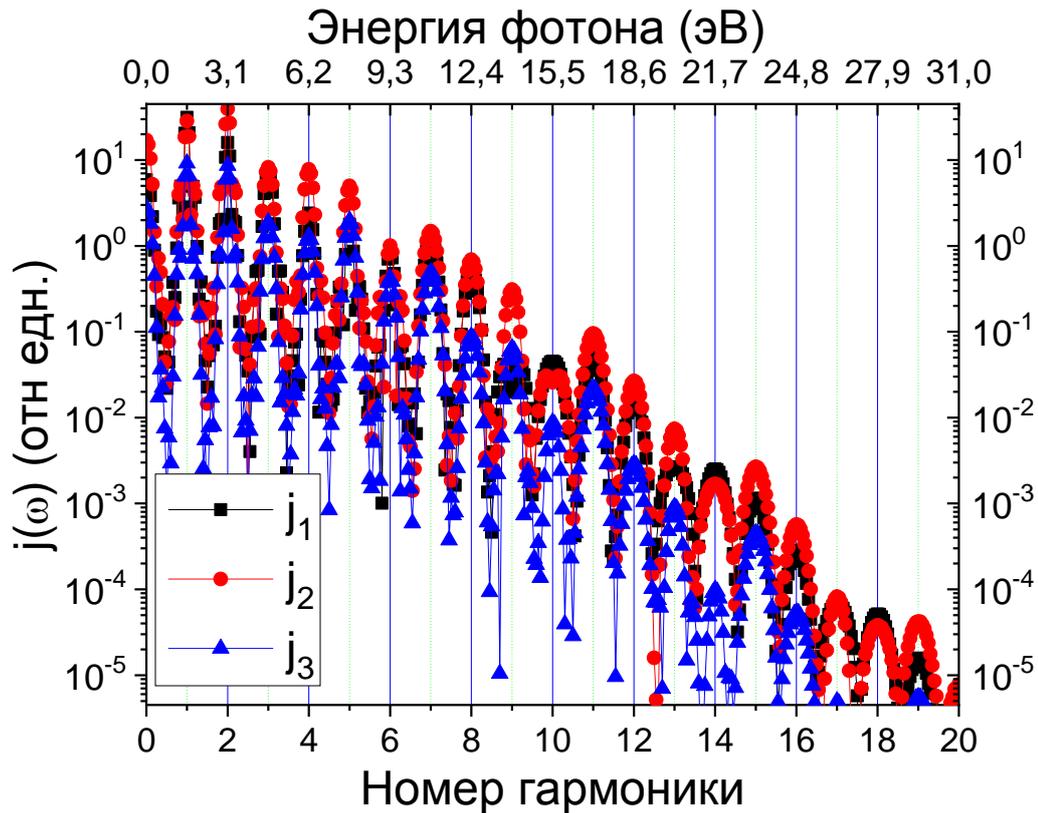


Рис. 5.8 Спектры проекций атомного тока, рассчитанные для случая взаимодействия атома  $^{229}\text{Th}$  с полем  $\omega+2\omega$ , формируемым основной и второй гармониками Ti:Sa лазера ( $\lambda=800$  нм),  $\mu_{01}=1$ ,  $\mu_{02}=0.5$ , длительности импульсов  $\tau_1 = \tau_2 = 30\phi c$ ; углы Эйлера  $\theta_e = \psi_e = 0.5\pi$ ,  $\phi_e = 0$

Поляризация поля пятой гармоники на ядре сильно зависит от направления распространения возбуждающего поля и поляризации компонентов  $\omega+2\omega$ . Итак, если ториевая мишень поляризована, то, изменяя направление распространения возбуждающего поля, мы можем управлять амплитудой и поляризацией поля пятой гармоники на ядре. Спектры проекций атомного тока, рассчитанные для некоторых конкретных значений углов Эйлера, показаны на рис. 5.8. Спектр трех компонент атомного тока содержит четные и нечетные гармоники поля, включая 5-ю гармонику. Рис. 5.9 наглядно демонстрирует, что, изменяя несущую частоту Ti:Sa лазера, мы можем легко изменять длину волны пятой гармоники, т.е. мы можем легко настроить энергию кванта пятой гармоники в резонанс с энергией внутриядерного перехода в  $^{229\text{m}}\text{Th}$ . Карта амплитуды атомного тока в зависимости от углов  $\theta_e$ ,  $\psi_e$  (расчет проведен для  $\phi_e = 0$ ) показана на рис.5.10. На рис. 5.10 (а-в)

показаны декартовы компоненты атомного тока; амплитуда полного тока показана на рис. 5.10 г. Заметим, что согласно рассуждениям, представленным в §2.3 амплитуда пятой гармоники пропорциональна амплитуде атомного тока. Из анализа рис. 5.10 видно, что напряженность поля пятой гармоники является нелинейной функцией углов  $\theta_e$ ,  $\psi_e$ . Следовательно, мы можем легко управлять вероятностью возбуждения ядра, изменяя параметры возбуждающего поля  $\omega+2\omega$  (направление распространения и поляризацию компонент поля).

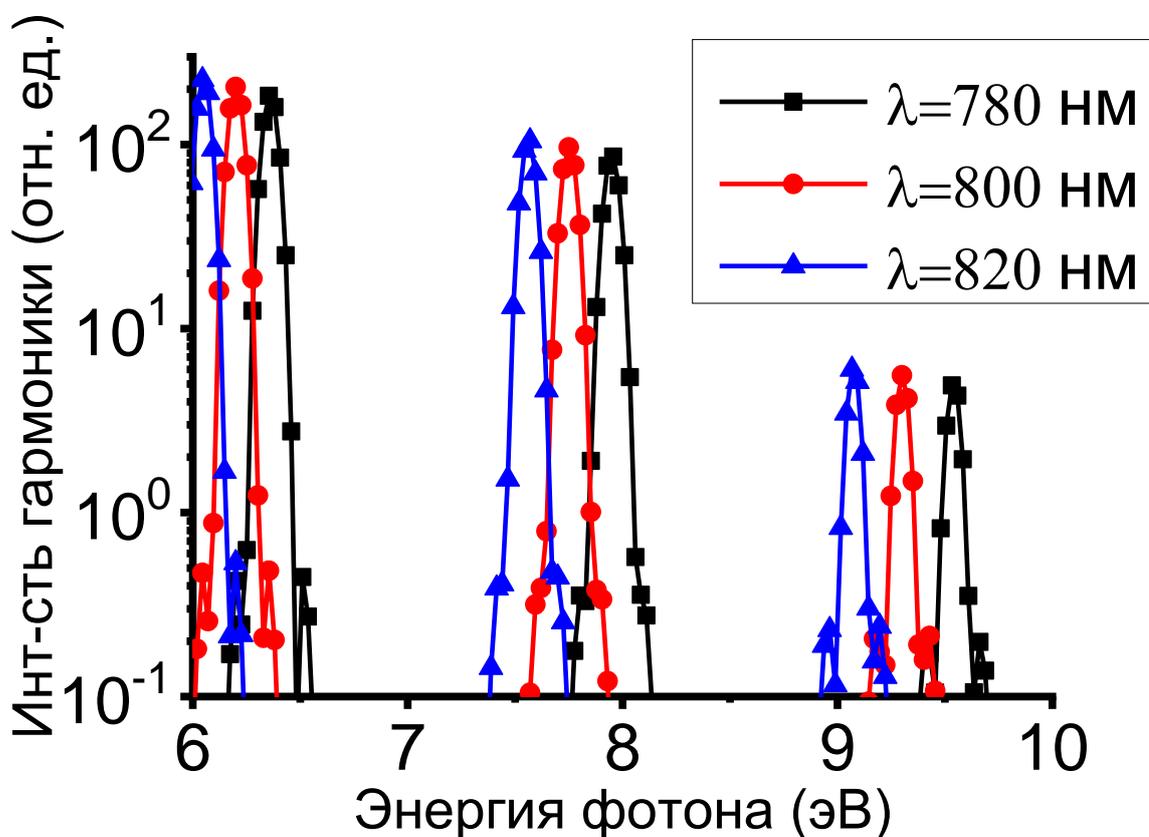


Рис. 5.9 Часть фотоэмиссионного спектра отклика атома, рассчитанная при различных значениях длины волны лазерного излучения. Параметры расчета указы в подписи к рис. 5.8

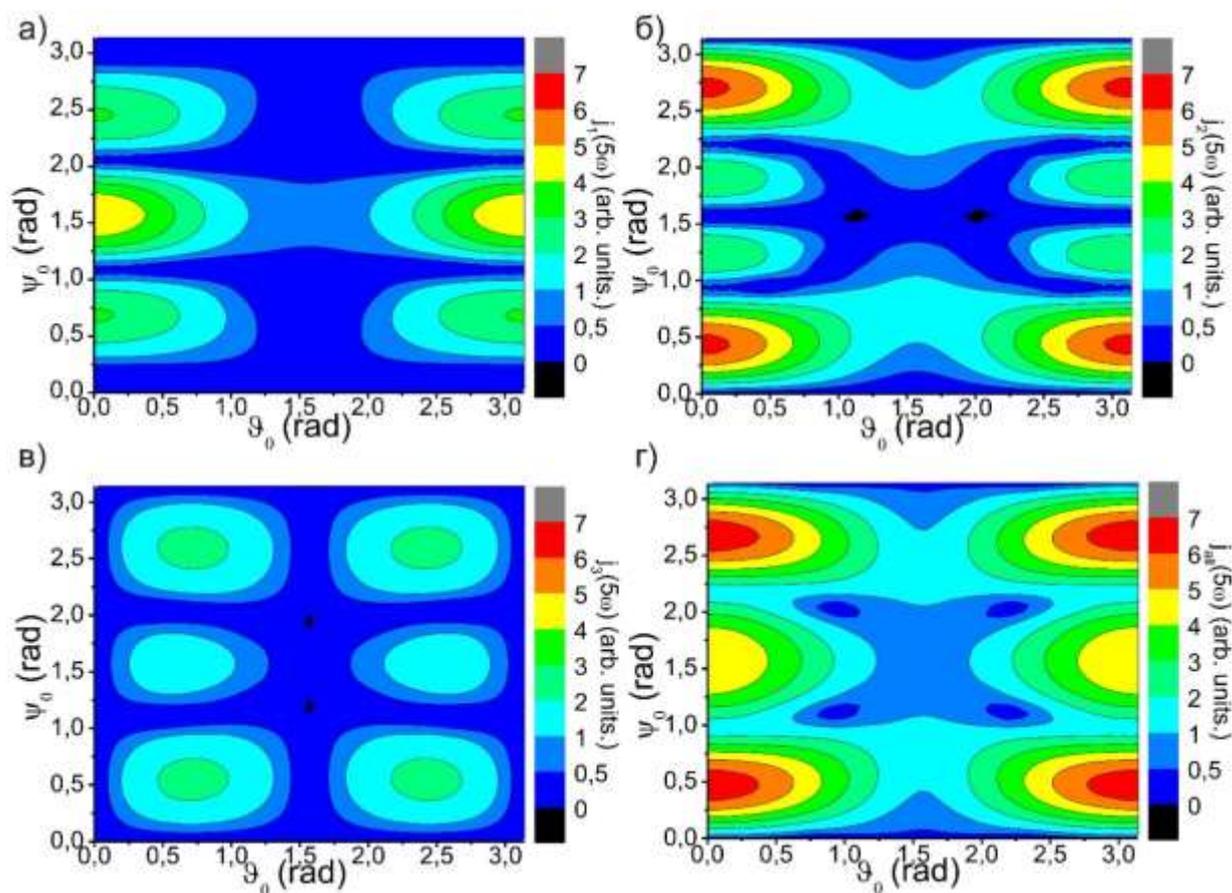


Рис. 5.10 Проекция атомного тока  $J_1$  (а),  $J_2$  (б),  $J_3$  (в) и суммарного атомного тока (г) в зависимости от  $\theta_e$ ,  $\psi_e$  ( $\varphi_e = 0$ ), рассчитанные для атома  $^{229}\text{Th}$ , взаимодействующего с полем  $\omega + 2\omega$  на фундаментальной и удвоенной частотах Ti:Sa лазера ( $\lambda = 800$  нм)  $\mu_{01} = 1$ ,  $\mu_{02} = 0.5$ , длительности импульсов  $\tau_1 = \tau_2 = 30\phi c$

Матричные элементы ядерных переходов зависят от взаимной ориентации углового момента ядра и поляризации электромагнитной волны. В то же время поляризация поля, как показано выше, создаваемого электроном на ядре, зависит от взаимной ориентации вектора поляризации возбуждающего лазерного поля и углового момента атомного электрона. Неоднократно вычислялись скорости радиационного возбуждения  $^{229}\text{Th}$  для перехода  $3/2^+ - 5/2^+$ , связанном с магнитодипольным (M1) и/или электрическим квадрупольным (E2) переходами (см. [268]). В связи с этим мы не будем обсуждать расчет сечения возбуждения, а остановимся на расчете параметров 5-ой гармоники на ядре при заданной поляризации перехода, лазерного поля и ориентации углового момента атомного электрона. Будем считать, что в начальный момент и ядерная, и электронная подсистемы атома

находятся в основном состоянии. Учтем также, что ядро локализовано в ближней зоне гармоник, генерируемых электронами собственного атома. Поэтому расчет поля отклика атома следует проводить без использования приближения дальнего поля (см. п.2.3.1).

Наличие продольной компоненты атомного тока существенно изменяет поляризационные свойства поля атомного отклика и, существенно изменяет величину наведенного электрического поля в точке нахождения ядра:

$$E(0, \omega) \approx \frac{\langle |v| \rangle}{c} E_a. \quad (5.2)$$

В то же время, поле в дальней зоне может быть представлено в следующем виде (см. §2.3):

$$E(r, \omega) \approx e \frac{\omega}{c} \frac{1}{r} \frac{\langle |v| \rangle}{c} \approx \frac{e}{\lambda r} \frac{\langle |v| \rangle}{c} \quad (5.3)$$

В (5.2-5.3)  $\langle |v| \rangle$  - средний модуль скорости движения атомных электронов во внешнем лазерном поле,  $E_a$  - величина внутриатомной напряженности. Учет продольной компоненты увеличивает величину поля в точке нахождения ядра, тем самым увеличивая вероятность его возбуждения.

### §5.3 Основные результаты главы V

Атомный ток, индуцируемый в одиночном атоме при воздействии плоской моно- или полихроматической лазерной волны, наряду с компонентами коллинеарными вектору поляризации падающей волны также в общем случае содержит продольную компоненту, перпендикулярную вектору поляризации воздействующего поля. Продольная компонента атомного тока возникает в состояниях атома с неравным нулю угловым моментом и обусловлена тензорной зависимостью атомного тока от вектора поляризации воздействующего поля и углового момента атома, поэтому выделенными являются направления, для которых указанные два вектора являются либо коллинеарными, либо ортогональными. Учет продольной компоненты

атомного тока существенно влияет на поляризационные свойства поля нелинейного отклика атома.

Проведено исследование зависимости векторных свойств атомного тока, индуцируемого в атоме с угловым моментом в основном состоянии равном единице, от состояния двухчастотного лазерного поля с ортогональной поляризацией компонент. Показано, что при взаимодействии лазерного поля с неполяризованным ансамблем молекул или атомов, основное состояние которых имеет отличный от нуля угловой момент, поляризация отклика качественно отличается от отклика ансамбля атомов с равным нулю угловым моментом. При этом суммирование по всем возможным ориентациям углового момента атомов ансамбля не обнуляет состояния поляризации поля отклика.

Исследована возможность возбуждения изомерного состояния  $^{229\text{m}}\text{Th}$  при воздействии на мишень, содержащую нейтральные атомы тория, интенсивным двухцветным лазерным полем, состоящим из ортогонально поляризованных первой и второй гармоник Ti:Sa-лазера. Высокая возможная эффективность возбуждения обусловлена следующими причинами. Во-первых, энергия возбуждения ядра совпадает с энергией фотонов на частоте пятой гармоники Ti:Sa-лазера. Во-вторых, напряженность поля пятой гармоники на ядре нелинейно зависит от взаимной ориентации лазерного поля и углового момента атома. В-третьих, амплитуда поля, создаваемого валентными электронами на атомном ядре, достигает околоатомных значений, значительно превышающих напряженность поля, связанную с любыми другими источниками когерентного оптического излучения (с данной энергией фотона). Действительно, сравним напряженность поля, создаваемого колеблющимся атомным электроном на своем атоме и соседних атомах. Полагая, что среднее расстояние между атомами или ионами в плазме составляет около  $10 \text{ \AA}$ , для отношения поперечного поля и напряженности поля, создаваемого колеблющимся атомным электроном на собственном ядре (5.2), к напряжению, создаваемому соседними атомами (5.3), получаем  $E_{\text{ядро}}/E_{\text{сосед}} \approx 10^4 - 10^5$ . Отметим, что внешняя генерация пятой гармоники

излучения Ti:Sa-лазера составляет энергии в импульсе менее 1 мкДж [333], что может создавать напряженность поля существенно менее  $0.1E_a$  даже в условиях жесткой фокусировки.

Направление вектора напряженности поля, наведенного на ядре на частоте пятой гармоники, зависит от взаимной ориентации вектора лазерного поля и углового момента атомных электронов. Поэтому, если атом, внедряясь в какую-либо матрицу или структуру, находится в поляризованном состоянии, то направлением поля, действующего на ядро, можно легко управлять, изменяя направление распространения лазерной волны и ее поляризацию.

Описанный механизм возбуждения ядер за счет нелинейного отклика электронной оболочки был назван «нелинейным лазерным возбуждением ядер» или NLEX.

## Заключение.

В диссертационной работе получены следующие основные результаты.

1. Разработан уникальный непертурбативный подход к описанию отклика одиночного атома на воздействие многокомпонентного произвольно поляризованного интенсивного лазерного поля. Подход позволяет описывать отклик одиночного атома в дорелятивистском приближении. Он учитывает все нелинейности, возникающие при таком взаимодействии, и позволяет рассчитывать отклик атома без привлечения дополнительной информации о характере взаимодействия.
2. Разработанный непертурбативный подход применен для исследования особенностей отклика одиночных атомов в многокомпонентных лазерных полях. Продемонстрировано насыщение частоты отсечки в околоатомных лазерных полях. Исследован вклад ансамбля атомов при расчете положения частоты отсечки. Показано, что спектр гармоник высокого порядка, рассчитанный для одиночного атома, оказывается шире спектра, рассчитанного для ансамбля атомов (при тех же значениях интенсивности лазерного поля). Вместе с тем, расчеты, проведенные для ансамбля атомов, находятся в количественном согласии с экспериментальными данными.
3. Предложен эффективный управляющий параметр двухчастотного лазерного поля, который не меняет его энергию, а перераспределяет ее в плоскости поляризации. Им является угол между направлениями поляризации линейно поляризованных компонент двухчастотного лазерного поля. Этот параметр поля является управляющим параметром как эффективности генерации гармоник высокого порядка и их поляризационных свойств, так и эффективности генерации, формы спектра и поляризационных свойств ТГц излучения. Показано, что вариация данного параметра позволяет оптимизировать характеристики генерируемого излучения с точки зрения повышения эффективности генерации и степени эллиптичности генерируемого излучения. Предсказанное теоретически существенное

влияние указанного параметра на характеристики спектра гармоник высокого порядка было подтверждено экспериментально.

4. Теоретически обоснована генерация эллиптически поляризованных гармоник высокого порядка в двухчастотных ортогонально поляризованных лазерных полях, состоящих из линейно поляризованных первой и второй гармоник Ti:Sa лазера. Проведенные численные расчеты демонстрируют *количественное* согласие с экспериментом. Предложен и изучен механизм генерации такого излучения. Исследован вклад динамики населенностей уровней дискретного спектра атома в поляризационные характеристики генерируемых гармоник, показано, что динамика населенности возбужденных уровней атома оказывает существенное влияние на величину эллиптичности и эффективность генерации гармоник высокого порядка.

5. С использованием квантово-механических расчетов отклика одиночного атома доказано, что при взаимодействии с двухчастотными линейно поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера, при любом значении угла между направлениями поляризации компонент поля, низкочастотная часть генерируемого ТГц излучения линейно поляризована. Показано также, что в высокочастотных частях спектра присутствуют области с ненулевыми значениями эллиптичности генерируемого излучения.

6. Продемонстрирована генерация продольной компоненты излучения в дальней зоне как в ТГц спектральном диапазоне, так и в ультрафиолетовой области спектра гармоник, в случае, когда направление углового момента атома и направление поляризации лазерного поля составляют ненулевой угол. Показано, что спектр продольной компоненты представляет собой набор гармоник поля и зависит от состояния поляризации компонент двухчастотного поля. Предложены дополнительные управляющие параметры задачи – углы Эйлера, связывающие конфигурационное пространство, ассоциированное с лазерным полем, и конфигурационное пространство, ассоциированное с направлением углового момента атома, которые позволяют оптимизировать

величину продольной компоненты и параметры трехмерного распределения поляризации генерируемого излучения, в целом.

7. Теоретически обоснован новый метод нелинейного лазерного возбуждения ядер. На примере генерации валентными электронами атома тория резонансной для его внутриядерного перехода 5-ой гармоники Ti:Sa лазера продемонстрировано достижение значительных амплитуд полей такого излучения в точке нахождения родительского ядра.

8. Предложена и разработана интерференционная модель отклика протяженных газовых сред, взаимодействующих с интенсивными лазерными полями. Модель была использована для исследования эффектов фазового и квази-фазового согласования в сплошных и пространственно модулированных средах. Экспериментально ориентированные расчеты эффектов фазового и квази-фазового согласования гармоник высокого и низкого порядков, а также ТГц излучения в газах, плазменных средах, в том числе, состоящих из набора плазменных факелов, в газо-кластерных смесях и смесях различных газов продемонстрировали количественное или хорошее качественное согласование полученных результатов с результатами экспериментальных исследований.

9. Предсказан квадратичный рост эффективности генерации выделенных групп гармоник в средах, представляющих собой набор газовых струй, взаимодействующих с двухчастотными лазерными полями, образованными первой и второй гармониками лазерного источника, при возрастании его длины волны. Показано, что при уменьшении ширины газовых струй положение пика усиленных гармоник смещается в коротковолновую область спектра, амплитуда пика возрастает  $\sim d^{-1.5}$ . На основании теоретических расчетов предложены простые соотношения между макропараметрами газовой среды и энергией фотонов генерируемого излучения, позволяющие управлять как фазовыми, так и квази-фазовыми условиями согласования для увеличения эффективности генерации выделенных гармоник. Указанные особенности возникают за счет эффектов квази-фазового согласования.

## Благодарности

Автор выражает искреннюю благодарность и признательность своему научному консультанту д.ф.-м.н. профессору А.В. Андрееву за помощь, поддержку и участие при поведении научных исследований. Автор также выражает глубокую признательность сотрудникам лаборатории теоретических проблем оптики кафедры общей физики и волновых процессов физического факультета МГУ к.ф.-м.н. О.А. Шутовой и к.ф.-м.н. доценту А.А. Коновко, а также всем студентам и аспирантам, участвовавшим в проведении исследований.

Автор благодарен коллективам кафедр оптики, спектроскопии и физики наносистем и общей физики и волновых процессов физического факультета МГУ за создание атмосферы научного поиска, а их заведующим – д.ф.-м.н. чл.-корр. РАН президенту НИЦ «Курчатовский институт» М.В.Ковальчуку и д.ф.-м.н. профессору В.А. Макарову за предоставленную возможность проведения научных исследований.

Автор признателен д.ф.-м.н. чл.-корр. РАН А.П. Шкуринову, д.ф.-м.н. профессору В.М. Гордиенко, д.ф.-м.н. профессору А.Б. Савельеву-Трофимову, д.ф.-м.н. профессору Р.А. Ганееву, PhD G. Lambert (Палезо, Франция) и их научным группам, с которыми были осуществлены теоретико-экспериментальные исследования.

Автор благодарен д.ф.-м.н. профессору В.И. Ильгисонису, д.ф.-м.н. профессору Д.Ю. Минкину, д.ф.-м.н. профессору П.К. Кашкарову, д.ф.-м.н. доценту П.А. Форшу, д.т.н. Р.А. Санду, к.ф.-м.н. Э.Ф. Лобановичу за помощь, поддержку, ценные советы и участие в жизни автора.

Автор признателен д.ф.-м.н. профессору С.В. Сазонову за внимание и неформальное отношение к диссертационной работе.

Автор благодарен своим друзьям к.ф.-м.н. доценту Ф.В. Потемкину, к.ф.-м.н. В.А. Куликову и к.ф.-м.н. доценту П.А. Андрееву за плодотворное обсуждение научных исследований и околонучных аспектов жизни.

Диссертационная работа не была бы написана без всесторонней поддержки и понимания семьи, родителей и близких родственников, за что автор также хотел бы выразить им благодарность.

## Список литературы

1. *Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С.* Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. – М: Наука. 1988. – С. 312.
2. *Беленов Э.М., Назаркин А.В.* О некоторых решениях уравнений нелинейной оптики без приближения медленно меняющихся амплитуд и фаз // Письма в ЖЭТФ. – 1990. – Т.51. – Вып. 5. – С. 252-255.
3. *Маймистов А.И.* Некоторые модели распространения предельно коротких электромагнитных импульсов в нелинейной среде // Квантовая электроника. – 2000. – Т. 30. – Вып. 4. – С. 287–304.
4. *Козлов С.А.* О классической теории дисперсии высокоинтенсивного света // Оптика и спектроскопия. – 1995. –Т.79. – № 2. – С. 290-292.
5. *Сазонов С.В., Соболевский А.Ф.* Резонанс Захарова-Бенни как механизм генерации предельно коротких импульсов в одноосных кристаллах // Письма в ЖЭТФ. – 2002. – Т.75. – С.746.
6. *Кучиев М.Ю.* Атомная антенна // Письма в ЖЭТФ. – 1987. – Т.45. –Вып. 7. – С. 319-321.
7. *Corkum P. B.* Plasma perspective on strong-field multiphoton ionization // Physical Review Letters. – 1993. – V. 71. – P. 1994–1997.
8. *Платоненко В.Т.* Интерференция электронных траекторий и генерация высоких гармоник света в кулоновской системе // Квантовая электроника. – 2001. – Т. 31. – №1. – С. 55-60.
9. *Андреев А.В.* Взаимодействие атома со сверхсильными полями // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1999. – Т.116. – №3(9). – С.793–806.
10. *Lambert G., Hara T., Garzella D., Tanikawa T., Labat M., Carre B., Kitamura H., Shintake T., Bougeard M., Inoue S., Tanaka Y., Salieres P., Merdji H., Chubar O., Gobert O., Tahara K., Couprie M.-E.* Injection of harmonics generated in gas in a free-electron laser providing intense and coherent extreme-ultraviolet light // Nature Physics. – 2008. – V. 4. – P. 296–300.

11. Стрелков В.В., Платоненко В.Т., Стержантов А.Ф., Рябикин М.Ю. Аттосекундные электромагнитные импульсы: генерация, изменение и применение. Генерация высоких гармоник интенсивного лазерного излучения для получения аттосекундных импульсов // Успехи физически наук. – 2016. – Т. 86. – №5. – С. 449-470.
12. Borodin A.V., Panov N.A., Kosareva O.G., Andreeva V.A., Esaulkov M.N., Makarov V.A., Shkurinov A.P., Chin S.L., Zhang X.-C. Transformation of terahertz spectra emitted from dual-frequency femtosecond pulse interaction in gases // Optics Letters. – 2013. – V. 38. – P. 1906-1908.
13. Zhang D., Lü Z., Meng C., Du X., Zhou Z., Zhao Z., Yuan J. Synchronizing Terahertz Wave Generation with Attosecond Bursts // Physics Review Letters. – 2012. – V. 109. – P. 243002.
14. Fleischer A., Kfir O., Diskin T., Sidorenko P., Cohen O. Spin angular momentum and tunable polarization in high-harmonic generation // Nature Photonics. – 2014. – V. 8. – P. 543–549.
15. Hareli L., Shoulga G., Bahabad A. Phase matching and quasi-phase matching of high-order harmonic generation – a tutorial // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. – 2020. – V. 53. – P. 233001.
16. Dai J., Karpowicz N., Zhang X.C. Coherent polarization control of terahertz waves generated from two-color laser-induced gas plasma // Physical Review Letters. – 2009. – V. 103. – P. 023001.
17. Kim K.-Y., Glownia J.H., Taylor A.J., Rodriguez G. Terahertz emission from ultrafast ionizing air in symmetry-broken laser fields // Optics Express. – 2007. – V. 15. – P. 4577.
18. Wense L., Zhang C. Concepts for direct frequency-comb spectroscopy of 229mTh and an internal-conversion-based solid-state nuclear clock // European Physical Journal D. – 2020. – V.74. –P. 146.
19. Делоне Н. Б. Атом в сильном световом поле // Соросовский образовательный журнал. – 2000 – Т.6. – №10. – с.66.

20. *Ахманов С.А.* Сверхсильные световые поля в нелинейной оптике, физике плазмы, технике рентгеновских источников// Итоги науки и техники. Современные проблемы лазерной физики. т.4. – М: ВИНТИ, 1991 – с.5-19.
21. *Ахманов С.А., Гордиенко В.М., Джиджоев М.С., Краюшкин С.В., Кудинов И.А., Платоненко В.Т., Попов В.К.* Генерация и усиление субпикосекундных импульсов УФ излучения с помощью эксимерных лазеров // Квантовая электроника. – 1986. – т.13 – №10 – с.1957.
22. *Бломберген Н.* Нелинейная оптика – М.: Мир, 1986.
23. *Сазонов С.В.* Новый тип предельно коротких векторных солитонов в среде несимметричных молекул // Письма в ЖЭТФ. – 2015 – т. 102. – вып. 12. – с. 951 – 957.
24. *Ахманов С.А. (ред.).* Итоги науки и техники. Современные проблемы лазерной физики. т.4. – М: ВИНТИ, 1991.
25. *Делоне Н. Б.* Взаимодействие лазерного излучения с веществом. – М.: Наука, 1989 – с. 58.
26. *Делоне Н. Б., Крайнов В. П.* Основы нелинейно оптики атомарных газов.– М.: Наука, 1986 – с. 35.
27. *Делоне Н. Б., Крайнов В. П.* Атом в сильном световом поле.– М.:Энергоатомиздат, 1984 – с. 78.
28. *Федоров М. В.* Электрон в сильном световом поле.– М.: Наука, 1991 – с. 98.
29. *Ильинский Ю. А., Келдыш Л. В.* Взаимодействие электромагнитного излучения с веществом .– М.: МГУ, 1989 – с. 34.
30. *Делоне Н. Б., Крайнов В. П.* Нелинейная ионизация атомов лазерным излучением.– М.:Физматлит, 2001 – с. 67.
31. *Рапопорт Л. П., Зон Б. А., Манаков Н. Л.* Теория многофотонных процессов в атомах.– М.: Атомиздат, 1978 – с. 89.
32. *Faisal F. H. M.* Theory of multiphoton processes.– N.Y.: Plenum, 1987 – с. 50.

33. *Ganeev R. A.* Resonance Enhancement in Laser-Produced Plasmas: Concepts and Applications, Wiley, 2018 – с. 145.
34. *Ganeev R. A.* Interaction of Mid-Infrared Parametric Waves in Laser Plasmas, World Scientific, 2017– с. 205.
35. *Ganeev R. A.* Frequency Conversion of Ultrashort Pulses in Extended Laser-Produced Plasmas, Springer, 2016 – с. 178.
36. *Ganeev R. A.* Plasma Harmonics, Pan Stanford Publishing, 2014 – с. 145.
37. *Ganeev R. A.* High-Order Harmonic Generation in Laser Plasma Plumes, Imperial College Press, 2012 – с. 207.
38. *Делоне Н. Б., Зон Б. А., Крайнов В. П., Ходовой В. А.* Нерезонансное возмущение атомного спектра в сильном световом поле // Успехи физических наук – 1976 – Т.120. – №1. – с. 3.
39. *Делоне Н. Б., Федоров М. В.* Многофотонная ионизация атомов: новые эффекты // Успехи физических наук – 1989 – Т.158. – №2. – с.215.
40. *Делоне Н. Б., Крайнов В. П.* Стабилизация атома в поле лазерного излучения// Успехи физических наук – 1995 – Т.165.– с.1295.
41. *Делоне Н. Б., Крайнов В. П.* Динамический штарковский сдвиг атомных уровней // Успехи физических наук – 1999 – Т.169. – №7. – с.753–771.
42. *Федоров М. В.* Стабилизация атомов в сильном лазерном поле // Успехи физических наук – 1999 – Т.169. – №1. – с.66.
43. *Ким А. В., Рябикин М. Ю., Сергеев А. М.* От фемтосекундных к аттосекундным импульсам // Успехи физических наук– 1999 – Т.169. – №1. – с.58.
44. *Попов В.С.* Туннельная и многофотонная ионизация атомов и ионов в сильном лазерном поле (теория Келдыша) // Успехи физических наук – 2004 – Т.174. – №9. – с.921.
45. *Ганеев Р.А.* Генерация высших гармоник излучения мощных лазеров в плазме, образованной при воздействии предимпульса на поверхность твердотельных мишеней // Успехи физических наук – 2009 – Т.179.– №1.– с.65.

46. *Ганеев Р. А.* Современные тенденции в области генерации высших гармоник при лазерной абляции различных поверхностей // Успехи физических наук – 2013 – Т.183. – с.815–847.
47. *Стрелков В.В., Платоненко В.Т., Стержантов А.Ф., Рябикин М.Ю.* Аттосекундные электромагнитные импульсы: генерация, измерение и применение. Генерация высоких гармоник интенсивного лазерного излучения для получения аттосекундных импульсов // Успехи физических наук – 2016 – Т.186. – с.449–470.
48. *Келдыш Л. В.* Ионизация в поле сильной электромагнитной волны // Журнал экспериментальной и теоретической физики –1964 – Т.47, №5.– с.1945–1957.
49. *Переломов А. М., Попов В. С., Терентьев М. В.* Ионизация атомов в переменном электрическом поле // Журнал экспериментальной и теоретической физики – 1966 –Т.50. – №5. – с.1393–1409.
50. *Переломов А.М., Попов В.С., Терентьев М.В.* Ионизация атомов в переменном электрическом поле II // Журнал экспериментальной и теоретической физики – 1966 –Т.51.– №1. – с.309–326.
51. *Переломов А. М., Попов В. С.* Ионизация атомов в переменном электрическом поле III // Журнал экспериментальной и теоретической физики – 1967 – Т.52. – №2. – с.514–523.
52. *Попов В. С., Кузнецов В. П., Переломов А. М.* Квазиклассическое приближение для нестационарных задач // Журнал экспериментальной и теоретической физики – 1967– Т.53.– с.331–338.
53. *Карнаков Б. М., Мур В. Д., Попов В. С.* К теории ионизации Келдыша в случае ультракоротких лазерных импульсов // Письма в ЖЭТФ – 2008 –Т.88. –№7. – с.495–499.
54. *Аммосов М. В., Делоне Н. Б., Крайнов В. П.* Туннельная ионизация сложных атомов и атомарных ионов в переменном электромагнитном поле // Журнал экспериментальной и теоретической физики – 1986 – Т.91. – с.2008–2013.

55. *Faisal F. H. M.* Multiple absorption of laser photons by atoms // *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* – 1973 – V.6. – pp.L89.
56. *Reiss H. R.* Effect of an intense electromagnetic field on a weakly bound system // *Phys. Rev. A* – 1980 – V.22. – pp. 1786–1813.
57. *Reiss H. R.* Complete Keldysh theory and its limiting cases // *Physical Review A* – 1990 – V.42 – №3. – pp.1476–1486.
58. *Reiss H. R.* Theoretical methods in quantum optics: S-matrix and Keldysh techniques for strong-field. processes // *Prog. Quantum Electron* – 1992 – V.16 – pp.1.
59. *Волкова Е. А., Попов А. М., Тихонов М. А., Тихонова О. В.* Атом в лазерном импульсе высокой ионизационности: эффект стабилизации и приближение сильного поля // *Журнал экспериментальной и теоретической физики* – 2007 – Т.132. – №3(9). – с.596–606.
60. *Волкова Е. А., Гридчин В. В., Попов А. М., Тихонова О. В.* Туннельная ионизация атома водорода в лазерном импульсе короткой и ультракороткой длительности // *Журнал экспериментальной и теоретической физики* – 2006 – Т.129. – №1. – с.48–62.
61. *Kulander K. C.* Multiphoton ionization of hydrogen: A time-dependent theory// *Phys Rev A* – 1987 – V.35 (1) – pp.445.
62. *Kulander K. C., Schafer K. J., Krause J. L.* Dynamic stabilization of hydrogen in an intense, high-frequency, pulsed laser field // *Phys Rev Lett* – 1991– V.66 (20) – pp.2601.
63. *Im K., Grobe R., Eberly J. H.* Photoionization of the hydrogen 4s state by a laser pulse: Bare-state dynamics and extended-charge-cloud oscillations // *Phys Rev A* – 1994 – V.49(4) – pp.2853.
64. *Gajda M., Piraux B.* Ionization of an excited hydrogen atom by a high frequency circularly polarized pulsed field // *Phys Rev A* – 1994 – V.50 (3) – pp.2528.
65. *Волкова Е. А., Попов А. М., Тихонова О. В.* Численное моделирование процесса фотоионизации ридберговских атомов полем электромагнитной

волны // Журнал экспериментальной и теоретической физики – 1998– Т.113(2)  
– с.593–605.

66. *Burnett N.H., Baldis H.A., Richardson M.C., Enright G.D.* Harmonic generation in CO<sub>2</sub> laser target interaction // *Appl. Phys. Lett.* –1977. – V.31 – №3. –p.172-174.

67. *McLean E.A., Stamper J.A., Ripin B.H., Grier H.R., McMahon F.J.M., Bodner S.E.* Harmonic generation in Nd : laser-produced plasmas // *Appl. Phys. Lett.* – 1977. – V. 31. – p.825-827.

68. *Carman R. L., Rhodes C. K., Benjamin R. F.* Observation of harmonics in the visible and ultraviolet created in CO<sub>2</sub>-laser-produced plasmas // *Phys. Rev. A* – 1981. – V.24. –p. 2649.

69. *Popmintchev T.et al.* Bright Coherent Ultrahigh Harmonics in the keV X-ray Regime from Mid-Infrared Femtosecond Lasers // *Science.* – 2012– V.336 – p.1287.

70. *B.Corkum P., Krausz F.* Attosecond science // *Nature Physics* – 2007– V.3– pp.381.

71. *Shan B., Ghimire S., Chang Z.* Generation of the attosecond extreme ultraviolet supercontinuum by a polarization gating // *J. Mod. Opt.* – 2005 – V.52– pp.277.

72. *Corkum P. B.* Plasma perspective on strong-field multiphoton ionisation // *Phys Rev Lett* – 1993– V.71 (13) – pp.1994– 1997.

73. *Gaarde M. B., L’Hillier A., Lewenstein M.* Theory of high-order sum and difference frequency in a strong bichromatic laser field // *Phys Rev A* – 1996– V.54(5) – pp.4236–4248.

74. *Strelkov V. V.* Theory of high-order harmonic generation and attosecond pulse emission by a low-frequency elliptically polarized laser field // *Phys Rev A*– 2006– V.74 – pp.013405.

75. *Antoine P., Huillier A. L., Lewenstein M., et al.* Theory of high-order harmonic generation by an elliptically polarized laser field // *Phys Rev A* – 1996– V.53 (3) – pp.1725–1745.

76. *Frolov M. V., Manakov N. L., Sarantseva T. S., et al.* Analytic description of the high-energy plateau in harmonic generation by atoms: Can the harmonic power increase with increasing laser wavelengths? // *Phys Rev Lett* – 2009 – V.102–pp.243901.
77. *Frolov M. V., Manakov N. L., Silaev A. A., Vvedenskii N. V.* Analytic description of high-order harmonic generation by atoms in a two-color laser field // *Phys Rev A* – 2010 – V.81 – pp.063407.
78. *Платоненко В. Т.* Интерференция электронных траекторий и генерация высоких гармоник света в кулоновской системе // *Квантовая электроника* – 2001– Т.31 (1) – с.55–60.
79. *Lewenstein M., Balcou Ph., Ivanov M. Yu., et al.* Theory of high-harmonic generation by low-frequency laser fields // *Phys Rev A*– 1994– V.49 (3) – pp.2117–2132.
80. *Platonenko V. T., Strelkov V. V.* Generation of high-order harmonics in a high-intensity laser radiation field // *Quantum Electronics* – 1998– V.28 (7) – pp.564 – 583.
81. *Ganeev R. A., Baba M., Suzuki M., Kuroda H.* High-order harmonic generation from silver plasma // *Physics Letters A*– 2005 – V.339 – №3.– pp.103–109.
82. *Ганеев Р. А., Курода Х.* Генерация высших гармоник в лазерной плазме // *Оптика и спектроскопия*, – 2006 – Т.100 (6) – с.1014–1023.
83. *Гладков С.М., Желтиков А.М., Коротеев Н.И.* Генерация оптических гармоник в возбужденных газовых средах в поле интенсивного лазерного излучения // *Итоги науки и техники. Современные проблемы лазерной физики.* т.4. – М: ВИНТИ, 1991 – с.126-165.
84. *Ахманов С.А., Гладков С.М., Коротеев Н.И., Желтиков А.М.* // *Препринт физического факультета МГУ* –1988 – №5.
85. *Tang X., Rudolph H., Lambropoulos P.* Nonperturbative time-dependent theory of helium in a strong laser field // *Phys. Rev. A* – 1991 – V.44. – p. R6994.

86. *Xu H. , Tang X., Lambropoulos P.* Nonperturbative theory of harmonic generation in helium under a high-intensity laser field: The role of intermediate resonance and of the ion // *Phys. Rev. A* –1992. – V.46. –p. R2225.
87. *Nikolopoulos L.A.A., Lambropoulos P.* Time-Dependent nonperturbative theory of  $H^-$  in a strong laser field// *Phys. Rev. A* –1999. – V. 82. – p. 3771.
88. *Гладков С. М., Коротеев Н. И.* Квазирезонансные нелинейные оптические процессы с участием возбужденных и ионизированных атомов // *Успехи физических наук* – 1990. – т.160 (7). –с. 105–145.
89. *Brunel F. J.* Harmonic generation due to plasma effects in a gas undergoing multiphoton ionization in the high-intensity limit // *Opt. Soc. Am. B* –1990. – V. 7 – p. 521.
90. *Strelkov V.* Role of Autoionizing State in Resonant High-Order Harmonic Generation and Attosecond Pulse Production. // *Phys. Rev. Lett.* – 2010. – V.104 – p. 123901.
91. *Платоненко В. Т., Стрелков В. В.* Генерация гармоник высокого порядка в поле интенсивного лазерного излучения // *Квантовая электроника* – 1998. – т.. 25 – с.582.
92. *Kuchiev M. Yu., Ostrovsky V. N.* Quantum theory of high harmonic generation as a three-step process // *Phys. Rev. A* – 1999. – V. 60 – p. 3111.
93. *Becker W., Long S., McIver J. K.* Modeling harmonic generation by a zero-range potential // *Phys. Rev. A* – 1994 – V. 50 – p. 1540.
94. *Antoine P., L’Huillier A., Lewenstein M., Salières P., Carré B.* Theory of high-order harmonic generation by an elliptically polarized laser field // *Phys. Rev. A* – 1996. – V.53. – p. 1725.
95. *Becker W., Lohr A., Kleber M., Lewenstein M.* A unified theory of high-harmonic generation: Application to polarization properties of the harmonics // *Phys. Rev. A* –1997. – V.56 – p. 645.
96. *Платоненко В. Т., Стержантов А. Ф.* Полуклассическая теория генерации аттосекундных импульсов // *Квантовая электроника* –2006. –V. 36 – p.1074.

97. *Ivanov M. Yu., Brabec Th., Burnett N.* Coulomb corrections and polarization effects in high-intensity high-harmonic emission // *Phys. Rev. A* – 1996. – V.54 – p. 742.
98. *Lewenstein M., Balcou Ph., Ivanov M. Yu., L’Huillier A., Corkum P. B.* Theory of high-harmonic generation by low-frequency laser fields // *Phys. Rev. A* – 1994. – V.49. – p. 2117.
99. *Fedorov M. V., Peatross J.* Strong-field photoionization and emission of light in the wave-packet-spreading regime // *Phys. Rev. A* – 1995 – V.52 – p. 504.
100. *Antoine Ph., Carré B., L’Huillier A., Lewenstein M.* Polarization of high-order harmonics // *Phys. Rev. A* – 1997 – V.55 – p.1314.
101. *Емелин М.Ю., Рябикин М.Ю., Сергеев А.М.* Генерация одиночного аттосекундного всплеска при ионизации возбужденных атомов мощным сверхкоротким лазерным импульсом // *ЖЭТФ* – 2008.– т. 133 – с. 243.
102. *Pérez-Hernández J. A., Roso L., Plaja L.* Harmonic generation beyond the Strong-Field Approximation: the physics behind the short-wave-infrared scaling laws // *Opt. Express* – 2009. – V.17 – p. 9891.
103. *Frolov M. V., Manakov N. L., Sarantseva T. S., Starace A. F.* Analytic formulae for high harmonic generation // *J. Phys. B* – 2009. – V.42 – p.035601.
104. *Reitze D. H. et al.* Enhancement of high-order harmonic generation at tuned wavelengths through adaptive control // *Optics Letters*. – 2004– V. 29 – Is. 1– pp. 86.
105. *Kazamias, S. et al.* The super-quadratic growth of high-harmonic signal as a function of pressure // *Nature Physics*– 2010 – V. 6(12) – p.927–927.
106. *Schötz J. et al.* Phase-Matching for Generation of Isolated Attosecond XUV and Soft-X-Ray Pulses with Few-Cycle Drivers // *Phys. Rev. X* – 2020– V.10– p. 041011
107. *Fareed M. A., Strelkov V. V., Singh M., Thiré N., Mondal S., Schmidt B. E., Légaré F., Ozaki T.* Harmonic Generation from Neutral Manganese Atoms in the Vicinity of the Giant Autoionization Resonance. // *Phys. Rev. Lett* – 2018– V.121– p. 023201

108. *Ганеев Р.А.* Генерация высших гармоник излучения мощных лазеров в плазме, образованной при воздействии предимпульса на поверхность твердотельных мишеней. // УФН – 2009 – V.79 – p.65–90.
109. *Ганеев Р.А.* Современные тенденции в области генерации высших гармоник при лазерной абляции различных поверхностей. // УФН – 2013 – V.183 – p.815–847.
110. *Ghimire S. et al.* Observation of high-order harmonic generation in a bulk crystal.// Nat. Phys. – 2011– V. 7 – p 138–141.
111. *Ghimire S., Reis, D.A.* High-harmonic generation from solids. // Nature Phys – 2019– V.15, p. 10–16.
112. *Dromey B., Zepf, M., Gopal, A. et al.* High harmonic generation in the relativistic limit// Nature Phys – 2006– V.2– p.456–459.
113. *Salières P., L’Huillier A., Lewenstein M.* Coherence control of high-order harmonics. // Phys. Rev. Lett. – 1995– V.74(19) – p. 3776–3779.
114. *Balcou P., Salières P., L’Huillier A., Lewenstein M.* Generalized phase-matching conditions for high harmonics: the role of field-gradient forces. // Phys. Rev. A. – 1997– V.55(4) – 3204–3210.
115. *Grant-Jacob J., Mills B., Butcher T. J., Chapman R. T., Brocklesby W. S., Frey J. G.* Gas jet structure influence on high harmonic generation. // Opt. Express – 2011– V. 19 – p. 9801-9806.
116. *Peng D., Pi L.-W., Frolov M.V., Starace A. F.* Enhancing high-order-harmonic generation by time delays between two-color, few-cycle pulses. // Phys. Rev. A. – 2017. – V.95 – p.033413.
117. *Ganeev R. A., Boltaev G. S., Stremoukhov S. Y., Kim V. V., Andreev A. V., Alnaser A. S.* High-order harmonic generation during different overlaps of two-colored pulses in laser-produced plasmas and gases. // Eur. Phys. J. D. – 2020 – 74: 199.
118. *Redkin P. V., Kodirov M. K., Ganeev R. A.* Theoretical investigation of resonant nonperturbative high-order harmonic generation in indium vapors. // J. Opt. Soc. Am. B. – 2011– V. 28. – p. 165.

119. *Kubodera S., Nagata Y., Akiyama Y., Midorikawa K., Obara M.* High-order harmonic generation in laser-produced ions // *Phys. Rev. A* – 1993– V.48– p.4576-4581.
120. *Theobald W., Wülker C., Schäfer F. R., Chichkov B. N.* High-order harmonic generation in carbon vapor and low charged plasma. // *Opt. Commun.* – 1995– 120 – p. 177-183.
121. *Wahlström C.-G., Borgström S., Larsson J., Pettersson S.-G.* High-order harmonic generation in laser produced ions using a near-infrared laser // *Phys. Rev. A* – 1995– V.51– p.585-591.
122. *Ganeev R. A., Redkorechev V. I., Usmanov T.* Optical harmonics generation in low-temperature laser produced plasma// *Opt. Commun.* – 1997– V.135– p.251-256.
123. *Krushelnick A., Tighe W., Suckewer S.* Harmonic generation from ions in underdense aluminum and lithium-fluorine plasmas // *J. Opt. Soc. Am. A* – 1997. – V. 14 – p. 1687-1691.
124. *Ganeev R. A., Suzuki M., Baba M., Kuroda H.* Harmonic generation in XUV from chromium plasma// *Appl. Phys. Lett.* – 2005 – V.86 – p. 131116.
125. *Ozaki T., Elouga Bom L. B., Ganeev R., Kieffer J.-C., Suzuki M., Kuroda H.* Intense harmonic generation from silver ablation // *Laser Part. Beams* – 2007. – V.25. – p. 321-327.
126. *Elouga Bom L.B., Bouzid F., Vidal F., Kieffer J.-C., Ozaki T.* Correlation of plasma ion densities and phase matching with the intensities of strong single high-order harmonics // *J. Phys. B* – 2008 – V.41 – p. 215401.
127. *Ganeev R.A., Elouga Bom L.B., Wong, J.-P. Brichta M.C.H., Bhardwaj V.R., Redkin P.V., Ozaki T.* High-order harmonic generation from C<sub>60</sub>-rich plasma // *Phys. Rev. A* – 2009 – V.80 – p. 043808.
128. *Singhal H., Arora V., Rao B.S., Naik P.A., Chakravarty U., Khan R.A., Gupta P.D.* Dependence of high-order harmonic intensity on the length of preformed plasma plumes // *Phys. Rev. A* – 2009 – pp. 200979, 023807.

129. *Ganeev R.A.* Generation of high-order harmonics of high-power lasers in plasmas produced under irradiation of solid target surfaces by a prepulse // *Phys. Uspekhi* – 2009 – V.52 – pp.55-77.
130. *Oujja M., de Nalda R., López-Arias M., Torres R., Marangos J.P., Castillejo M.* CaF<sub>2</sub> ablation plumes as a source of CaF molecules for harmonic generation. *Phys. Rev. A* – 2010 – V.81 – p. 043841.
131. *Pertot Y., Elouga Bom L.B., Bhardwaj V.R., Ozaki T.* Pencil lead plasma for generating multimicrojoule high-order harmonics with a broad spectrum // *Appl. Phys. Lett.* – 2011 – V.98 – p. 101104.
132. *Elouga Bom L.B., Haessler S., Gobert O., Perdrix M., Lepetit F., Hergott J.-F., Carré B., Ozaki T., Salières P.* Attosecond emission from chromium plasma // *Opt. Express* – 2011 – V.19 – p. 3677-3683.
133. *Elouga Bom L.B., Pertot Y., Bhardwaj V.R., Ozaki T.* Multi- $\mu$ J coherent extreme ultraviolet source generated from carbon using the plasma harmonic method // *Opt. Express* – 2011 – V.19 – p. 3077-3085.
134. *Haessler S., Elouga Bom L.B., Gobert O., Hergott J.-F., Lepetit F., Perdrix M., Carré B., Ozaki T., Salières P.* Femtosecond envelope of the high-harmonic emission from ablation plasmas // *J. Phys. B* – 2012 – V.45 – p. 074012.
135. *Hutchison C., Ganeev R.A., Witting T., Frank F., Okell W.A., Tisch J.W.G., Marangos J.P.* Stable generation of high-order harmonics of femtosecond laser radiation from laser produced plasma plumes at 1 kHz pulse repetition rate // *Opt. Lett.* – 2012 – V.37 – pp. 2064-2066.
136. *Kumar M., Singhal H., Chakera J.A., Naik P.A., Khan R.A., Gupta P.D.* Study of the spatial coherence of high order harmonic radiation generated from preformed plasma plumes // *J. Appl. Phys.* – 2013 – V.114 – p. 033112.
137. *Haessler S., Strelkov V., Elouga Bom L.B., Khokhlova M., Gobert O., Hergott J.-F., Lepetit F., Perdrix M., Ozaki T., Salières P.* Phase distortions of attosecond pulses produced by resonance-enhanced high harmonic generation // *New J. Phys.* – 2013 – V.15 – p. 013051.

138. *Singhal H., Naik P.A., Kumar M., Chakera J.A., Gupta P.D.* Enhanced coherent extreme ultraviolet emission through high order harmonic generation from plasma plumes containing nanoparticles // *J. Appl. Phys.* – 2014 – V.115 – p. 033104.
139. *Rosenthal N., Marcus G.* Discriminating between the role of phase matching and that of the single-atom response in resonance plasma-plume high-order harmonic generation // *Phys. Rev. Lett.* – 2015 – V.115 – p. 133901.
140. *Fareed M.A., Thire N., Mondal S., Schmidt B.E., Legare F., Ozaki T.* Efficient generation of sub-100 eV high-order harmonics from carbon molecules using infrared laser pulses // *Appl. Phys. Lett.* – 2016 – V.108 – p. 124104.
141. *Fareed M.A., Strelkov V.V., Thire N., Mondal S., Schmidt B.E., Legare F., Ozaki T.* High-order harmonic generation from the dressed autoionizing states // *Nature Commun.* – 2017 – V.8 – p. 1606.
142. *Wostmann M., Splitthoff L., Zacharias H.* Control of quasi-phase-matching of high-harmonics in a spatially structured plasma // *Opt. Express* – 2018 – V.26 – p. 14524.
143. *Kumar M., Singhal H., Chakera J.A.* High order harmonic radiation source for multicolor extreme ultraviolet radiography of carbon plumes // *J. Appl. Phys.* – 2019 – V. 125 – p. 155902.
144. *Singh M., Fareed M.A., Laramée A., Isgandarov E., Ozaki T.* Intense vortex high-order harmonics generated from laser-ablated plume // *Appl. Phys. Lett.* – 2019 – V.115 – p. 231105.
145. *Liang J., Lai Y.H., Fu W., Shan Y., Yu W., Guo C.* Observation of resonance-enhanced high-order harmonics from direct excitation of metal nanoparticles with femtosecond pulses // *Phys. Rev. A* – V.102 – p. 053117.
146. *Ganeev R.A., Suzuki M., Baba M., Kuroda H., Ozaki T.* Strong resonance enhancement of a single harmonic generated in the extreme ultraviolet range // *Opt. Lett.* – 2006 – V. 31 – p. 1699-1701.
147. *Toma E. S., Antoine P., Bohan A.D., Muller H.G.* Resonance-enhanced high-harmonic generation // *J. Phys. B* – 1999 – V.32 – p. 5843.

148. *Gaarde M.B., Schafer K.J.* Enhancement of many high-order harmonics via a single multiphoton resonance // *Phys. Rev. A* – 2001 – V.64 –p. 013820.
149. *Figueira de Morisson Faria C., Kopold R., Becker W., Rost J.M.* Resonant enhancements of high-order harmonic generation // *Phys. Rev. A* – 2002 – V.65 –p. 023404.
150. *Milošević D.B.* Resonant high-order harmonic generation from plasma ablation: Laser intensity dependence of the harmonic intensity and phase // *Phys. Rev. A* – 2010 – V.81 – p. 023802.
151. *Milošević D.B.* High-energy stimulated emission from plasma ablation pumped by resonant high-order harmonic generation // *J. Phys. B* – 2007 – V.40 – pp. 3367-3376.
152. *Schweigert I. V., Mukamel S.* Coherent Ultrafast Core-Hole Correlation Spectroscopy: X-Ray Analogues of Multidimensional NMR. // *Phys. Rev. Lett.* – 2007. – V. 99 – p.163001.
153. *Mitrofanov A. V., Voronin A. A., Mitryukovskiy S. I., Sidorov-Biryukov D. A., Pugžlys A., Andriukaitis G., Flöry T., Stepanov E. A., Fedotov A. B., Baltuška A., Zheltikov A. M.* Mid-infrared-to-mid-ultraviolet supercontinuum enhanced by third-to-fifteenth odd harmonics // *Optics Letters* – 2015–V. 40, – Is. 9, –pp. 2068-2071.
154. *Tate J., Augustine T., Muller H. G., Salières P., Agostini P., DiMauro L. F.,* Scaling of wave-packet dynamics in an intense midinfrared field // *Phys. Rev. Lett.* – 2007.– V.98 – p. 013901.
155. *Frolov M.V., Manakov N.L., Starace A.F.* Wavelength scaling of high-harmonic yield: threshold phenomena and bound state symmetry dependence // *Phys. Rev. Lett.* – 2008 – V.100. – p. 173001.
156. *Frolov M.V., Manakov N.L., Xiong W.-H., Peng L.-Y., Burgdörfer J., Starace A.F.* Scaling laws for high-order-harmonic generation with mid - infrared laser pulses // *Phys. Rev. A* – 2015– V.92. – p. 023409.
157. *Lan P., Takahashi E. J., Midorikawa K.* Wavelength scaling of efficient high-order harmonic generation by two-color infrared laser fields // *Phys. Rev. A.* – 2010. – V. 81. – P. 061802.

158. *Emelina A. S., Emelin M. Yu., Ryabikin M. Yu.* Subattosecond keV beats of the high-harmonic x-ray field produced with few-cycle mid-IR laser pulses: Magnetic-field effects. // *Physical Review A.* – 2016. – V. 93(4) – p. 043802.
159. *Kim A. V., Ryabikin M. Y., Sergeev A. M.* From femtosecond to attosecond pulses // *Phys. Usp.* – 1999 – V. 42, – p.54–61.
160. *Taranukhin V. D.* Relativistic high-order harmonic generation // *Laser Phys.* – 2000. – V.10. – p.330–336.
161. *Walser M.W., Keitel C.H., Scrinzi A., Brabec T.* High harmonic generation beyond the electric dipole approximation // *Phys. Rev. Lett.* – 2000. – V. 85. – p. 5082–5085.
162. *Chirilă C.C., Kylstra N.J., Potvliege R.M., Joachain C. J.* Nondipole effects in photon emission by laser-driven ions // *Phys. Rev. A* – 2002. – V. 66. – p. 063411.
163. *Emelina A.S., Emelin M.Y., Ryabikin M.Y.* Multi-keV ultrahigh-order harmonics produced in gases with subrelativistically intense mid-IR laser pulses // *J. Opt. Soc. Am. B* – 2015. – V.32. – p. 2478–2487.
164. *Willems F. et al.* Probing ultrafast spin dynamics with high-harmonic magnetic circular dichroism spectroscopy // *Physical Review B* – 2015–V. 92–p.220405(R).
165. *Alves C., Lambert G., Malka V.* Resonant Faraday effect using high-order harmonics for the investigation of ultrafast demagnetization. // *Physical Review B.* – 2019– V.100 – 144421.
166. *Antoine P., L’Huillier A., Lewenstein M., Salières P., Carré B.* Theory of high-order harmonic generation by an elliptically polarized laser field. // *Physical Review A.* – 1996. – V. 53(3) – p.1725–1745.
167. *Weihe F. A., Bucksbaum P. H.* Measurement of the polarization state of high harmonics generated in gases. // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 1996. – V. 13, – № 1.
168. *Budil K. S., Salières P., L’Huillier A., Ditmire T., Perry M. D.* Influence of ellipticity on harmonic generation. // *Phys. Rev. A.* – 1993. – V.48, – p.R3437–R3440.

169. *Dietrich P., Burnett N. H., Ivanov M., Corkum P. B.* High-harmonic generation and correlated two-electron multiphoton ionization with elliptically polarised light. // *Phys. Rev. A.* – 1994 – V.50 – p.R3585–R3588
170. *Flettner A., König J., Mason M.B., Pfeifer T., Weichmann U., Düren R., Gerber G.* Ellipticity dependence of atomic and molecular high harmonic generation. // *Eur. Phys. J. D.* – 2002– V. 21– p. 115–119.
171. *Möller M. et al.* Dependence of high-order-harmonic-generation yield on driving-laser ellipticity. // *Physical Review A.* – 2012. – V.86 – p. 011401(r).
172. *Li Y., Zhu X., Zhang Q., Qin M., Lu. P.* Quantum-orbit analysis for yield and ellipticity of high order harmonic generation with elliptically polarized laser field // *Optics Express.* – 2013. – V. 21 – No. 4 – p. 4896.
173. *Kakehata M., Takada H., Yumoto H., Miyazaki K.* Anomalous ellipticity dependence of high-order harmonic generation. // *Physical Review A.* – 1997. – V. 55– n. 2.
174. *Ivanov M. Yu., Brabec T., Burnett N.* Coulomb corrections and polarization effects in high-intensity high-harmonic emission. // *Physical Review A.* – 1996. – V. 54– № 1.
175. *Wang B. et al.* Anomalous ellipticity dependence of the generation of near-threshold harmonics in noble gases // *Physical Review A.* – 2021. – V. 103 – 053119.
176. *Antoine P., Carré B., L’Huillier A., Lewenstein M.* Polarization of high-order harmonics. // *Physical Review A.* – 1997– V. 55– №. 2.
177. *Becker W., Lohr A., Kleber M.* A unified theory of high-harmonic generation: Application to polarization properties of the harmonics. // *Physical Review A.* – 1997. – V. 56, – №. 1.
178. *Shan B., Ghimire Sh., Chang Z.* Effect of orbital symmetry on high-order harmonic generation from molecules. // *Phys. Rev. A.* – 2004. – V.69 – p.021404(R).
179. *Zhang G. P., George Th. F.* Ellipticity dependence of optical harmonic generation in C60 // *Phys. Rev. A.* – 2006. – V.74 – p. 023811.

180. *Liu C., Zheng Y., Zeng Zh., Li R.* Driving-laser ellipticity dependence of high-order harmonic generation in graphene.//Physical Review A.– 2018. – V.97– p. 063412.
181. *Fleischer A., Kfir O., Diskin T., Sidorenko P., Cohen O.* Spin angular momentum and tunable polarization in high-harmonic generation. // Nat. Photon. – 2014. – V. 8 – p.543.
182. *Ferré A., Handschin C., Dumergue M., et al.* A table-top ultrashort light source in the extreme ultraviolet for circular dichroism experiments. // Nature Photon. – 2015. – V.9 – p.93–98.
183. *Hareli L., Shoulga G., Bahabad A.* Phase matching and quasi-phase matching of high-order harmonic generation – a tutorial // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys – 2020– V. 53– p. 233001.
184. *Paul A., et al.* Quasi-phase-matched generation of coherent extreme-ultraviolet light// Nature– 2003 – V.421– p.51.
185. *Willner A. et al* Coherent Control of High Harmonic Generation via Dual-Gas Multijet Arrays// Phys. Rev. Lett. – 2011– V.107 – p.175002.
186. *Ciriolo A.G. et al* High-order harmonic generation in a microfluidic glass device// J. Phys. Photonics– 2020– V.2– p.024005.
187. *Ciriolo A.G., Vázquez R.M., Roversi A., Frezzotti A., Vozzi C., Osellame R., Stagira S.* Femtosecond Laser-Micromachining of glass micro-chip for high order harmonic generation in gases// Micromachines – 2020– V.11 – p.165.
188. *Seres J., Yakovlev V. S., Seres E., Streltsov C., Wobrauschek P., Spielmann C., Krausz F.* Coherent superposition of laser-driven soft-X-ray harmonics from successive sources// Nat. Phys. – 2007– V.3 – p.878.
189. *Pirri A., Corsi C., Bellini M.* Enhancing the yield of high-order harmonics with an array of gas jets // Phys. Rev. A – 2008– V.78 – p.011801.
190. *Seres J., Yakovlev V.S., Seres E., Streltsov C. H., Wobrauschek P., Spielmann C.H., Krausz F.* Coherent superposition of laser-driven soft-X-ray harmonics from successive sources // Nature Phys. – 2007 – V.3 – pp.878-883.

191. *Tosa V., Yakovlev V.S., Krausz F.* Generation of tunable isolated attosecond pulses in multi-jet systems // *New J. Phys.* – 2008 – V.10 – p. 025016.
192. *Fok T., Węgrzyński Ł., Kozlova M., Nejdł J., Wachulak P.W., Jarocki R., Bartnik A., Fiedorowicz H.* High-order harmonic generation using a multi-jet gas puff target // *Photonics Lett. Poland* – 2014 – V.6 – pp.14-19.
193. *Kim K. Y. et al.* Coherent control of terahertz supercontinuum generation in ultrafast laser–gas interactions // *Nature photonics.* – 2008. – V. 2. – №. 10. – p. 605.
194. *Thacker C. et al.* H-ATLAS: the cosmic abundance of dust from the far-infrared background power spectrum // *The Astrophysical Journal.* – 2013. – T. 768. – №. 1. – C. 58.
195. *Zolotarev V. M. et al.* Spectral emissivity of a Globar lamp in the 2-50- $\mu\text{m}$  region // *Journal of Optical Technology.* – 2007. – T. 74. – №. 6. – C. 378-384.
196. *Charrada K., Zissis G., Aubes M.* Two-temperature, two-dimensional fluid modelling of mercury plasma in high-pressure lamps // *Journal of Physics D: Applied Physics.* – 1996. – T. 29. – №. 9. – C. 2432.
197. *Xu X. et al.* A watt-class 1-THz backward-wave oscillator based on sine waveguide // *Physics of Plasmas.* – 2012. – T. 19. – №. 1. – C. 013113.
198. *Shin Y. M. et al.* Circuit analysis of an extended interaction klystron // *Journal Korean Physical Society.* – 2004. – T. 44. – №. 2. – C. 1239-1245.
199. *Bhattacharjee S. et al.* Folded waveguide traveling-wave tube sources for terahertz radiation // *IEEE transactions on plasma science.* – 2004. – T. 32. – №. 3. – C. 1002-1014.
200. *Idehara T. et al.* Development of terahertz FU CW gyrotron series for DNP // *Applied Magnetic Resonance.* – 2008. – T. 34. – №. 3-4. – C. 265-275.
201. *Knyazev B. A., Kulipanov G. N., Vinokurov N. A.* Novosibirsk terahertz free electron laser: instrumentation development and experimental achievements // *Measurement Science and Technology.* – 2010. – T. 21. – №. 5. – C. 054017.
202. *Byrd J. M. et al.* Observation of broadband self-amplified spontaneous coherent terahertz synchrotron radiation in a storage ring // *Physical Review Letters.* – 2002. – T. 89. – №. 22. – C. 224801.

203. *Pérez S. et al.* Terahertz Gunn-like oscillations in InGaAs/InAlAs planar diodes // *Journal of applied physics*. – 2008. – T. 103. – №. 9. – C. 094516.
204. *Lusakowski J. et al.* Voltage tuneable terahertz emission from a ballistic nanometer InGaAs/InAlAs transistor // *Journal of applied physics*. – 2005. – T. 97. – №. 6. – C. 064307.
205. *Maestrini A. et al.* A frequency-multiplied source with more than 1 mW of power across the 840–900-GHz band // *IEEE transactions on microwave theory and techniques*. – 2010. – T. 58. – №. 7. – C. 1925-1932.
206. *Ozyuzer L. et al.* Emission of coherent THz radiation from superconductors // *Science*. – 2007. – T. 318. – №. 5854. – C. 1291-1293.
207. *Dodel G.* On the history of far-infrared (FIR) gas lasers: Thirty-five years of research and application // *Infrared physics & technology*. – 1999. – T. 40. – №. 3. – C. 127-139.
208. *Hübers H. W., Pavlov S. G., Shastin V. N.* Terahertz lasers based on germanium and silicon // *Semiconductor science and technology*. – 2005. – T. 20. – №. 7. – C. S211.
209. *Williams B. S.* Terahertz quantum cascade lasers // *Asia Optical Fiber Communication and Optoelectronic Exposition and Conference*. – Optical Society of America, 2008. – C. SuG3.
210. *McIntosh K. A. et al.* Terahertz photomixing with diode lasers in low-temperature-grown GaAs // *Applied Physics Letters*. – 1995. – T. 67. – №. 26. – C. 3844-3846.
211. *Wu X. L. et al.* Green light stimulates terahertz emission from mesocrystal microspheres // *Nature nanotechnology*. – 2011. – T. 6. – №. 2. – C. 103-106.
212. *Shen Y. C. et al.* Ultrabroadband terahertz radiation from low-temperature-grown GaAs photoconductive emitters // *Applied physics letters*. – 2003. – T. 83. – №. 15. – C. 3117-3119.
213. *Beaurepaire E. et al.* Coherent terahertz emission from ferromagnetic films excited by femtosecond laser pulses // *Applied Physics Letters*. – 2004. – T. 84. – №. 18. – C. 3465-3467.

214. *Kawase K. et al.* Coherent tunable THz-wave generation from LiNbO<sub>3</sub> with monolithic grating coupler // *Applied Physics Letters*. – 1996. – Т. 68. – №. 18. – С. 2483-2485.
215. *Бугай А.Н., Сазонов С.В.* Генерация терагерцового суперконтинуума при саморассеянии фемтосекундного импульса в режиме оптического выпрямления // *Письма в ЖЭТФ*. – 2008 – т.87 – вып.8 – с. 470-476.
216. *Бугай А.Н., Сазонов С.В.* Генерация терагерцового излучения в режиме резонансно-нерезонансного оптического выпрямления // *Письма в ЖЭТФ*. – 2010 – т.92 – вып.4 – с. 260-266.
217. *Ovchinnikov A.V., Chefonov O.V., Agranat M.B., Fortov V.E., Jazbinsek M., Hauri C.P.* Generation of strong-field spectrally tunable terahertz pulses // *Optics Express* – 2020 – V. 28 – Is. 23 – pp. 33921-33936.
218. *Rowley J. D. et al.* Terahertz generation by optical rectification in uniaxial birefringent crystals // *Optics Express*. – 2012. – Т. 20. – №. 15. – С. 16968-16973.
219. *Hargreaves S., Radhanpura K., Lewis R. A.* Generation of terahertz radiation by bulk and surface optical rectification from crystal planes of arbitrary orientation // *Physical Review B*. – 2009. – Т. 80. – №. 19. – С. 195323.
220. *Dember H.* A photoelectrical-motive energy in copper-oxide crystals // *Phys. Z.* – 1931. – Т. 32. – С. 554-556.
221. *Heyman J. N. et al.* Diffusion and drift in terahertz emission at GaAs surfaces // *Applied physics letters*. – 2003. – Т. 83. – №. 26. – С. 5476-5478.
222. *Horvat J., Lewis R. A.* Peeling adhesive tape emits electromagnetic radiation at terahertz frequencies // *Optics letters*. – 2009. – Т. 34. – №. 14. – С. 2195-2197.
223. *Cortie D. L., Lewis R. A.* Terahertz surfoluminescence // *Surface science*. – 2012. – Т. 606. – №. 21-22. – С. 1573-1576.
224. *Kitaeva G. K.* Terahertz generation by means of optical lasers // *Laser Physics Letters*. – 2008. – Т. 5. – №. 8. – С. 559-576.
225. *Woolard D. L. et al.* Terahertz frequency sensing and imaging: A time of reckoning future applications? // *Proceedings of the IEEE*. – 2005. – Т. 93. – №. 10. – С. 1722-1743.

226. *Wynne K., Carey J. J.* An integrated description of terahertz generation through optical rectification, charge transfer, and current surge // *Optics Communications*. – 2005. – T. 256. – №. 4-6. – C. 400-413
227. *Zhang X. C., Xu J.* Introduction to THz wave photonics. – New York : Springer, 2010. – T. 29. – C. 246.
228. *Nazarov M. M., Shcheglov P. A., Teplyakov V. V., Chashchin M. V., Mitrofanov A. V., Sidorov-Biryukov D. A., Panchenko V. Y., Zheltikov A. M.*, Broadband terahertz generation by optical rectification of ultrashort multiterawatt laser pulses near the beam breakup threshold // *Optics Letters* – 2021– V. 46 – Is. 23– pp. 5866-5869.
229. *Hamster H. et al.* Subpicosecond, electromagnetic pulses from intense laser-plasma interaction // *Physical review letters*. – 1993. – T. 71. – №. 17. – C. 2725.
230. *Löffler T. et al.* Efficient terahertz pulse generation in laser-induced gas plasmas // *Acta Phys. Pol. A*. – 2005. – T. 107. – C. 99-108.
231. *Tzortzakis S. et al.* Coherent subterahertz radiation from femtosecond infrared filaments in air // *Optics Letters*. – 2002. – T. 27. – №. 21. – C. 1944-1946.
232. *Cook D. J., Hochstrasser R. M.* Intense terahertz pulses by four-wave rectification in air // *Optics letters*. – 2000. – T. 25. – №. 16. – C. 1210-1212.
233. *Bartel T. et al.* Generation of single-cycle THz transients with high electric-field amplitudes // *Optics Letters*. – 2005. – T. 30. – №. 20. – C. 2805-2807.
234. *Xie X., Dai J., Zhang X. C.* Coherent control of THz wave generation in ambient air // *Physical review letters*. – 2006. – T. 96. – №. 7. – C. 075005.
235. *Thomson M. D., Blank V., Roskos H. G.* Terahertz white-light pulses from an air plasma photo-induced by incommensurate two-color optical fields // *Opt. Express*. – 2010. – T. 18, No 22. –p. 23173–23182
236. *Matsubara E., Nagai M., Ashida M.* Coherent infrared spectroscopy system from terahertz to near infrared using air plasma produced by 10-fs pulses // *J. Opt. Soc. Am. B*. – 2013. –V. 30, No 6. – p. 1627—1630.

237. *Fuji T., Suzuki T.* Generation of sub-two-cycle mid-infrared pulses by four-wave mixing through filamentation in air // *Opt. Lett.* – 2007. – V. 32, No 22. – p. 3330 – 3332.
238. *Zhang X. C., Shkurinov A., Zhang Y.* Extreme terahertz science // *Nat. Photonics.* – 2017. – V. 11, No 1. – p. 16.
239. *Andreeva V. A., Kosareva O. G., Panov N. A., Shipilo D. E., Solyankin P. M., Esaulkov M. N., Gonz'alez de Alaiza Mart'inez P., Shkurinov A. P., Makarov V. A., Berge L., Chin S. L.* Ultrabroad terahertz spectrum generation from an air-based filament plasma // *Phys. Rev. Lett.* – 2016. – V. 116, No 6. – p. 063902.
240. *Borodin A.V., Esaulkov M.N., Kuritsyn I.I., Kotelnikov I.A., Shkurinov A.P.* On the role of photoionization in generation of terahertz radiation in the plasma of optical breakdown // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 2012. – V. 29, No 8. – p. 1911–1919.
241. *Oh T.I., You Y.S., Jhajj N., Rosenthal E.W., Milchberg H.M., Kim K.Y.* Intense terahertz generation in two-color laser filamentation: energy scaling with terawatt laser systems // *New J. Phys.* – 2013. – V. 15 – No 7. — p. 075002.
242. *Ushakov A.A., Chizhov P.A., Andreeva V.A., Panov N.A., Shipilo D.E., Matoba M., Nemoto N., Kanda N., Konishi K., Bukin V.V., Kuwata-Gonokami M., Kosareva O.G., Garnov S.V., Savel'ev A.B.* Ring and unimodal angular-frequency distribution of THz emission from two-color femtosecond plasma spark // *Opt. Express.* – 2018. – V. 26, No 14. – p. 18202–18213.
243. *Ushakov A., Matoba M., Nemoto N., Kanda N., Konishi K., Chizhov P.A., Panov N.A., Shipilo D.E., Bukin V., Kuwata-Gonokami M., Yumoto J., Kosareva O.G., Garnov S.V., Savelev A.* Backward terahertz radiation from the two-color femtosecond laser filament // *JETP Letters.* – 2017. – V. 106, P. 706.
244. *Ushakov A. A., Panov N. A., Chizhov P. A., Shipilo D. E., Bukin V. V., Savel'ev A. B., Garnov S. V., Kosareva O. G.* Waveform, spectrum, and energy of backward terahertz emission from two-color femtosecond laser induced microplasma // *Appl. Phys. Lett.* – 2019. – T. 114, No 8. – c. 081102.
245. *Clerici M. et al.* Wavelength scaling of terahertz generation by gas ionization // *Physical Review Letters.* – 2013. – T. 110. – №. 25. – C. 253901.

246. Wang W. M. et al. Tunable circularly polarized terahertz radiation from magnetized gas plasma // Physical review letters. – 2015. – Т. 114. – №. 25. – С. 253901.
247. Ушаков А.А., Чижов П.А., Волков Р.В., Букин В.В., Гарнов С.В. Зависимость эффективности генерации терагерцового излучения от состояния поляризации полей двуцветной накачки про оптическом пробое воздуха// Краткие сообщения по физике ФИАН – 2014– V. 7 – pp. 31–37.
248. Wang W. M. et al. Terahertz radiation by two-color lasers due to the field ionization of gases // Physical Review E. – 2013. – Т. 87. – №. 3. – С. 033108.
249. Zhang L. L. et al. Observation of terahertz radiation via the two-color laser scheme with uncommon frequency ratios // Physical Review Letters. – 2017. – Т. 119. – №. 23. – С. 235001.
250. Wang W. M. et al. Terahertz emission driven by two-color laser pulses at various frequency ratios // Physical Review A. – 2017. – Т. 96. – №. 2. – С. 023844.
251. Kostin V. A. et al. Ionization-induced multiwave mixing: terahertz generation with two-color laser pulses of various frequency ratios // Physical review letters. – 2016. – Т. 117. – №. 3. – С. 035003.
252. Zhou Z. et al. Analysis of THz generation by multicolor laser pulses with various frequency ratios // Physical Review A. – 2020. – Т. 101. – №. 4. – С. 043422.
253. Новотный Л., Хехт Б. Основы нанооптики.– М: Наука, 2011 – с. 89.
254. Sick B., Hecht B., Wild U.P., et al. Probing confined fields with single molecules and vice versa // J. Microsc. – 2001 – V.202 – p. 365.
255. Bautista G. et al. Second-Harmonic Generation Imaging of Metal Nano-Objects with Cylindrical Vector Beams // Nano Lett. – 2012 – V.12 – pp. 3207–3212.
256. Huttenen M. et al. Nonlinear chiral imaging of subwavelength-sized twisted-cross gold nanodimers // Optical Materials Express – 2011 – V.1 (1) – p. 46.
257. Straupe S., Kulik S. Quantum optics the quest for higher dimensionality // Nature Photonics – 2010 – V.4 (9) – p. 585.

258. *Владимирова Ю.В., Задков В.Н.* Квантовая оптика единичных квантовых излучателей в ближнем поле наночастицы // *Успехи физических наук* – 2022 – т. 192 – с. 267–293.
259. *Kroger L.A., Reich C.W.* Features of the Low-Energy Level Scheme of  $^{229}\text{Th}$  as Observed in the  $\alpha$ -Decay of  $^{233}\text{U}$  // *Nucl.Phys.A.* – 1976 – V.259 – p. 29.
260. *Burke D., Garrett P., Qu T., Naumann R.* Additional evidence for the proposed excited state at  $\leq 5$  eV in  $^{229}\text{Th}$  // *Phys. Rev. C* – 1990 – V.42 – p. 499.
261. *Reich C.W., Helmer R.G.* Energy separation of the doublet of intrinsic states at the ground state of  $^{229}\text{Th}$  // *Phys.Rev.Lett.* – 1990 – V.64 – p. 271.
262. *Helmer R.G., Reich C.W.* An excited state of  $^{229}\text{Th}$  at 3.5 eV // *Phys. Rev. C* – 1994 – V.49 – p. 1845.
263. *Burke D., Garretta P., Qu T., Naumann R.* Alternative approach to populate and study the  $^{229}\text{Th}$  nuclear clock isomer // *Nucl. Phys. A* – 2008 – V.809 – p. 129.
264. *Beck B., Becker J., Beiersdorfer P., Brown G., Moody K., Wilhelmy J., Porter F., Kilbourne C., Kelley R.* Energy Splitting of the Ground-State Doublet in the Nucleus  $^{229}\text{Th}$  // *Phys. Rev. Lett.* – 2007 – V.98 – p. 142501.
265. *Wense L. et. al.* Direct detection of the  $^{229}\text{Th}$  nuclear clock transition // *Nature* – 2016 – V.533 – p.47.
266. *Tkalya E.V.* Properties of the optical transition in the  $^{229}\text{Th}$  nucleus // *Physics-Uspekhi* – 2003 – V.46 – p. 315.
267. *Seiferle B., Wense L., Thierolf P.G.* Lifetime Measurement of the  $^{229}\text{Th}$  Nuclear Isomer // *Phys.Rev.Lett.* – 2017 – V.118 – p. 042501.
268. *Wense L., Seiferle B., Laatiaoui M., Neumayr J., Maier H., Wirth H., Mokry C., Runke J., Eberhardt K., Düllmann C., Trautmann N., Thierolf P.* Direct detection of the  $^{229}\text{Th}$  nuclear clock transition // *Nature* – 2016 – V.533 – p. 47.
269. *Thielking J., Okhapkin M.V., Glowacki P., Meier D.M., Wense L., Seiferle B., Düllmann C.E., Thierolf P.G., Peik E.* Laser spectroscopic characterization of the nuclear-clock isomer  $^{229\text{m}}\text{Th}$  // *Nature* – 2018 – V.556 – p. 321.
270. *Tkalya E.V.* Proposal for a Nuclear Gamma-Ray Laser of Optical Range // *Phys.Rev.Lett.* – 2011 – V.106 – p. 162501.

271. *Burvenich T.J., Evers J., Keitel C.H.* Nuclear Quantum Optics with X-Ray Laser Pulses // *Phys.Rev.Lett.* – 2006 – V.96 – p. 142501.
272. *Goldanskii V.I., Namiot V.A.* On the excitation of isomeric nuclear levels by laser radiation through inverse internal electron conversion // *Phys. Lett. B* – 1976 – V.62 – p. 393.
273. *Palffy A., Evers J., Keitel J.* Isomer Triggering via Nuclear Excitation by Electron Capture // *Phys. Rev. Lett.* – 2007 – V.99 – p. 172502.
274. *Chiara C., Carroll J., Carpenter M., Greene J., Hartley D., Janssens R., Lane G., Marsh J., Matters D., Polasik M., Rzadkiewicz J., Seweryniak D., Zhu S., Bottoni S., Hayes A., Karamian S.* Isomer depletion as experimental evidence of nuclear excitation by electron capture // *Nature* – 2018 – V.554 – p. 216.
275. *Morita M.* Nuclear Excitation by Electron Transition and Its Application to Uranium 235 Separation // *Progr. Theor. Phys.* – 1973 – V.49 – p. 1574.
276. *Tkalya E.V.* Nuclear excitation in atomic transitions (NEET process analysis) // *Nucl.Phys.A* – 1992 – V. 539 – p.209.
277. *Tkalya E.V., Akhrameev E.V., Arutyunyan R.V., Bol'shov L.A., Kondratenko P.S.* Excitation of atomic nuclei in hot plasma through resonance inverse electron bridge // *Phys. Rev. C* – 2014 – V.90 – p. 034614.
278. *Borisyuk P.V., Chubunova E.V., Lebedinskii Yu.Yu., Tkalya E.V., Vasilyev O.S., Yakovlev V.P., Kolachevsky N.N.* Autoelectronic emission and charge relaxation of thorium ions implanted into a thin-film silicon oxide matrix // *Laser Physics Letters*. – 2021. – V. 18. – № 2. – P. 025301.
279. *Derevyashkin S.P., Borisyuk P.V., Strelkin S.A., Tkalya E.V., Tregubov D.O., Tronin I.V., Yakovlev V.P., Khabarova K.Yu., Kolachevsky N.N.* Cumulative loading of the ion trap by laser ablation of thorium target in buffer gas // *Laser Physics Letters*. – 2020. – V. 18. – № 1. – P. 015501.
280. *Lebedinskii Y.Y., Borisyuk P.V., Chubunova E.V., Kolachevsky N.N., Vasiliev O.S., Tkalya E.V.* A unique system for registering one-photon signals in the ultraviolet range from an isomeric  $^{229\text{m}}\text{Th}$  nucleus implanted on thin  $\text{SiO}_2/\text{Si}$  films //

Physica Status Solidi. A: Applications and Materials Science. – 2020. – V. 217. – № 4. – P. 1900551.

281. *Borisyyuk P.V., Kolachevsky N.N., Tkalya E.V., Tolstikhina I.Y., Taichenachev A.V., Yudin V.I.* Excitation of the low-energy Th 229m isomer in the electron bridge process via the continuum // *Physical Review C*. – 2019. – 100. – № 4. – P. 044306.

282. *Strizhov V., Tkalya E.* Decay channel of low-lying isomer state of the 229Th nucleus. Possibilities of experimental investigation // *Sov. Phys.—JETP* – 1991 – V.72 – p. 387.

283. *Tkalya E.V.* Excitation of low-lying isomeric level of the nucleus 229Th by optical photons // *Sov. Phys. Dokl.* – 1990 – V.35 – p. 1069.

284. *Bilous P., Peik E., Pálffy A.* Laser-induced electronic bridge for characterization of the 229m Th → 229g Th nuclear transition with a tunable optical laser // *New J. Phys.* – 2018 – V.20 – p. 013016.

285. *Karpeshin F., Harston M.R., Attallah F., Chemin J.F., Scheurer J.N., Band I.M., Trzhaskovskaya M.B.* Subthreshold internal conversion to bound states in highly ionized 125 Te Ions // *Phys. Rev. C* – 1996 – V.53 – p. 1640.

286. *Attallah F., Aiche M., Chemin J.F., Scheurer J.N., Meyerhof W.E., Grandin J.P., Aguer P., Bogaert G., Kiener J., Lefebvre A., Thibaud J.P., Grunberg C.* Charge State Blocking of K-Shell Internal Conversion in 125 Te // *Phys.Rev.Lett.* – 1995 – V.75 – p. 1715.

287. *Attallah F., Aiche M., Chemin J., Scheurer J., Meyerhof W., Grandin J., Aguer P., Bogaert G., Grunberg C., Kiener J., Lefebvre A., Thibaud J.* Ionic charge dependence of the internal conversion coefficient and nuclear lifetime of the first excited state in 125 Te // *Phys. Rev. C* – 1997 – V.55 – p. 1665.

288. *Келдыш Л.В.* Ионизация в поле сильной электромагнитной волны // *ЖЭТФ*. – 1964. – Т. 47. – №5. – С. 1945-1957.

289. *Ландау Л.Д., Lifshits E.M.* Теоретическая физика. Том 3. Квантовая механика (нерелятивистская теория). Изд. 6. – М.: Физматлит, 2020. – С. 156.

290. *Андреев А.В.* Релятивистская квантовая механика: частицы и зеркальные частицы – М.: Физматлит, 2009. – С. 179.
291. *Бабичев А.П., Бабушкина Н.А., Братковский А.М.* Физические величины: Справочник – М.: Энергоатомиздат, 1991. С. 895.
292. <http://grotrian.nsu.ru/>
293. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов сумм рядов и произведений М.: Физматгиз, 1963. С. 807.
294. *Бете Г., Солпитер Э.* Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами.– М.: ГИФМЛ, 1960. – С. 256.
295. *Lewenstein M., Balcou Ph., Ivanov M.Yu., L’Huillier A., Corkum P.B.* Theory of high-harmonic generation by low-frequency laser fields // *Phys. Rev. A.* – 1994. – V. 49. – Is. 3. – P. 2117.
296. *Ganeev R.A, Baba M., Suzuki M., Kuroda H.* High-order harmonic generation from silver plasma // *Phys. Lett. A.* – 2005. – V. 339. P. 103–109.
297. *Kitzler M., Xie X., Roither S., Scrinzi A., Baltuska A.* Optical attosecond mapping by polarization selective detection // *Phys. Rev. A.* – 2007. – V. 76. – P. R011801.
298. *Kitzler M., Xie X., Roither S., Scrinzi A., Baltuska A.* Angular encoding in attosecond recollision // *New J. Phys.* – 2008. – V. 10. – P. 025029.
299. *Schmidt B.E., Shiner A.D., Giguère M., Lassonde P., Trallero-Herrero C.A., Kieffer J-C., Corkum P.B., Villeneuve D.M., Légaré F.* High harmonic generation with long-wavelength few-cycle laser pulses // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* – 2012. – V. 45. – №7. – P. 074008.
300. *Sofier H., Botheron P., Shafir D., Diner A., Raz O., Bruner B. D., Mairesse Y., Pons B., Dubovich N.* Near-threshold highorder harmonic spectroscopy with aligned molecules // *Phys. Rev. Lett.* – 2010. – V. 105. – P. 143904.
301. *Yost D.C., Schibli T.R., Ye J., Tate J.L., Hostetter J., Gaarde M.B., Schafer K.J.* Vacuum-ultraviolet frequency combs from below-threshold harmonics // *Nat. Phys.* – 2009. – V. 5. – P. 815–820.

302. *Power E.P., March A.M., Catoire F., Sistrunk E., Krushelnick K., Agostini P., DiMauro L.F.* XFROG phase measurement of threshold harmonics in Keldysh-scaled system // *Nat. Photonics.* – 2010. – V. 4. – P. 352–356.
303. *Schafer K.J., Yang B., DiMauro L.F., Kulander K.C.* Above threshold ionization beyond the high harmonic cutoff // *Phys. Rev. Lett.* – 1993. – V. 70. P. 1599–1602.
304. *Азам Р., Бауара Н.* Эллипсометрия и поляризованный свет – М.: Мир, 1981. – С. 156.
305. *Khan S.D., Cheng Ya., Zhao K., Chini M., Zhao B., Chang Z.* Ellipticity dependence of high harmonics from 400 nm driving pulses // *CLEO: 2011 «Laser Applications to Photonic Applications, OSA Technical Digest, Washington, DC».* – 2011. – P. JWA88.
306. *Budil K.S., Salières P., L’Huillier A., T. Ditmire T., Perry M.D.* Influence of ellipticity on harmonic generation // *Phys. Rev. A.* – 1993. – V. 48. – P. R3437(R).
307. *Shafir D., Mairesse Ya., Wörner H.J., Rupnik K., Villeneuve D.M., Corkum P.B., Dudovich N.* Probing the symmetry of atomic wavefunctions from the point of view of strong field-driven electrons // *New J. Phys.* – 2010. – V. 12. – P. 073032.
308. *Sarantseva T.S., Frolov M.V., Manakov N.L., M.Y. Ivanov M.Y., Starace A.F.* Harmonic generation spectroscopy with a two-colour laser field having orthogonal linear polarizations // *J. Phys. B: At., Mol. Opt. Phys.* – 2013. – V. 46. P. 231001.
309. *Popmintchev T., Chen M-C., Bahabad A., Gerrity M., Sidorenko P., Cohen O., Christov I.P., Murnane M.M., Kapteyn H.C.* Phase matching of high harmonic generation in the soft and hard X-ray regions of the spectrum // *Proc. Natl. Acad. Sci. USA.* – 2009. – V. 106. – P. 10516.
310. *Long S., Becker W., McIver J.K.* Model calculations of polarization-dependent two-color high-harmonic generation // *Phys. Rev. A.* – 1995. – V. 52. – P. 2262.
311. <https://refractiveindex.info/>
312. *Lambert G., Andreev A., Gautier J., Giannessi L., Malka V.* Spatial properties of odd and even low order harmonics generated in gas // *Scientific Reports.* – 2015. – V. 5. – P. 7786.

313. *Ganeev R.A., Hutchison C., Siegel T., Zair A., Marangos J.P.* Quantum path signatures in harmonic spectra from metal plasma // 2011 Phys. Rev. A. – 2011. – V. 83. – P. 063837.
314. *Catoire F., Ferré A., Hort O., Dubrouil A., Quintard L., Descamps D., Petit S., Burgy F., Mével E., Y. Mairesse Y., Constant E.* Complex structure of spatially resolved high-order-harmonic spectra // Phys. Rev. A. – 2016. – V. 94. – P. 063401.
315. *Carlstrom S., Preclíková J., Larsen E.W., Lorek E.* Spatially and spectrally resolved quantum path interference with chirped driving pulses // New J. Phys. – 2016. – V. 18. P. 123032.
316. *Zair A., Holler M., Guandalini A., F. Schapper F., J. Biegert J., L. Gallmann L., Keller U., Wyatt A. S., Monmayrant A., Walmsley I. A., Cormier E., T. Auguste T., Caumes J. P., P. Salières P.* Quantum Path Interferences in High-Order Harmonic Generation // Phys Rev. Lett. – 2008. – V. 100. – P. 143902.
317. *Takahashi E., Nabekawa Y., Nurhuda M., Midorikawa K.* Generation of high-energy high-order harmonics by use of a long interaction medium // JOSA B. – 2003. – V. 20. – Is. 1. – P. 158-165.
318. *Ganeev R. A.* On- and off-axis studies of the quasi-phase-matching-enhanced harmonics generated in the multi-jet laser-produced plasmas // Journal of Physics B: Atomic, Molecular & Optical Physics. – 2016. – V. 49., № 9. – P. 095402.
319. *Ganeev R. A., Suzuki M., Kuroda H.* Quasi-phase-matching of high-order harmonics in multiple plasma jets // Phys. Rev. A. – 2014. – V. 89. – P. 033821.
320. *Le Perchec J., Que'merais P., Barbara A., Lo'pez-Ri'os T.* Why Metallic Surfaces with Grooves a Few Nanometers Deep and Wide May Strongly Absorb Visible Light // PRL. – 2008. – V. 100. – P. 066408.
321. *Kim K.Y., Glowonia J.H., Taylor A.J., Rodriguez G.* Terahertz emission from ultrafast ionizing air in symmetry-broken laser fields // Opt. Express. – 2007. – V. 15. – №8. – P. 4577–4584.
322. *Dai J., Karpowicz N., Zhang X.C.* Coherent polarization control of terahertz waves generated from two-color laser-induced gas plasma // Phys. Rev. Lett. – 2009. – V. 103. – P. 023001.

323. *Li M., Li W., Shi Y., Lu P., Pan H., Zeng H.* Verification of the physical mechanism of THz generation by dual-color ultrashort laser pulses // *Appl. Phys. Lett.* – 2012. – V. 101 – P. 161104.
324. *Kim K.Y.* Generation of coherent terahertz radiation in ultrafast laser-gas interactions // *Phys. Plasmas.* – 2009. – V. 16. – P. 056706.
325. *Liu J., Dai J., Chin S.L., Zhang X.-C.* Broadband terahertz wave remote sensing using coherent manipulation of fluorescence from asymmetrically ionized gases // *Nat. Photon.* – 2010. – V. 4. P. 627.
326. *Mitryukovskiy S.I., Liu Y., Prade B., Houard A., Mysyrowicz A.* Coherent synthesis of terahertz radiation from femtosecond laser filaments in air // *Appl. Phys. Lett.* – 2013. – V. 102. – P. 221107.
327. *Zhong H., Karpowicz N., Zhang X.-C.* Terahertz emission profile from laser-induced air plasma // *Appl. Phys. Lett.* – 2006. – V. 88. – P. 261103.
328. *Panov N.A., Kosareva O.G., Andreeva V.A., Savel'ev A.B., Uryupina D.S., Volkov R.V., Makarov V.A., Shkurinov A.P.* Angular distribution of the terahertz radiation intensity from the plasma channel of a femtosecond filament // *JETP Lett.* – 2011. – V. 93. – Is. 11. – P. 638
329. *Jahangiri F., Hashida M., Tokita S., Nagashima T., Hangyo M., Sakabe S.* Enhancing the energy of terahertz radiation from plasma produced by intense femtosecond laser pulses // *Applied Physics Letters.* – 2013. – V. 102. – Is. 19. – P. 191106.
330. *Liu D. W., Iza F., Kong M. G.* Electron heating in radio-frequency capacitively coupled atmospheric-pressure plasmas // *Applied Physics Letters.* – 2008. – V. 99. – Is. 26. – P. 261503.
331. *Kreß M. et al.* Determination of the carrier-envelope phase of few-cycle laser pulses with terahertz-emission spectroscopy // *Nature Phys.* – 2006. – V. 2. – P. 327–331.
332. *Wense L., Zhang C.* Concepts for direct frequency-comb spectroscopy of 229mTh and an internal-conversion-based solid-state nuclear clock // *EPJ D.* – 2020. – V. 74. – №146. – P. 10.

333. *Tzankov P., Steinkellner O., Zheng J., Mero M., Freyer W., Husakou A., Babushkin I., Herrmann J., Noack F.* High-power fifth-harmonic generation of femtosecond pulses in the vacuum ultraviolet using a Ti:sapphire laser // *Opt. Exp.* – 2007. – V. 15. – Is. 10. – P. 6389-6395.
334. *Ganeev R. A., Suzuki M., Kuroda H.* Quasi-phase-matching of high-order harmonics in multiple plasma jets// *Phys. Rev. A* – 2014 – V.89 – p. 033821.
335. *Ganeev R. A., Husakou A., Suzuki M., Kuroda H.* Application of mid-infrared pulses for quasi-phase-matching of high-order harmonics in silver plasma // *Opt. Express* – 2016 – V. 24 – P. 3414–3420.

### **Список публикаций по теме диссертационной работы**

*Статьи в рецензируемых научных журналах, индексируемых в базах данных Web of Science и Scopus.*

- A1. *Stremoukhov S.Yu.* Quasi-Phase Matching of High Harmonics Driven by Mid-IR: Towards the Efficiency Drop Compensation // *Journal of the Optical Society of America B: Optical Physics.* – 2022. – V. 39. – Iss. 4 – p.1203-1208.
- A2. *Andreev A.V., Konovko A.A., Stremoukhov S.Yu.* High harmonics generation in gases near the gratings: towards the spectrum enhancement and enrichment // *Laser Physics Letters.* – 2022. – V. 19 – p. 045401.
- A3. *Андреев А.В., Шутова О.А., Стремоухов С.Ю.* Генерация гармоник в оптических вихревых полях // *Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия.* – 2021. – №5. – С. 79–90.
- A4. *Ganeev R.A., Boltaev G.S., Stremoukhov S.Y., Kim V.V., Andreev A.V., Alnaser A.S.* High-order harmonic generation during different overlaps of two-colored pulses in laser-produced plasmas and gases // *European Physical Journal D.* – 2020. – V. 74. – p.199.
- A5. *Andreev A.V., Stremoukhov S.Yu., Shoutova O.A.* Spectrum of high harmonics generated by two-color circularly polarized laser field in atomic media // *Laser Physics.* – 2020. – V. 30. – P. 105402.

- A6. *Stremoukhov S.Yu., Yakovlev A.A., Andreev A.V.* High harmonic generation in two-color elliptical laser fields of different helicity // *Laser Physics Letters*. – 2020. – V. 17. – P. 085405.
- A7. *Migal E.A., Stremoukhov S.Yu., Potemkin F.V.* Ionization-free resonantly enhanced low-order harmonic generation in a dense gas mixture by a mid-IR laser field // *Physical Review A*. – 2020. – V. 101. – P. 021401(R).
- A8. *Andreev A.V., Angeluts A.A., Balakin A.V., Kotelnikov I.A., Minaev N.V., Solyankin P.M., Stremoukhov S.Yu., Zhu Y., Shkurinov A.P.* THz Generation in Laser-Induced Breakdown in Carbon Dioxide at Different Levels of Gas Pressure // *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*. – 2020. – V. 10. P. 85-92.
- A9. *Stremoukhov S.Yu., Andreev A.V.* Discrete excited states influence on the harmonics spectrum generated in two-colour laser fields // *Laser Physics Letters*. 2019. – V. 16. – P. 125402.
- A10. *Ganeev R.A., Stremoukhov S.Y., Andreev A.V., Alnaser A.S.* Application of Quasi-Phase Matching Concept for Enhancement of High-Order Harmonics of Ultrashort Laser Pulses in Plasmas // *Applied Science*. – 2019. V. 9. – P. 1701.
- A11. *Andreev A.V., Savel'ev A.B., Stremoukhov S.Yu., Shoutova O.A.* Nuclear isomer excitation in  $^{229}\text{Th}$  atoms by superintense laser fields // *Physical Review A*. – 2019. – V. 99. – P. 013422.
- A12. *Андреев А.В., Стремоухов С.Ю., Шутова О.А.* Продольный ток, индуцируемый плоской электромагнитной волной в одиночном атоме // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. – 2018. – Т. 154. – Вып.1(7). – С. 31–43.
- A13. *Mahieu B., Stremoukhov S., Gauthier D., Spezzani C., Alves C., Vodungbo B., Zeitoun P., Malka V., De Ninno G., Lambert G.* Control of ellipticity in high-order harmonic generation driven by two linearly polarized fields // *Physical Review A*. – 2018. – V. 97. – P. 043857.
- A14. *Stremoukhov S.Yu., Andreev A.V.* Quantum-mechanical elaboration for the description of low- and high-order harmonics generated by extended gas media:

prospects to the efficiency enhancement in spatially modulated media // *Laser Physics*. – 2018. – V. 28. – P. 035403.

A15. *Andreev A., Stremoukhov S., Shoutova O.* Longitudinal current in single-atom interacting with laser field // *Europhysics Letters*. – 2017. – V. 120. – P. 14003.

A16. *Stremoukhov S., Andreev A.* Quantum-mechanical fingerprints in generation of elliptical terahertz radiation by extended media interacting with two-color laser field // *Journal of the Optical Society of America B: Optical Physics*. – 2017. – V. 34(2). – Pp. 232-237.

A17. *Andreev A.V., Stremoukhov S.Yu., Shoutova O.A.* Population dynamics of ground state sublevels: influence on polarization properties of high harmonics // *Journal of Russian Laser Research* – 2016. – V.37. – №5. – pp. 484-493.

A18. *Stremoukhov S., Andreev A., Vodungbo B., Salières P., Mahieu B., Lambert G.* Origin of ellipticity of high-order harmonics generated by a two-color laser field in the cross-polarized configuration // *Physical Review A* – 2016. – V.94. – p. 013855.

A19. *Стрёмухов С.Ю., Андреев А.В., Шутова О.А.* Генерация гармоник высокого порядка: квантово-механическое описание и эффекты распространения // *Известия Российской академии наук. Серия физическая* – 2016 – Т. 80. – № 4. – с. 500-504.

A20. *Lambert G., Vodungbo B., Gautier J., Mahieu B., Malka V., Sebban S., Zeitoun P., Luning J., Perron J., Andreev A., Stremoukhov S., Ardana-Lamas F., Dax A., Hauri C.P., Sardinha A., Fajardo M.* Towards enabling femtosecond helicity-dependant spectroscopy with high-harmonic sources // *Nature Communications* – 2015. – V.6. – p. 6167.

A21. *Stremoukhov S.Yu., Andreev A. V.* Spatial variations of the intensity of THz radiation emitted by extended media in two-color laser fields // *Laser Physics Letters* – 2015. – V.12. – p. 015402.

A22. *Andreev A.V., Stremoukhov S.Yu., Shoutova O.A.* High-order optical harmonic generation in ionization-free regime: origin of the process // *Journal of the Optical Society of America B: Optical Physics* – 2013. – V.30 (7). – pp. 1794-1803.

- A23. *Andreev A.V., Stremoukhov S.Yu.* Terahertz-radiation generation in the ionization-free regime of light-atom interaction // *Physical Review A* – 2013. – V.87. – p. 053416.
- A24. *Andreev A.V., Ganeev R.A., Kuroda H., Stremoukhov S.Yu., Shoutova O.A.* High-order harmonic cut-off frequency in atomic silver irradiated by femtosecond laser pulses: theory and experiment // *European Physical Journal D* – 2013 – V.67. – 22.
- A25. *Andreev A.V., Stremoukhov S.Yu., Shoutova O.A.* Light-induced anisotropy of atomic response: prospects for emission spectrum control // *European Physical Journal D* – 2012. – V.66 – p.16.
- A26. *Андреев А.В., Стремоухов С.Ю., Шутова О.А.* Управление откликом атома в многокомпонентных лазерных полях // *Оптика и спектроскопия* – 2012. – Т. 112. – № 3. – с. 454-464.
- A27. *Андреев А.В., Стремоухов С.Ю., Шутова О.А.* Отклик атома, взаимодействующего с произвольно поляризованным электромагнитным полем // *Известия вузов. Радиофизика* – 2011. – Т.54. – №2. с. 139-158.
- A28. *Андреев А.В., Стремоухов С.Ю., Шутова О.А.* Нелинейно-оптический отклик атома в поле фемтосекундных лазерных импульсов околоатомной напряженности // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики* – 2011. – Т. 93 – Вып. 8. – с. 522-533.
- A29. *Андреев А.В., Стремоухов С.Ю., Шутова О.А.* Ионизация многоуровневого атома ультракороткими лазерными импульсами // *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики* – 2010. – Т. 138. – Вып. 6. – с. 1060.
- A30. *Andreev A.V., Stremoukhov S.Yu., Shoutova O.A.* Atom in electromagnetic field of near-atomic strength // *Journal of Russian Laser Research* – 2008. – V. 29. – № 3. – pp. 203-218.
- A31. *Andreev A.V., Shoutova O.A., Stremoukhov S. Yu.* Ionization of a single hydrogen-like atom by laser pulses of near-atomic strength” // *Laser Physics* – 2007. – V.17(4). – pp. 496-507.

*Расширенные статьи, изданные по результатам конференций,  
индексируемые в базах данных Web of Science и/или Scopus.*

- A32. Zhvaniya I.A., Dzhidzhoev M.S., Semenov T.A., Savel'ev A.B., Stremoukhov S.Yu., Usmanov T., Gordienko V.M. Comparative study of low-order harmonic generation in gas and cluster media at Ti:Sa femtosecond laser intensity up to 2000 TW/cm<sup>2</sup> // Journal of Physics: Conference Series – 2020. – V.1692. – p. 012017.
- A33. Stremoukhov S.Yu., Ganeev R.A., Andreev A.V. Enhancement of Harmonics Generated in Modulated Indium Laser-Plasmas: Experiment and Theory // Springer Proceedings in Physics – 2020. – V. 241. – p. 99-102.
- A34. Stremoukhov S., Ganeev R., Andreev A. Quasi-phase matching of harmonics generating in laser plasmas: experiment and theory // EPJ Web of Conferences – 2019. – V. 220. – p. 01013.
- A35. Andreev A., Savel'ev A., Stremoukhov S., Shoutova O. Toward the possibility of <sup>229</sup>Th isomeric nuclear state excitation by two-color laser field” // EPJ Web of Conferences – 2019. – V.220. – p. 01001.
- A36. Stremoukhov S.Yu., Andreev A.V. Terahertz radiation in two-color laser fields: from single atom to extended gas response // EPJ Web of Conferences – 2018. – V.195. – p. 03009.
- A37. Andreev A.V., Stremoukhov S.Yu., Shoutova O.A. Longitudinal current in single-atom interacting with laser field // EPJ Web of Conferences – 2018. – V.190. – p. 02001.
- A38. Stremoukhov S.Yu., Andreev A.V. The Quantum-Mechanical Theory of THz Radiation Conical Structure Emitted from Extended Gas Media // EPJ Web of Conferences – 2015. – V.103. – p. 04011.
- A39. Stremoukhov S.Yu., Andreev A.V. The Basis of “Atom in the External Field” Eigenfunctions to the Problem of High Harmonic and Terahertz Radiation Generation Study // Proceedings of the 3rd International Conference on Photonics, Optics and Laser Technology – 2015. – V.2. – pp. 128-133.

A40. *Andreev A.V., Stremoukhov S.Yu., Shoutova O.A.* Enhancement of Efficiency of XUV Generation in Atomic Gases Irradiated by Intense Laser Fields // Springer Proceedings in Physics – 2014. – V.147. – pp. 7-12.

A41. *Andreev A.V., Stremoukhov S.Yu., Shoutova O.A.* High-order optical harmonic generation as a process of single atom interaction with sub-relativistic single- and multicolor laser fields // AIP Conference Proceedings – 2012 – V.1464. – pp. 265-279.

A42. *Andreev A.V., Stremoukhov S.Yu., Shoutova O.A.* Terahertz Emission by Atom in Multicolor Laser Field in Ionization-free Regime // PIERs Proceedings, Kuala Lumpur – 2012. – pp. 1581-1583.

A43. *Andreev A.V., Stremoukhov S.Yu., Shoutova O.A.* Theory of Multilevel Atom Ionization // AIP Conference Proceedings – 2010. – V.1228. – pp. 92-111.

*Учебно-методическое пособие*

A44. *Шутова О.А., Стремоухов С.Ю., Андреев А.В.* Базовые принципы генерации гармоник фемтосекундного лазерного излучения одиночным атомом – М.: Физический факультет МГУ, 2019. – 15с.

*Глава в коллективной монографии*

A45. *Andreev A.V., Stremoukhov S.Yu., Shoutova O.A.* Interaction of Atom With Laser Pulses of Intra-Atomic Field Strength// Femtosecond-Scale Optics, – InTech, 2011 –pp. 247-284.

*Иные публикации*

A46. *Андреев А.В., Стремоухов С.Ю., Шутова О.А.* Поляризационное управление спектром нелинейно оптического отклика атома // Электронный научный журнал "Исследовано в России" – 2011. – Т.14. – с. 321-358.

A47. *Андреев А.В., Стремоухов С.Ю., Шутова О.А.* О возможности поляризационного управления спектром нелинейно оптического отклика атома // Физическое образование в ВУЗах – 2011. – Т.17. – №1. – с. 96-101.

A48. *Андреев А.В., Стремоухов С.Ю., Шутова О.А.* Вероятность ионизации многоуровневого атома фемтосекундным лазерным импульсом // Ученые

записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки – 2010. – Т.152. – Кн. 2. – с. 10-19.

*A49. Андреев А.В., Стремоухов С.Ю., Шутова О.А.* Правила отбора для одиночного атома в поле электромагнитной волны околоатомной напряженности // Теоретическая физика – 2008. – № 9. – с.36-53.