Отзыв официального оппонента о диссертации А.А.Андреева «О сложности функций многозначной логики в некоторых неполных базисах», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика

В представленной к защите диссертации рассматривается задача о сложности реализации формулами и схемами из функциональных элементов специальных последовательностей функций многозначной логики над некоторыми неполными базисами. Интерес к этой задаче во многом связан с функциональными особенностями многозначных логик: известен целый ряд эффектов, имеющих место в двузначной логике и не имеющих аналогов в k-значных логиках при $k \geqslant 3$. В частности, специфика многозначных логик играет важную роль в задачах, возникающих в теории синтеза и сложности управляющих систем. Известно, что при реализации булевых функций формулами для любого замкнутого класса булевых функций B и любой конечной системы, порождающей класс B, сложность каждой функции из B имеет не более чем экспоненциальный порядок роста от числа переменных. В то же время известны примеры последовательностей функций из P_4 (через P_k обозначаем множество всех функций k-значной логики), сложность которых в классе формул над некоторой конечной неполной системой имеет сверхэкспоненциальный порядок роста от числа переменных (эти результаты получены А. Б. Угольниковым). В случае реализации функций схемами из функциональных элементов для ряда замкнутых классов булевых функций и любых конечных систем, порождающих эти классы, асимптотически точные формулы для соответствующих функций Шеннона были получены в работах Э. И. Нечипорука и А. Б. Угольникова. Г. А. Ткачевым приведена нижняя экспоненциальная оценка для сложности реализации некоторой последовательности функций 3-значной логики в некотором неполном базисе, которая превосходит по порядку роста известные оценки для функций Шеннона в булевом случае.

А. А. Андреев в своей работе получает нижние оценки для сложности реализации функций многозначной логики формулами и схемами из функциональных элементов над некоторыми неполными базисами. Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. Во введении автор приводит обзор литературы и кратко формулирует полученные результаты.

В начале главы 1 автор переносит и адаптирует специальную конструкцию, придуманную А. Б. Угольниковым, из 4-значной логики в 3-значную. Для модифицированной последовательности функций $f(x_1, \ldots, x_n)$ и некоторого неполного базиса функций трехзначной логики $\mathfrak{A}$ имеет место нижняя оценка для функции Шеннона по глубине вида $D_{\mathfrak{A}}(f_n) \geqslant C_n^{[n/2]}$ (теорема 1.1). Особенностью этого примера является то, что он, хотя и позволяет получать экспоненциальную нижнюю оценку для функции Шеннона по глубине, по-видимому, не позволяет получить сверхэкспоненциальную нижнюю оценку для функции Шеннона по сложности. Этот пример не выносится на защиту. Далее в главе 1 автор, используя похожую на использованную в приведенном примере технику раскрасок деревьев, развивает конструкцию и придумывает новые идеи, позволяющие получить более сильные нижние оценки для функций Шеннона. Основным результатом главы является теорема 1.2, в которой приводится пример последовательности функций $f_n(x_1, \ldots, x_n)$ 10-значной логики и некоторого неполного базиса $\mathfrak{B}$, такие, что для функции Шеннона по сложности $L_{\mathfrak{B}}(f_n)$ имеет место соотношение $L_{\mathfrak{B}}(f_n) = (n+2)\cdot 2^{(n+1)\cdot 3^n} - n - 1$. В конце главы (теорема 1.3) автор обозначает, как на основе конструкции из теоремы 1.2 строить примеры с нижними оценками вида $L(f_n) \geqslant cm^{r^n}$, где $m, r \geqslant 2$ — наперед заданные натуральные числа, $f_n \in P_k$, $k = k(r)$, $c = c(m, r)$ (теорема 1.3).

В главе 2 автор продолжает работу с конструкцией из главы 1. На ее основе строится последовательность функций k-значной логики $f_n(x_1, \ldots, x_n)$ и некоторый неполный базис функций k-значной логики $\mathfrak{B}$, такой, что $L_{\mathfrak{B}}(f_n) = (n+1)\cdot 2^{(k-3)^n-(k-4)^n} - n$, $k \geqslant 4$ (теорема 2.1). Уменьшение значности логики по сравнению с результатом главы 1 приводит к существенному усложнению доказательства. Заметим, что полученный результат не покрывает случай $k = 3$, поэтому вопрос о возможности сверхэкспоненциальных оценок сложности для функций трехзначной логики по-прежнему остается открытым.

В главе 3 автор переходит к рассмотрению задачи о сложности реализации функций формулами и схемами из функциональных элементов над бесконечными базисами. Среди полученных в этой главе результатов выделяется следующий. Оказывается, что на основе примера конечного базиса $\mathfrak{B}$ и последовательности функций f_n k-значной логики, можно построить бесконечный базис $\widehat{\mathfrak{B}}$ и последовательность $\widehat{f_n}$ функций $(k+2)$-значной логики, такие, что $L_{\mathfrak{B}}(f_n) = L_{\widehat{\mathfrak{B}}}(\widehat{f_n})$. Этот результат демонстрирует изящную связь между высокими нижними оценками в случае конечных и бесконечных базисов.

Полученные результаты являются новыми, интересными и красивыми. Считаю, что кандидатская диссертация А.А.Андреева «О сложности функций многозначной логики в некоторых неполных базисах» отвечает всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Александр Андреевич Андреев, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика.

3 марта 2017 г.

доц. кафедры высшей математики НИУ ВШЭ Д. А. Дагаев
к.ф.-м.н.
E-mail: ddagaev@hse.ru
Раб. тел.: 84957729590, доб. 11247

Подпись заверяю

Инспектор по кадрам
2 категории отдела КДП
Управления персонала
Гончаренко О.А.

03.03.2017