

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. М. В. ЛОМОНОСОВА
Механико-математический факультет
Кафедра прикладной механики и управления

Анализ вариаций фазовых центров спутниковых навигационных антенн
An analysis of phase center variations for satellite navigation antenna

Курсовая работа
студента 522 группы
Зверкова П. А.
Научные руководители:
Голован А. А., Козлов А. В.

Июнь 2016

Содержание

Введение	3
1 Теоретические основы курсовой работы	3
1.1 Фазовые измерения	3
1.2 Первые и вторые разности измерений, дифференциальный режим .	4
1.3 Определение относительных координат антенны	4
1.4 Фильтр Калмана	7
1.5 Изменения в созвездии спутников	7
1.5.1 Добавление спутника в созвездие	7
1.5.2 Удаление спутника из созвездия	7
1.5.3 Смена опорного (“зенитного”) спутника	8
1.6 Скачки фазовых неоднозначностей	8
1.7 Фазовые центры	9
2 Цели курсовой работы	10
3 Практическая часть	10
3.1 Проведение эксперимента	10
3.2 Обработка данных записи эксперимента	13
4 Результаты	13
5 Выводы	17
Приложения	17
П4. Файлы формата ANTEX	17
Литература	18

Введение

Значения вариаций и смещений фазовых центров антенн приемников являются важным вопросом при точном позиционировании. Можно использовать поправки, рекомендованные производителем оборудования, которые могут не соответствовать более точным значениям, определенным в процессе калибровки. Также можно вообще не обращать внимания на данные погрешности. В обоих случаях, полученные координаты будут иметь ошибки.

В этой работе приводится эксперимент для получения зависимости вариаций фазовых центров от направления входящего сигнала. Также предлагается модель фазовых измерений, основанная на результатах проведенного эксперимента.

1 Теоретические основы курсовой работы

Данный раздел содержит в себе все необходимые теоретические сведения для постановки задачи курсовой работы и последующего ее решения. Более подробные материалы можно найти в книгах, которые представлены ниже в списке литературы.

1.1 Фазовые измерения

Фазовые измерения представляют собой результат измерения разности фаз φ между принимаемым спутниковым радиосигналом и непрерывно генерируемым в приемоиндикаторе аналогичным опорным сигналом.

Фазовые измерения интерпретируются как мера расстояния объект-спутник, поскольку приращение фазовых измерений для двух соседних отсчетов (при отсутствии сбоя измерений) пропорционально изменению расстояния объект-спутник на этом временном интервале.

Поскольку приемоиндикатор принципиально не может фиксировать число длин волн спутникового радиосигнала, укладывающегося в расстояние объект-спутник, то фазовые измерения рассматриваются как измерения расстояния ρ объект-спутник с неопределенной систематической составляющей, равной некоторому целому числу N длин волн несущей частоты f радиосигнала.

Приведем достаточно общую модель фазовых измерений (размерность циклы):

$$Z_{\varphi}(t_{rec}) = \frac{\rho(t_{rec})}{\lambda} + f(\Delta\tau - \Delta T) + N + \Delta\varphi_{ion} + \Delta\varphi_{trop} + \Delta\varphi_{sat} + \Delta\varphi_{rcv} + \Delta\varphi_{mp} + \Delta\varphi^s \quad (1)$$

Здесь

$\rho(t_{rec})$ - геометрическое расстояние объект-спутник во время t_{rec} ,

$\Delta\tau, \Delta T$ - ошибки часов приемоиндикатора и спутника,

N - целочисленная неопределенность фазовых измерений,

$\Delta\varphi_{ion}, \Delta\varphi_{trop}$ - ошибки, вызванные прохождением радиосигнала через ионосферу

ру и тропосферу,

$\Delta\varphi_{sat}, \Delta\varphi_{rcv}$ - ошибки аппаратуры спутника и приемоиндикатора,

$\Delta\varphi_{mp}$ - ошибка, вызванная многолучевостью,

$\Delta\varphi^s$ - случайная составляющая ошибки измерения.

1.2 Первые и вторые разности измерений, дифференциальный режим

Для устранения инструментальных погрешностей приемника и спутников, погрешностей их часов, а также уменьшения уровня остаточных погрешностей $\Delta\varphi_{ion_i}$, $\Delta\varphi_{trop_i}$ ионосферы и тропосферы, применяются первые и вторые разности спутниковых измерений.

Первые разности $\Delta Z_{\varphi_i}, \nabla Z_{\varphi_i}$ фазовых измерений имеют вид

$$\Delta Z_{\varphi_i} = Z_{\varphi_i}^{base} - Z_{\varphi_i}^{rcv}, \quad \nabla Z_{\varphi_i} = Z_{\varphi_i} - Z_{\varphi_z}$$

где $Z_{\varphi_i}^{base}$ - фазовое измерение базовой станции, $Z_{\varphi_i}^{rcv}$ - аналогичное измерение рабочего приемника, i - номер спутника.

Двойная разность $\nabla \Delta Z_{\varphi_i}$ имеет вид

$$\nabla \Delta Z_{\varphi_i} = (Z_{\varphi_i}^{base} - Z_{\varphi_i}^{rcv}) - (Z_{\varphi_z}^{base} - Z_{\varphi_z}^{rcv})$$

Измерения с учетом представляются в виде

$$\nabla \Delta Z_{\varphi_i} = \frac{\nabla \Delta \rho_i}{\lambda} + \nabla \Delta N_i + \nabla \Delta \varphi_{mp_i} + \nabla \Delta \varphi_i^s$$

$$\nabla \Delta \rho_i = (\rho_i^{base} - \rho_i^{rcv}) - (\rho_z^{base} - \rho_z^{rcv})$$

$$\nabla \Delta N_i = (N_i^{base} - N_i^{rcv}) - (N_z^{base} - N_z^{rcv})$$

$$\nabla \Delta \varphi_{(***)i} = (\Delta \varphi_{(***)i}^{base} - \Delta \varphi_{(***)i}^{rcv}) - (\Delta \varphi_{(***)z}^{base} - \Delta \varphi_{(***)z}^{rcv})$$

Полезным сигналом в измерении является величина $\nabla \Delta \rho_i / \lambda$.

Величина $\nabla \Delta N_i$ представляет собой целочисленную неопределенность двойных разностей фазовых измерений.

Чем меньше расстояние между базовым и рабочим приемниками и меньше перепад их высот, тем меньше уровень остаточных погрешностей $\Delta\varphi_{ion_i}$, $\Delta\varphi_{trop_i}$. Так как длина базовой линии в нашем случае, достаточно малая, будем считать их пренебрежимо малыми.

1.3 Определение относительных координат антенны

В дифференциальном режиме для определения координат антенны ровера относительно базовой станции используется алгоритм, методическую основу которого составляет процедура линеаризации уравнений двойных разностей фазовых

измерений в окрестности априорного решения с последующим применением калмановской фильтрации для возникающей линейной задачи оценивания.

Исходными данными этой задачи являются:

1. Оценки гринвических координат базовой станции и приемоиндикатора, полученные из кодового решения $\bar{\eta}^{base}, \bar{\eta}^{rcv}$.
 2. Набор фазовых измерений для базовой станции и приемоиндикатора $\{Z_{\varphi_i}^{base}\}, \{Z_{\varphi_i}^{rcv}\}, (i = \overline{1, M})$, где M - число видимых спутников.
 3. Гринвичские координаты $\{\eta^{sat_i}\}$ навигационных спутников.
- Определяемой величиной является оценка $\bar{x} = \bar{\eta}^{base} - \bar{\eta}^{rcv}$.
- Последовательность вычислений такова:
1. Формируются двойные разности $\nabla \Delta Z_{\varphi_i} = (Z_{\varphi_i}^{base} - Z_{\varphi_i}^{rcv}) - (Z_{\varphi_z}^{base} - Z_{\varphi_z}^{rcv})$
 2. Производится линеаризация уравнений двойных разностей в окрестности опорного решения $\bar{\eta}' : \bar{\eta}' - \bar{\eta} = \Delta \bar{\eta}$ и формируются измерения “в малом”:

$$\nabla \Delta z_{\varphi_i} = \nabla \Delta Z_{\varphi_i} - \frac{1}{\lambda} \nabla \Delta \rho_i$$

Ниже приведена линеаризация измерений $\nabla \Delta z_{\varphi_i}$ с учетом уравнений. При линеаризации учитывались следующие соотношения:

$$\bar{x} = \bar{\eta}^{base} - \bar{\eta}^{rcv}, \quad \bar{x}' - \bar{x} = \Delta \bar{x}, \quad \Delta \bar{x} = \Delta \bar{\eta}^{base} - \Delta \bar{\eta}^{rcv}$$

Перепишем уравнения с учетом вышесказанного

$$\begin{aligned} & [(\rho_i^B - \rho_i^R) - (\rho_z^B - \rho_z^R)] - [(\rho_i'^B - \rho_i'^R) - (\rho_z'^B - \rho_z'^R)] = \\ & = \left\{ \left[\left(\sum_{j=1}^3 (\eta_j^{sat_i} - \eta_j^{base})^2 \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\sum_{j=1}^3 (\eta_j^{sat_i} - \eta_j^{rcv})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right] - \right. \\ & \quad \left. - \left[\left(\sum_{j=1}^3 (\eta_j^{sat_z} - \eta_j^{base})^2 \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\sum_{j=1}^3 (\eta_j^{sat_z} - \eta_j^{rcv})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} - \\ & \quad - \left\{ \left[\left(\sum_{j=1}^3 (\eta_j^{sat_i} - \eta_j^{base})^2 \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\sum_{j=1}^3 (\eta_j^{sat_i} - \eta_j^{rcv})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right] - \right. \\ & \quad \left. - \left[\left(\sum_{j=1}^3 (\eta_j^{sat_z} - \eta_j^{base})^2 \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\sum_{j=1}^3 (\eta_j^{sat_z} - \eta_j^{rcv})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} = \\ & = \left\{ \left[\left(\sum_{j=1}^3 (\eta_j^{sat_i} - \eta_j^{rcv} - x'_j + \Delta \eta_j^{base})^2 \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\sum_{j=1}^3 (\eta_j^{sat_i} - \eta_j^{rcv} + \Delta \eta_j^{rcv})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right] - \right. \\ & \quad \left. - \left[\left(\sum_{j=1}^3 (\eta_j^{sat_z} - \eta_j^{rcv} - x'_j + \Delta \eta_j^{base})^2 \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\sum_{j=1}^3 (\eta_j^{sat_z} - \eta_j^{rcv} + \Delta \eta_j^{rcv})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} - \\ & \quad - \left\{ \left[\left(\sum_{j=1}^3 (\eta_j^{sat_i} - \eta_j^{rcv} - x'_j)^2 \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\sum_{j=1}^3 (\eta_j^{sat_i} - \eta_j^{rcv})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right] - \right. \end{aligned}$$

$$- \left[\left(\sum_{j=1}^3 (\eta_j^{sat_z} - \eta_j^{rcv} - x'_j)^2 \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\sum_{j=1}^3 (\eta_j^{sat_z} - \eta_j^{rcv})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right] \Bigg\}.$$

Получили функцию $\Delta\rho(\Delta\bar{\eta}^{base}, \Delta\bar{\eta}^{rcv}, \bar{x}')$, зависящую от трех переменных. Разложим ее в ряд тейлора до слагаемых первого порядка

$$\Delta\rho(\Delta\bar{\eta}^{base}, \Delta\bar{\eta}^{rcv}, \bar{x}') = \Delta\rho(\bar{0}) + \frac{\partial\Delta\rho(\bar{0})}{\partial\Delta\bar{\eta}^{base}} \cdot \Delta\bar{\eta}^{base} + \frac{\partial\Delta\rho(\bar{0})}{\partial\Delta\bar{\eta}^{rcv}} \cdot \Delta\bar{\eta}^{rcv} + \frac{\partial\Delta\rho(\bar{0})}{\partial\Delta\bar{x}'} \cdot \Delta\bar{x}' + \dots$$

где $\bar{0} = (0, 0, 0)$.

Таким образом, так как $\Delta\rho(\bar{0})$, $\frac{\partial\Delta\rho(\bar{0})}{\partial\Delta\bar{x}'}$ равны нулю, получаем

$$\begin{aligned} \Delta\rho(\Delta\bar{\eta}^{base}, \Delta\bar{\eta}^{rcv}, \bar{x}') &= \left[\sum_{j=1}^3 \frac{(\eta_j^{sat_i} - \eta_j^{rcv})}{\rho_i'^R} - \sum_{j=1}^3 \frac{(\eta_j^{sat_z} - \eta_j^{rcv})}{\rho_z'^R} \right] \cdot \Delta\eta_j^{base} - \\ &- \left[\sum_{j=1}^3 \frac{(\eta_j^{sat_i} - \eta_j^{rcv})}{\rho_i'^R} - \sum_{j=1}^3 \frac{(\eta_j^{sat_z} - \eta_j^{rcv})}{\rho_z'^R} \right] \cdot \Delta\eta_j^{rcv} = \\ &= \left[\sum_{j=1}^3 \frac{(\eta_j^{sat_i} - \eta_j^{rcv})}{\rho_i'^R} - \sum_{j=1}^3 \frac{(\eta_j^{sat_z} - \eta_j^{rcv})}{\rho_z'^R} \right] \cdot \Delta x_j = \bar{h}_i \Delta\bar{x} \end{aligned}$$

В итоге уравнения измерения “в малом” примут вид:

$$\nabla\Delta z_\varphi = H' \Delta x + \nabla\Delta N + r$$

где H' - матрица, строками которой являются $\bar{h}_i$.

Тогда, для решения задачи в реальном времени, можно построить динамическую систему в виде

$$\begin{aligned} y_{j+1} &= y_j + q_j \\ z_j &= H_j y_j + r \end{aligned}$$

где $y_j = (\Delta x_j, \nabla\Delta N_j)^T$ - вектор состояния, $H_j = (H'_j, E)$ - составная матрица, j - номер эпохи.

3. Применяется алгоритм фильтра Калмана для оценки вектора состояния y_j (см. П1).

4. Для более точной оценки поправки к вектору базовой линии формируется новый вектор измерений

$$\nabla\Delta z_\varphi - \nabla\Delta\tilde{N} = H' \Delta x + r$$

где $\nabla\Delta\tilde{N}$ - оценка фазовых неоднозначностей, округленная до ближайшего целого числа.

5. Применяется алгоритм фильтра Калмана для оценки вектора $\Delta\bar{x}$.

1.4 Фильтр Калмана

Для описания фильтра введем следующие обозначения:

$$y_j = (\Delta x_j, \nabla \Delta N_j)^T, \quad Q = \begin{pmatrix} Q_{PCV} & 0 \\ 0 & \varepsilon E \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} P_x & P_{xN} \\ P_{Nx} & P_N \end{pmatrix}$$

где P - ковариационная матрица, соответствующая вектору состояния, а Q - ковариационная матрица, соответствующая вектору q - случайной составляющей, ε - параметр, задающий возможные вариации фазовых неоднозначностей, Q_{PCV} - величины возможных вариаций фазовых центров.

Этап прогноза

$$\begin{aligned} y_{i+1}^- &= y_i^+ + q_i \\ P_{i+1}^- &= P_i^+ + Q_i \end{aligned}$$

Этап коррекции

$$\begin{aligned} y_i^+ &= y_{i-1}^- + K (z_i - H_i y_{i-1}^-) \\ K &= P_i^- H_i^T (H_i P_i^- H_i^T + R)^{-1} \\ P_i^+ &= P_i^- - K H_i P_i^- \end{aligned}$$

Для реализации фильтра в прикладных задачах необходимо использовать метод квадратного корня.

1.5 Изменения в созвездии спутников

Так как вектор состояния содержит элементы, соответствующие каждому наблюдаемому спутнику, то при изменении наблюдаемого созвездия, необходимо изменение вектора состояния.

1.5.1 Добавление спутника в созвездие

При появлении спутника расширяется вектор состояния y_i^+ и ковариационная матрица P_i^+ , так как появляется новая фазовая неоднозначность $\nabla \Delta N'$. Для оценки новых элементов воспользуемся фазовыми измерениями текущей эпохи и априорной оценкой поправок Δx :

$$\nabla \Delta N' = z_j - H'_{i+1} \Delta x_{i+1}^- \quad (11)$$

$$P'_N = R' + H'_{i+1} P_x^- H'^T_{i+1}, \quad P'_{xN} = P_x^- H'^T_{i+1}$$

где штрихами обозначены измерения только для новых спутников. Остальные элементы матрицы P'_{i+1} , соответствующие новым измерениям равны нулю.

1.5.2 Удаление спутника из созвездия

Если спутник более не наблюдается, то необходимо исключить соответствующую ему фазовую неоднозначность в векторе $\nabla \Delta N$. При его появлении вновь, потребуются оценка новой неоднозначности. Для этого из y_i^+ , P_i^+ вычеркиваются соответствующие строки и столбцы.

1.5.3 Смена опорного (“зенитного”) спутника

При изменении опорного спутника (измерения которого вычитаются из остальных), оценку новых вектора фазовых неоднозначностей и матрицы ковариаций можно получить из имеющихся:

$$\nabla\Delta\tilde{N} = S\nabla\Delta N, \quad P_{\tilde{N}} = SP_N S^T, \quad P_{x\tilde{N}} = P_{xN} S^T, \quad P_{\tilde{N}x} = SP_{Nx} \quad (12)$$

где S - переходная матрица, удовлетворяющая условиям $SS = E \Rightarrow S^{-1} = S$.

При построении матрицы S следует учитывать перестановку компонент вектора $\nabla\Delta N$.

$$\nabla\Delta N = \begin{pmatrix} \varphi_1 - \varphi_z \\ \vdots \\ \varphi_i - \varphi_z \\ \varphi_{i+2} - \varphi_z \\ \vdots \\ \varphi_{z'} - \varphi_z \\ \vdots \\ \varphi_n - \varphi_z \end{pmatrix} \Rightarrow \nabla\Delta\tilde{N} = \begin{pmatrix} \varphi_1 - \varphi_{z'} \\ \vdots \\ \varphi_z - \varphi_{z'} \\ \vdots \\ \varphi_j - \varphi_{z'} \\ \varphi_{j+2} - \varphi_{z'} \\ \vdots \\ \varphi_n - \varphi_{z'} \end{pmatrix}$$

где $\varphi_i = (N_i^{base} - N_i^{rcv})$, номер опорного спутника предыдущей эпохи $z = i + 1$, а номер опорного спутника текущей эпохи $z' = j + 1$. В этом случае матрица перехода имеет вид

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ & & & & & & \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ & & & & & & \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 1 & \dots & 0 \\ & & & & & & \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

1.6 Скачки фазовых неоднозначностей

Вектор фазовых неоднозначностей можно оценить с помощью измерений текущей эпохи и априорной оценки вектора поправок как $\nabla\Delta N_i = z_i - H_i \Delta x_i^-$. Выражение, стоящее в правой части равенства будем называть невязками. Отличие компоненты невязок соседних эпох на величину более чем 0.1 - 0.5 цикла является признаком скачка. Для получения правильной оценки вектора состояния y_{i+1} необходимо поменять компоненту, в которой произошел скачок на целое число, соответствующее невязке.

1.7 Фазовые центры

Фазовым центром антенны называется точка, для которой фаза входящего сигнала не зависит от направления. Данное определение очень хорошо подходит для модели измерений (1). Позиция точки, в которой был принят сигнал, варьируется в зависимости от направления.

Смещением называется постоянный вектор между опорной точкой антенны (ARP - antenna reference point, точка в которой крепится антенна) и ее фазовым центром. Опорная точка и величины смещений должны быть предусмотрены и указаны производителем оборудования, в противном случае для смещения выполняется процедура калибровки, а опорная точка определяется как пересечение вертикальной оси симметрии антенны и ее низа.

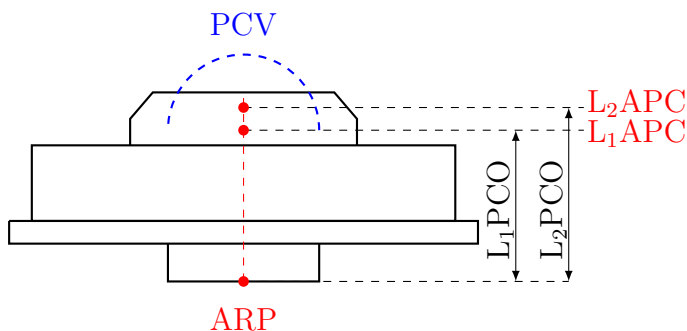


Рис. 1: Антенна спутникового приемника и точки, связанные с ней.

Основной составляющей вектора смещения является вертикальная компонента, но также присутствуют небольшие смещения в горизонтальной плоскости. Различают два фазовых центра: один для частоты L_1 , другой для L_2 , но каждый из них имеет разное смещение (см. рис 2).

Разница между фазовым центром антенны и точкой приема сигнала называется вариацией фазового центра (PCV - phase center variation). Предполагается, что вариация является функцией углов азимута и возвышения спутников.

Пространственные отношения между опорной точкой, фазовым центром и вариациями определяются с помощью калибровочного процесса. В настоящее время для определения вариации фазового центра антенн приемника используются следующие методы:

- относительная калибровка,
- измерения в безэховой камере,
- абсолютная калибровка.

Относительная калибровка представляет собой дифференциальный режим с короткой базовой линией, где одна из антенн имеет нулевые вариации. Недостаток данного метода состоит в том, что поправки зависят от эталлонной антенны, а также на низких углах возвышения (меньше 10°) спутников увеличиваются шумовая составляющая и многолучевость в измерениях.

Испытания в безэховой камере позволяют получить вариации фазового центра путем измерения фазы искусственного сигнала. Разные углы возвышения и азимута моделируются поворотами и наклонами антенны, с помощью высокоточной аппаратуры.

Абсолютная калибровка использует оба метода, описанные выше. Дифференциальный режим позволяет получить результат реальных измерений, а наклоны и повороты антенны - избежать увеличения шумов и многолучевости при низких углах возвышения.

2 Цели курсовой работы

Учитывая сказанное, можно предположить следующую модель фазовых измерений:

$$Z_{\varphi}(t_{rec}) = \frac{\rho(t_{rec})}{\lambda} + f(\Delta\tau - \Delta T) + N + \Delta\varphi_{ion} + \Delta\varphi_{trop} + \\ + \Delta\varphi_{sat} + \Delta\varphi_{rcv} + \text{PCO}(L_i) + \text{PCV}(El, Az, L_i) + \Delta\varphi_{mp} + \Delta\varphi^s \quad (2)$$

При использовании дифференциального режима с короткой базовой линией углы азимута Az и возвышения El будут совпадать для базовой станции и ровера, в случае одинаково ориентированных антенн, и отличаться, если антенны ориентированы по разному. Ожидается, что в первом случае оценка вектора поправок будет лучше, чем во втором. В качестве сравнения результатов задачи оценивания будут выступать невязки:

$$|\nabla\Delta z_i - H_i\Delta x_1| < |\nabla\Delta z_i - H_i\Delta x_2|$$

где i -ым номером подразумевается среднее значение компоненты невязки, а $\Delta x_1, \Delta x_2$ - оценки вектора поправок к базовой линии, полученные в результате использования всех измерений.

Для определения модели $\text{PCV}(El, Az, L_i)$ можно воспользоваться готовыми данными из файлов IGS формата ANTEX (ANTenna EXchange см. П.1), которые можно скачать с ftp-сервера международной службы IGS. Файлы содержат информацию о смещениях и вариациях фазовых центров для антенн спутников GPS и ГЛОНАСС, а также для антенн некоторых приемников.

В данной работе предлагается эксперимент с антеннами, данных о которых еще нет. Для получения полной картины зависимости, в записях должны присутствовать измерения спутников, углы азимуты и возвышения которых меняются почти во всем диапазоне их значений: $El \in [0^\circ, 90^\circ]$, $Az \in [0^\circ, 360^\circ]$.

Теперь можно сформулировать цели курсовой работы:

- проведение эксперимента записи спутниковых измерений
- обработка данных записи эксперимента
- определение справедливости модели
- определение модели $\text{PCV}(El, Az, L_i)$
- сравнение полученных результатов с уже известными(для других антенн).

3 Практическая часть

При проведении эксперимента использовались антенны JAVAD AIRANT и приемники JAVAD PREGO. Информацию о продукции можно найти на сайте производителя. Программа для обработки данных была реализована на языке Си.

3.1 Проведение эксперимента

Значения углов возвышения и азимута меняются в следующих интервалах: $El \in [0^\circ, 90^\circ]$, $Az \in [0^\circ, 360^\circ]$. Необходимо узнать время за которое один спутник

преодолевают путь от одного конца горизонта до другого - это будет характерное время проведения эксперимента. Половину этого времени антенны будут одинаково ориентированны, другую половину - по разному.

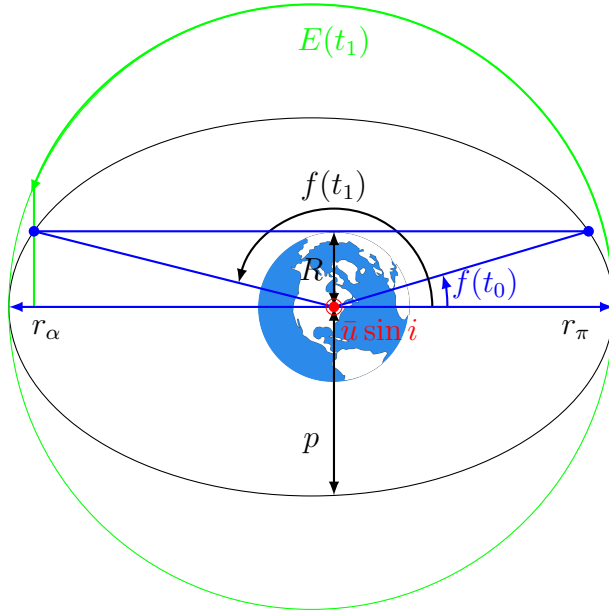


Рис. 2: Модель прохождения спутника

Так как особая точность для вычисления времени не нужна, примем фокальный параметр $p(t)$ и эксцентриситет $e(t)$ за постоянные. Найдём точки пересечения плоскости горизонта с орбитой:

$$(1 - e^2)^2 x^2 + (1 - e^2) R^2 = p^2 \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{p^2 - (1 - e^2) R^2}}{1 - e^2}$$

$$\Rightarrow f_{1,2} = \arctan \frac{R(1 - e^2)}{\pm \sqrt{p^2 - (1 - e^2) R^2}}$$

Перейдем к эксцентрической аномалии E (смысл ее понятен из рис.2), которая связана с f соотношением:

$$\operatorname{tg} \frac{f}{2} = \sqrt{\frac{1 + e}{1 - e}} \cdot \operatorname{tg} \frac{E}{2} \quad (3)$$

Эксцентрическая аномалия связана со временем t уравнением Кеплера:

$$E - e \sin E = n(t - \tau^*) \quad (4)$$

где $n = \sqrt{\mu/a^3}$ - средняя скорость движения спутника по орбите, или так называемое *среднее движение*, $\mu = GM_E$ - произведение гравитационной постоянной на массу Земли, а τ^* - обозначает момент прохождения спутника через перигей орбиты. Произведение среднего движения на время называется средней аномалией M . Учитывая скорость вращения земли $n = \sqrt{\mu/a^3} - u \sin i$, (i - наклонение орбиты) получим следующий результат:

$$t - \tau^* = \frac{E - e \sin E}{\sqrt{\mu/a^3 - u \sin i}} \Rightarrow t_1 - t_0 = \frac{E(t_1) - E(t_0) - e(\sin E(t_1) - \sin E(t_0))}{\sqrt{\mu/a^3 - u \sin i}}$$

Так как орбиты GPS спутников близки к круговым, то будем считать $e = 0$. Приведем значения нужных нам постоянных:

$$R = 6317 \cdot 10^3 \text{ м}, \mu = 1.46 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с}, a = 26517 \cdot 10^3 \text{ м}, u = 3.6 \cdot 10^{-5} \text{ рад/с}, \\ i = 0.47 \text{ рад}.$$

$$T_e = t_1 - t_0 = 2 \frac{\arctan R/(2\sqrt{a^2 - R^2}) - \arctan R/(-2\sqrt{a^2 - R^2})}{\sqrt{\mu/a^3 - u \sin i}} = 5.7 \text{ ч}.$$

Спутники, углы возвышения которых меньше 10° будем принудительно убирать из измерений, по причине увеличения шумовой составляющей и многолучевости. Поэтому время эксперимента можно сократить. Выведем зависимость El от угла истинной аномалии. Матрицы перехода от орбитальной системы к гринвичской и от гринвичской к географической имеют вид:

$$B_{x\eta} = \begin{pmatrix} -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\cos \lambda \sin \varphi & -\sin \lambda \sin \varphi & \cos \varphi \\ \cos \lambda \cos \varphi & \sin \lambda \cos \varphi & \sin \varphi \end{pmatrix}$$

$$A_{\eta\zeta} = \begin{pmatrix} \cos \Omega \cos \omega - \sin \Omega \sin \omega \cos i & -\cos \Omega \sin \omega - \sin \Omega \cos \omega \cos i & \sin \Omega \sin i \\ \sin \Omega \cos \omega + \cos \Omega \sin \omega \cos i & -\sin \Omega \sin \omega + \cos \Omega \cos \omega \cos i & -\cos \Omega \sin i \\ \sin \omega \sin i & \cos \omega \sin i & \cos i \end{pmatrix}$$

где λ, φ - географические долгота и широта соответственно, Ω - долгота восходящего узла, ω - аргумент перигея. Также рассмотрим простой случай, когда наблюдатель находится на экваторе, долгота восходящего узла равна нулю, а орбиту будем считать круговой. Тогда:

$$A_{\eta\zeta} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ \cos i & 0 & -\sin i \\ \sin i & 0 & \cos i \end{pmatrix} \quad B_{x\eta} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Координаты спутника в орбитальной системе координат $\zeta^s = a(\cos f \quad \sin f \quad 0)$, координаты приемника в гринвичской системе $\eta^r = (-R \quad 0 \quad 0)$.

$$\eta^s = A_{\eta\zeta} \zeta^s = a \begin{pmatrix} -\sin f \\ \cos i \cos f \\ \sin i \cos f \end{pmatrix} \Rightarrow \eta^{s-r} = \begin{pmatrix} R - a \sin f \\ a \cos i \cos f \\ a \sin i \cos f \end{pmatrix}$$

$$x^{s-r} = B_{x\eta} \eta^{s-r} = \|x^{s-r}\| \begin{pmatrix} \cos El \sin Az \\ \cos El \sin Az \\ \sin El \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a \cos i \cos f \\ a \sin i \cos f \\ a \sin f - R \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \sin El = \frac{a \sin f - R}{\sqrt{a^2 \cos^2 f + (a \sin f - R)^2}} \quad (5)$$

Пусть $El > 0$, обозначим $b = \sin El$, и возведем в квадрат уравнение (5).

$$(1 - b^2)(a \sin f - R)^2 - (ab \cos f)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \sin f = \frac{aR(1 - b^2) \pm \sqrt{a^4b^2 - (abR)^2(1 - b^2)}}{a^2}$$

В нашем случае $b = 0.09$. Подставляя известные константы получим $f = 0.32$ рад. Из уравнений (3), (4) найдем эксцентрическую аномалию и время. В итоге получаем $T = 0.17$ ч. Таким образом время проведения эксперимента должно быть не меньше чем 5.46 ч.

Перед выполнением записи, описанной выше, был проведен еще один опыт, который позволяет увидеть вариации фазового центра в горизонтальной плоскости. Суть эксперимента заключалась в следующем: длина базовой линии была увеличена на порядок, что позволило уменьшить ошибку оценки ее азимутального направления. Далее эта оценка использовалась как эталон для азимутальных направлений, полученных при записи с короткой базовой линией.

Также стоит отметить, что все эксперименты проводились на открытой местности. Это позволяет уменьшить эффект многолучевости и сбоев. За все время записи были приняты сигналы от 23 спутников, максимальное количество видимых спутников составило 11 штук, минимальное - 6.

3.2 Обработка данных записи эксперимента

Так как в данной работе предполагается постобработка данных записи эксперимента, то решается задача сглаживания (см. [6]). Это задача оценивания, в которой для определения вектора состояний в каждый момент времени учитывается весь массив измерительной информации, тем самым используются в соответствующем алгоритме как “прошлые”, так и “будущие” измерения.

Обработка эксперимента была проведена с помощью программы, написанной на языке Си, которая работает с Т-файлами и реализует алгоритм описанный выше (см. п.1.3.) для прямого и обратного прохода, а также их склейку (см. [6]). Также программа позволяет получить значения углов возвышения и азимутов спутников, значения невязок $\nabla \Delta z_i - H_i \Delta x_i$ и их зависимости друг от друга.

4 Результаты

Для определения поправок к оценкам координат базовой линии, полученных из кодового решения, использовался дифференциальный режим с короткой базовой линией. Длина базовой линии до поворота антенны составила 961.8 мм и 900.9 мм после поворота. При использовании кодовых псевдодальностей оценка длины получилась 1057.1 мм и 1323.9 мм соответственно. С помощью фазовых измерений были вычислены поправки, и окончательная длина составила 970.0 мм в первом случае и 903.3 мм во втором.

Для примера на Рис. 3. показан результат оценивания поправки к первой координате с помощью прямого и обратного проходов фильтром Калмана, а также склеенная оценка.

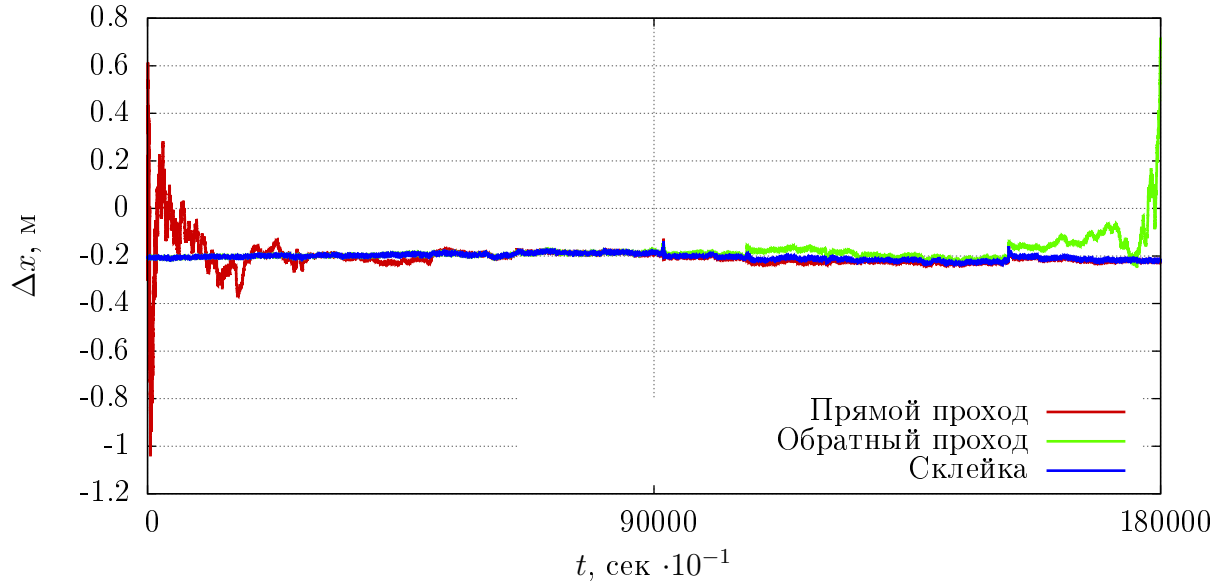
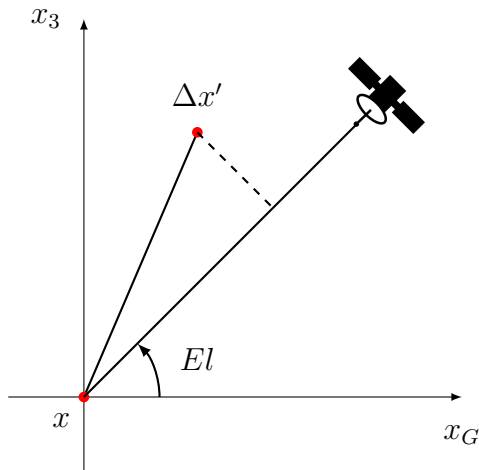


Рис. 3: Оценка поправки к первой координате, полученные с помощью прямого и обратного фильтра, а также их склейка.

На Рис. 4. и Рис. 5 показаны углы возвышений и азимута всех видимых спутников за время проведения эксперимента. Как видно, лишь несколько спутников имеют широкий диапазон изменений углов и наблюдаются в обоих участках записи. Поэтому для проведения дальнейших исследований были выбраны спутники с номерами 13, 28, 15, 17.

При рассмотрении данных указанных спутников были посчитаны средние невязки (см. Ч.2.):

$$\begin{aligned}
 \nabla \Delta z_{13} - H \Delta x_1 &= 0.001373, & \nabla \Delta z_{13} - H \Delta x_2 &= -0.003821 \\
 \nabla \Delta z_{28} - H \Delta x_1 &= 0.000132, & \nabla \Delta z_{28} - H \Delta x_2 &= 0.004429 \\
 \nabla \Delta z_{15} - H \Delta x_1 &= 0.000141, & \nabla \Delta z_{15} - H \Delta x_2 &= 0.001435 \\
 \nabla \Delta z_{17} - H \Delta x_1 &= -0.004194, & \nabla \Delta z_{17} - H \Delta x_2 &= -0.001280
 \end{aligned}$$



На Рис. 6 представлены графики невязок (размерность циклы) осредненных оценок на каждом участке записи в зависимости от угла возвышения (красным обозначены невязки для первого интервала записи, зеленым - для второго), которые показывают, что существует некоторая зависимость от углов возвышения, которую можно интерпретировать как влияние ошибки решения навигационной задачи.

$$\nabla \Delta z = \Delta x_G \cos El + \Delta x_3 \sin El$$

Амплитуда данной функции $\sqrt{\Delta x_G^2 + \Delta x_3^2} \approx 3\text{мм}$, что можно увидеть из графиков. Увеличение амплитуды колебаний на низких углах

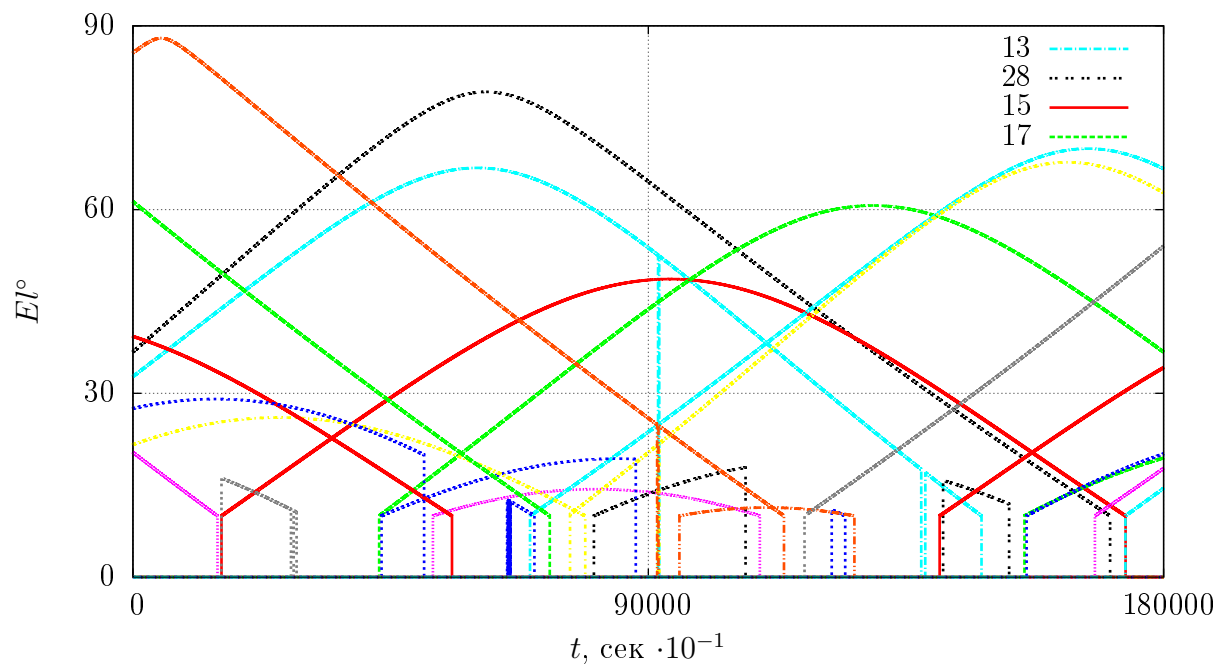


Рис. 4: Углы возвышения всех видимых спутников

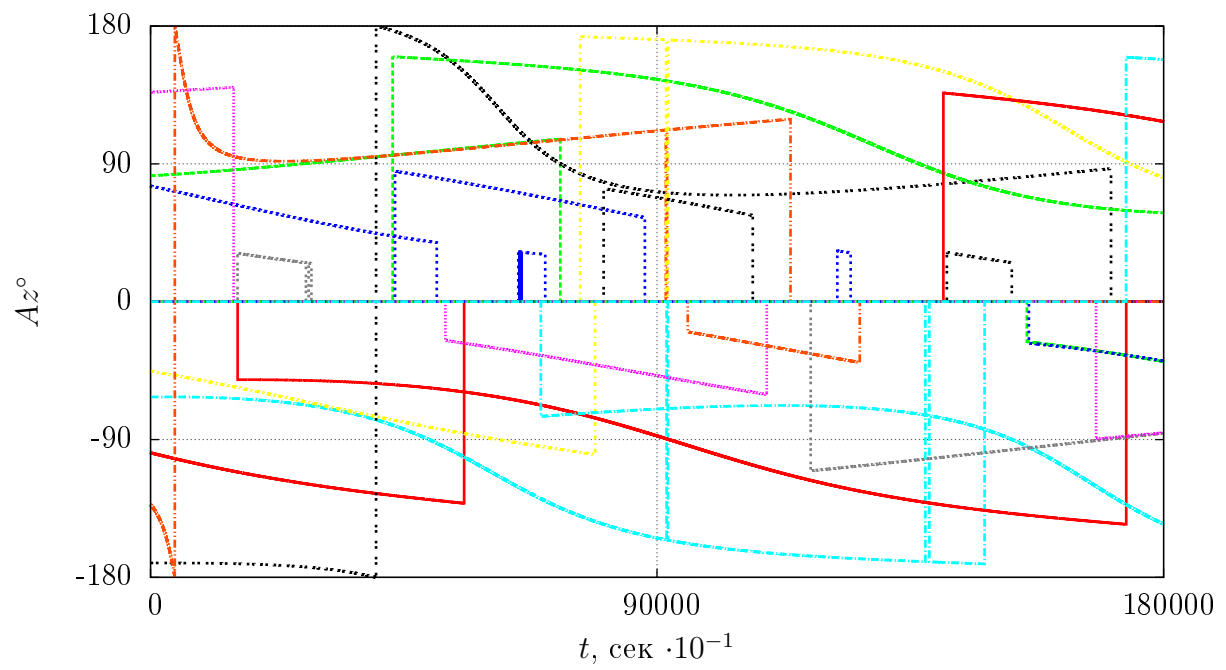


Рис. 5: Углы азимута всех видимых спутников

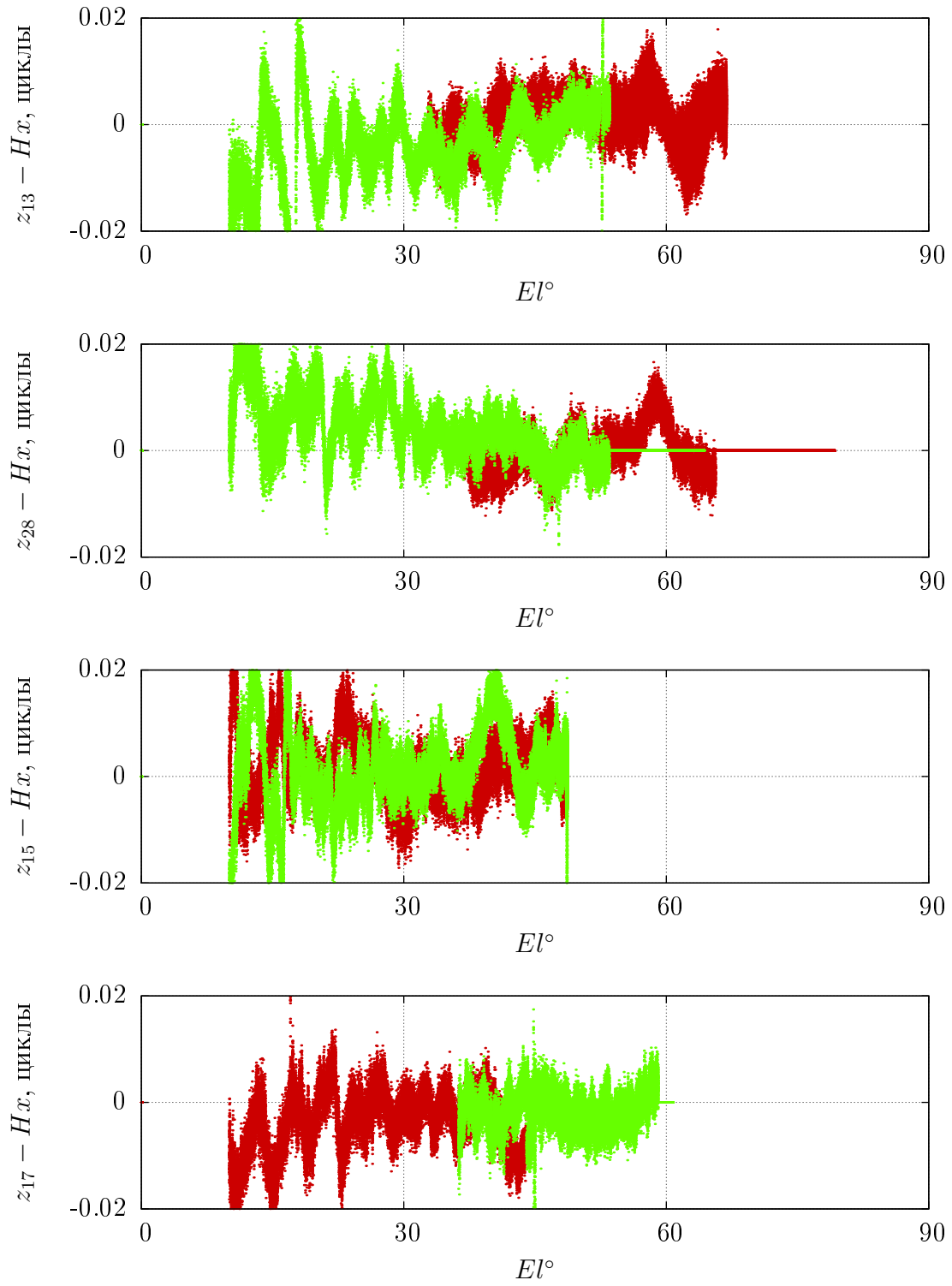


Рис. 6: Невязки спутников 13, 28, 15, 17.

возвышения соответствует увеличению влияния многолучевости. Нулевые значения обуславливаются тем, что спутник на это время становится зенитным.

Таким образом смещения и вариации фазовых центров при использовании дифференциального режима не влияют на точность решения навигационной задачи, более того, ориентация антенн не важна. Поэтому подтвердить модели фазовых

измерений, смещений и вариаций фазовых центров не предоставляется возможным. Для этого требуется проведение дополнительных экспериментов, в том числе с разворотом антенны не только в горизонтальной плоскости, но и в вертикальной, для получения более явных зависимостей от углов возвышения спутников.

5 Выводы

- Освоены математические постановки задачи определения относительных координат неподвижных спутниковых антенн при помощи фазовых измерений GPS, в том числе при изменении вектора состояния при смене спутникового созвездия
- Проведен натурный эксперимент продолжительностью 5 часов
- Проведена обработка данных эксперимента
- Смещения и вариации фазовых центров при использовании дифференциального режима не влияют на точность решения навигационной задачи (в пределах полученной точности решения — около 8 мм), при этом взаимная ориентация антенн в азимутальной плоскости не важна.
- На временах порядка 10 мин, в измерениях наблюдаются низочастотные колебания величиной до 6 мм, по видимости, не связанные с вариациями фазовых центров и требующие отдельного изучения.

Приложения

П1. Файлы формата ANTEX

ANTEX - файлы - файлы предоставляемые международной службой IGS, в которых указаны смещения и вариации фазовых центров для антенн навигационных спутников, а также для некоторых антенн приемников. Стандартное имя файла формата ANTEX – “igsYY_WWWW.atx”, где YY – текущее значение IGS frame, а WWW – GPS-неделя, когда данный файл был создан. Поскольку орбитальные группировки постоянно обновляются (запускаются новые спутники, выводятся из эксплуатации старые), файл ANTEX, содержащий информацию об антеннах, регулярно обновляется.

Для антенн навигационных спутников значения вариаций фазового центра в файле формата ANTEX зависят от угла надира. Для определения нужного значения коррекции нужно вычислить угол надира вектора «спутник-приёмник» в момент наблюдения и интерполировать приведенные в файле значения коррекций (достаточно линейной интерполяции). Формат файлов ANTEX также поддерживает зависимость вариаций фазового центра от азимута, но с 2008 года службой IGS формируются файлы, в которых доступны значения вариаций фазового центра, зависящие только от угла надира.

Аналогично информации о фазовых центрах спутниковых антенн смещения и вариации фазового центра антенн приёмника можно найти в ANTEX-файлах. В

начале файлов размещены корректировки для спутниковых антенн, далее - информация для антенн приёмников сети наземных станций.

Список литературы

- [1] - *Н. Б. Вавилова, А. А. Голован, Н. А. Парусников, С. А. Трубников*. Математические модели и алгоритмы обработки измерений спутниковой навигационной системы GPS. Стандартный режим
- [2] - *Ahmed I. EL-Hattab* Influence of GPS antenna phase center variation on precise positioning, 2013.
- [3] - *Karol Dawidowicz* Antenna phase center variations corrections in processing of GPS observations with use commercial software, 2010.
- [4] - *А. А. Голован, Н. Б. Вавилова*. Спутниковая навигация. Задачи обработки первичных измерений спутниковой навигационной системы для геофизических приложений.
- [5] - *В. В. Александров, С. С. Лемак, Н. А. Парусников*. Лекции по механике управляемых систем.
- [6] - *А. А. Голован, Н. А. Парусников*. Механические основы навигационных систем.