

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Лихоманенко Татьяны Николаевны
«Исследование решений неклассических краевых задач
для уравнений смешанного типа»,
представленной на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление

1. Актуальность темы диссертации

Работа впервые посвящена исследованию свойств базисности двухсерийных тригонометрических систем в пространстве $L_2(0, \frac{\pi}{2})$ и построению к ней биортогональной системы функций, используемой для получения интегрального представления решения задачи Франкля для уравнения Лаврентьева-Бицадзе; изучению для уравнения Лаврентьева-Бицадзе спектральных краевых задач Трикоми с наклонной линией изменения типа и Геллерстедта с двумя линиями изменения типа с разными углами наклона; получению корректной по Адамару постановки нелокальных краевых задач для уравнения Лаврентьева-Бицадзе с условиями на всей границе области в двумерном и трехмерном случаях. Тема диссертационной работы Лихоманенко Т.Н. актуальна как с теоретических позиций развития теории дифференциальных уравнений, так и ввиду важных прикладных возможностей при решении задач трансзвуковой газовой динамики.

2. Степень новизны результатов, полученных в диссертации, и научных положений, выносимых на защиту

Диссертационная работа Лихоманенко Т.Н. является новым научным достижением в развитии теории дифференциальных уравнений, связанным с исследованием двухсерийных тригонометрических систем, возникающих при построении решений уравнений смешанного типа спектральными методами; изучению вопроса базисности Рисса, а также построению биортогональных систем в явном виде в пространстве L_2 ; интегральному представлению решения задачи Франкля. Для уравнения Лаврентьева-Бицадзе рассмотрены новые спектральные краевые задачи Трикоми с наклонной линией изменения типа и Геллерстедта с двумя линиями изменения типа с разными углами наклона. Получена корректная по Адамару постановка новых нелокальных краевых задач для уравнения Лаврентьева-Бицадзе с условиями на всей границе области в двумерном и трехмерном случаях.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и библиографии. Общий объем диссертации 111 страниц, список литературы – 119 наименований, из них 5 публикаций диссертанта в рецензируемых российских и зарубежном журналах из списка ВАК.

Введение содержит обзор основных результатов по теории уравнений смешанного типа, обосновывает актуальность темы исследования, приводит основные результаты диссертации, определяет их научную новизну и значимость.

В первой главе исследуется двухсерийная тригонометрическая система $\{\cos 4n\Theta\}_{n=0}^{+\infty}, \left\{\sin\left[4\left(n+\frac{\beta}{2}\right)\Theta+\frac{\gamma}{2}\right]\right\}_{n=1}^{+\infty}$, возникающая при построении решений уравнений смешанного типа спектральными методами; изучаются вопросы базисности Рисса, а также построение биортогональных систем в явном виде в пространстве L_2 ; выписывается в явном виде интегральное представление решения задачи Франкля для уравнения Лаврентьева-Бицадзе $u_{xx} + \operatorname{sgn} y u_{yy} = 0$ в специальной области D на основе двухсерийной тригонометрической системы функций $\{\cos 4n\Theta\}_{n=0}^{+\infty}, \{\sin(4n-1)\Theta\}_{n=1}^{+\infty}$ и построенной биортогональной системы. Результаты подтверждены теоремами, следствиями из них, в которых показана высокая математическая эрудиция и тонкая доказательная база.

Вторая глава рассматривает краевую задачу Трикоми для уравнения Лаврентьева-Бицадзе со спектральным параметром $u_{xx}(x, y) + \operatorname{sgn}(y - x \operatorname{tg} \alpha) u_{yy}(x, y) + k^2 u(x, y) = 0$ ($k = \mu$ в D^+ , $k = \tilde{\mu}$ в D^-) с наклонной линией изменения типа в области $D = D^+ \cup D^-$; краевую задачу Геллерстедта для уравнения Лаврентьева-Бицадзе со спектральным параметром $u_{xx}(x, y) + \operatorname{sgn}(y - |x| \operatorname{tg} \alpha) u_{yy}(x, y) + n^2 u(x, y) = 0$ ($n = \mu$ в D^+ , $n = \tilde{\mu}_1$ в D_1^- , $n = \tilde{\mu}_2$ в D_2^-) с двумя наклонными симметричными и несимметричными линиями изменения типа в области $D = D^+ \cup D_1^- \cup D_2^-$; при этом на линиях изменения типа выполняются условия непрерывности и условия сопряжения градиентов, заданных в полярной системе координат для эллиптической области и в гиперболической системе координат для гиперболической области. Доказаны теоремы существования и единственности; получены интегральные условия связи на линиях изменения типа; изучены свойства базисности собственных функций в эллиптической области. Все утверждения математически строго обоснованы.

В третьей главе изучаются нелокальные краевые задачи для уравнений Лаврентьева-Бицадзе $u_{xx} + \operatorname{sgn} y u_{yy} = 0$ в двумерных областях и $u_{xx} + u_{yy} + \operatorname{sgn} t u_{tt} = 0$ в трехмерных областях с заданием условий на всей границе с непрерывным градиентом при переходе через линию, поверхность изменения типа и классом решений $C(\bar{D}) \cap C^1(D \cup AB(\text{или } P)) \cap C^2(D^+) \cap C^2(D^-)$. Установлена однозначная разрешимость и устойчивость решений. Результаты оформлены в виде теорем, математически строго обоснованы и достоверны.

3. Обоснованность и достоверность выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации

Все представленные в диссертационной работе результаты строго математически обоснованы. Они позволяют получить ряд новых подходов для изучения свойств решений новых классов дифференциальных уравнений в частных производных смешанного типа со

спектральным параметром с наклонной линией изменения типа уравнения и будут существенно использованы для дальнейшего развития теории таких уравнений.

4. Научная, практическая, экономическая и социальная значимость результатов диссертации

Представленная диссертационная работа носит как теоретический, так и практический характер. Её результаты проясняют сущность и свойства решений новых задач для дифференциальных уравнений в частных производных смешанного типа со спектральным параметром с наклонной линией изменения типа уравнения и будут существенно использованы для дальнейшего развития теории дифференциальных уравнений.

Практическая значимость работы обусловлена эффективным применением полученных результатов в решении задач трансзвуковой газовой динамики, математическом моделировании физико-биологических процессов.

Результаты диссертации могут быть использованы в научных исследованиях, проводимых в Московском, Орловском, Белгородском, Воронежском, Самарском, Кабардино-Балкарском, Казанском университетах и академических институтах РАН, а также при создании программ специальных курсов, читаемых аспирантам и студентам старших курсов университетов.

5. Публикации результатов в научной печати

Все основные положения и результаты диссертации своевременно и полно опубликованы в 5 работах в рецензируемых журналах. Положения и выводы диссертационной работы прошли серьёзную научную апробацию.

6. Соответствие диссертации специальности и отрасли науки, по которой она представлена к защите

Тематика работы, её содержание и методы исследования полностью соответствуют специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

7. Соответствие оформления диссертации требованиям ВАК

Работа оформлена согласно требованиям соответствующей инструкции ВАК России. Её содержание правильно и полно отражено в автореферате. По содержанию диссертации имеются замечания, касающиеся, стиля, орфографии, некоторых моментов изложения и опечаток, которые не ставят под сомнение значимость результатов, полученных автором.

спектральным параметром с наклонной линией изменения типа уравнения и будут существенно использованы для дальнейшего развития теории таких уравнений.

4. Научная, практическая, экономическая и социальная значимость результатов диссертации

Представленная диссертационная работа носит как теоретический, так и практический характер. Её результаты проясняют сущность и свойства решений новых задач для дифференциальных уравнений в частных производных смешанного типа со спектральным параметром с наклонной линией изменения типа уравнения и будут существенно использованы для дальнейшего развития теории дифференциальных уравнений.

Практическая значимость работы обусловлена эффективным применением полученных результатов в решении задач трансзвуковой газовой динамики, математическом моделировании физико-биологических процессов.

Результаты диссертации могут быть использованы в научных исследованиях, проводимых в Московском, Орловском, Белгородском, Воронежском, Самарском, Кабардино-Балкарском, Казанском университетах и академических институтах РАН, а также при создании программ специальных курсов, читаемых аспирантам и студентам старших курсов университетов.

5. Публикации результатов в научной печати

Все основные положения и результаты диссертации своевременно и полно опубликованы в 5 работах в рецензируемых журналах. Положения и выводы диссертационной работы прошли серьёзную научную апробацию.

6. Соответствие диссертации специальности и отрасли науки, по которой она представлена к защите

Тематика работы, её содержание и методы исследования полностью соответствуют специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

7. Соответствие оформления диссертации требованиям ВАК

Работа оформлена согласно требованиям соответствующей инструкции ВАК России. Её содержание правильно и полно отражено в автореферате. По содержанию диссертации имеются замечания, касающиеся, стиля, орфографии, некоторых моментов изложения и опечаток, которые не ставят под сомнение значимость результатов, полученных автором.

8. Соответствие научной квалификации соискателя учёной степени, на которую он претендует

Работа Лихоманенко Т.Н. является законченным научным исследованием, выполненным на высоком научном уровне, имеющим внутреннее единство, содержащим совокупность новых научных результатов, которые квалифицируются как новое научное достижение. Она удовлетворяет требованиям, предъявляемым ВАК России к кандидатским диссертациям. Представленные в диссертации оригинальные результаты, а так же используемый в ней математический аппарат свидетельствует о высокой математической культуре автора и соответствует его квалификации кандидата физико-математических наук.

9. Заключение

Исходя из изложенного, диссертационная работа «Исследование решений неклассических краевых задач для уравнений смешанного типа» удовлетворяет требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, а её автор Лихоманенко Татьяна Николаевна заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление за решение краевых задач Трикоми и Геллерстедта для уравнения Лаврентьева - Бицадзе со спектральным параметром с наклонной линией изменения типа, за исследование двухсерийных тригонометрических систем, за решение нелокальных краевых задач типа Дирихле для уравнения Лаврентьева-Бицадзе в двумерном и трехмерном случаях, что в совокупности имеет важное значение для развития теории и практики дифференциальных уравнений.

Официальный оппонент,
заведующий кафедрой математического
анализа и дифференциальных уравнений
ФГБОУ ВО «Орловский государственный
университет имени И.С. Тургенева»,
заслуженный деятель науки РФ,
доктор физико-математических
наук, профессор



А.Н. Зарубин

Подпись профессора А.Н. Зарубина
заверяю, секретарь Учёного Совета
ФГБОУ ВО «Орловский государственный
университет имени И.С. Тургенева»



Н.Н. Чадаева

«02» июль

201