Е. С. Морченко

Программа семинарских занятий по атомной физике (2013 г.)

Семинары 1—4.

1. Равновесное электромагнитное излучение.

1.1 Свойства чернотельного излучения. Калибровка Кулона. Уравнение д'Аламбера для векторного потенциала. Гамильтонов формализм классической электродинамики. Теорема Вейля-Куранта (без док-ва). Формула Рэлея-Джинса. «Ультрафиолетовая катастрофа».

1.2 Гипотеза Планка-Эйнштейна. Формула Планка и её предельные случаи. Графики. Число фотонов в расчёте на единичный спектральный интервал частот. Формализм чисел заполнения. Как соотносятся статистика Больцмана в применении к фотонам и формула Вина?

1.3 Закон Стефана-Больцмана. Средняя энергия фотона по спектру в случае планковской кривой. Отличие от формулы Вина. Квантовый характер газа фотонов. Корпускулярно-волновая природа фотона.

1.4 Получить закон смещения Вина в виде $\hbar\omega_{\max} \approx 2.822\,kT$. Функция Планка в шкале длин волн. Закон смещения Вина в шкале длин волн.

1.5 Причина несовпадения максимумов функции Планка в шкалах частот и длин волн. Доказать, что максимум планковской кривой лежит в виновской области спектра. Построить графики функций Планка при разных температурах: одна температура больше другой в 3 раза. Чему равно отношение площадей под графиками?

1.6 Оценить число квантов чернотельного излучения в единице объёма при температуре $T = 1$ эВ в диапазоне частот $\hbar\omega < \hbar\omega_0 = 0.1$ эВ. Чему равно число квантов реликтового излучения ($T \approx 2.73$ К) в единице объёма?

1.7 Чему равны импульс и энергия полевого осциллятора в n-м возбуждённом состоянии? Записать функцию Планка с учётом энергии нулевых колебаний.

2. Основные константы атомной физики.

2.1 Доказать приближённую цепочку «равенств»: 1 эВ $\approx$ 11605 К $\approx$ $1.5 \cdot 10^{15}$ рад/с $\approx$ 8065 см$^{-1}$. Связь 1 эВ с единицами энергии — «эрг» и «Джоуль». Какой длине волны соответствует 1 эВ? Физический смысл комптоновской длины волны электрона.

2.2 Чему равна энергия покоя электрона? Постоянная тонкой структуры. Атомная единица энергии. Потенциал возбуждения второго уровня атома водорода. Постоянная Ридберга для бесконечной массы ядра.

3. Элементарная теория эффекта Комптона.

3.1 Получить формулы для изменения частоты ω_0 и волнового сдвига $\Delta\lambda$ высокоэнергичного фотона, испытывающего упругое рассеяние на покоящемся свободном электроне. Чему равно характерное значение энергии электрона в твёрдом теле? Какова роль массы фотона в комптоновском рассеянии?

3.2 Томсоновское рассеяние. Принцип соответствия. Сопоставление с классической задачей об абсолютно упругом ударе двух бильярдных шаров с массами m и M $(m \ll M)$. Оценить частоту света, рассеянного назад на неподвижном свободном электроне в пределе $\hbar\omega_0 \ll m_e c^2$.

3.3 Во сколько раз уменьшится энергия γ-кванта, рассеянного с максимальной длиной волны, если его начальная энергия $\hbar\omega_0 = 1.533$ МэВ? Найти частоту света рассеянного назад на неподвижном свободном электроне в ультрарелятивистском случае.

3.4 Определить начальную длину волны рентгеновского излучения, при которой максимальная кинетическая энергия комптоновских электронов отдачи составляет 0.44 МэВ.

4. Гипотеза де Бройля. Корпускулярно-волновой дуализм. Соотношения неопределённостей.

4.1 Гипотеза де Бройля. Физический смысл длины волны де Бройля. Нерелятивистский и ультрарелятивистский пределы. На каких масштабах проявляются квантовые свойства электрона, если его кинетическая энергия равна 10.2 эВ? То же для 1 ГэВ.

4.2 На примере гауссова волнового пакета $f(x, t = 0) \propto \exp\left(-\dfrac{x^2}{a^2}\right)$ $\{a$ не зависит от x и $t\}$ показать, что частица не допускает одновременной локализации в импульсном и координатном пространствах.

Указание: воспользоваться свойствами преобразования Фурье для гауссианы.

4.3 Показать, что групповая скорость волнового пакета равна скорости движения частицы. Расплывание волнового пакета. Борновская интерпретация квадрата модуля волновой функции (далее — ВФ). Электрон локализован в кулоновском потенциале; оценить время, за которое ширина волнового пакета увеличится в два раза по сравнению с первоначальной. Отсутствие эффекта расплывания в классическом пределе. Привести пример, показывающий, что объекты макромира не успевают расплыться за время своего существования.

4.4 Теорема вириала в классической механике (без док-ва). Исходя из соотношения неопределённостей, оценить энергию нулевых колебаний трёхмерного изотропного гармонического осциллятора.

4.5 Соотношение неопределённостей энергия-время. Показать, что частица, описываемая плоской волной де Бройля, делокализована по всему пространству.

5. Атом водорода по Бору.

5.1 Условие квантования z-проекции момента количества движения. Скорость электрона на n-й боровской орбите. Критический заряд $Z = 137$. Радиус n-й боровской орбиты. Потенциал ионизации водородоподобного атома с n-го уровня. Сгущение дискретных уровней вблизи границы ионизации. Принцип соответствия. Обобщённая формула Бальмера. Сериальные закономерности в спектре атома водорода.

5.2. Изотопический сдвиг атомных уровней. Модифицированная постоянная Ридберга (учёт конечной массы ядра). Релятивистское обобщение модели атома Бора. Релятивистская поправка.

5.3 В рамках модели Бора для мюонного иона гелия (система мюон — ядро атома гелия, $q_\mu = -e$, $m_\mu = 207 m_e$) найти: а) расстояние между мюоном и ядром в основном состоянии, б) длину волны резонансной линии, в) потенциал ионизации по отношению к тем же параметрам в атоме водорода.

5.4 Найти заряд ядра водородоподобного иона Z, резонансный переход в котором характеризуется энергией достаточной для вырывания единственного электрона из Li^{2+} и сообщения ему кинетической энергии 3 Ry .

5.5 Оценить заряд водородоподобного иона, для которого величина релятивистской поправки к энергии электрона на третьей боровской орбите компенсирует добавку к энергии, обусловленную конечной массой ядра.

Семинар 5.

Контрольная работа № 1.

Семинары 6—11.

6. Основы формализма квантовой механики. Свойства одномерного движения.

6.1 ВФ и её физический смысл. Условия нормировки в дискретном и непрерывном спектрах. Собственные функции оператора импульса.

6.2 Доказать, что среднее значение оператора импульса в стационарном состоянии дискретного спектра равно нулю. Рассмотреть одномерный случай.

6.3 Состояние частицы определяется ВФ

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{a\sqrt{\pi}}} \exp(ik_0 x) \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{2\,a^2}\right] .$$

Определить средние значения и дисперсии координаты и импульса частицы в этом состоянии. Найти вид плотности вероятности распределения по импульсам $W(p)$.

Указание: использовать свойства преобразования Фурье для гауссианы.

6.4 Собственные функции оператора координаты. Найти соответствующую плотность вероятности распределения по импульсам $W(p)$. Невозможность одновременной локализации частицы в координатном и импульсном пространствах.

6.5 ВФ системы как функция полярного угла φ задаётся выражением: $\psi(\varphi) = B\cos^2\varphi$, где B — нормировочная константа.

Какие значения z-проекции момента количества движения и с какой вероятностью могут быть измерены в этом состоянии? Каковы среднее значение и дисперсия величины L_z?

6.6 То же для $\psi(\varphi) = A\sin\varphi + 2A\cos\varphi$.

6.7 Коммутатор двух операторов $\widehat{A}$ и $\widehat{B}$; его физический смысл. Вычислить $[\widehat{p}_i, \widehat{x}_j]$. Найти $[\widehat{L}_i, \widehat{L}_j]$, $[\widehat{L}^2, \widehat{L}_i]$. Найти вид оператора $\widehat{L}_x$ в декартовой системе координат.

Указание: вычислить $[\widehat{L}_i, \widehat{x}_j]$ и $[\widehat{L}_i, \widehat{p}_j]$, после чего воспользоваться методом аналогий.

6.8 Свободное движение частицы. Вырождение состояний; кратность вырождения. Доказать, что состояния дискретного спектра в одномерном случае не вырождены.

6.9 Оператор чётности; его собственные функции и собственные значения. Доказать, что в случае одномерного движения частицы в потенциале $U(x) = U(-x)$, невырожденная ВФ системы характеризуется определённой чётностью.

6.10 В каком случае собственное значение оператора $\widehat{A}$ является интегралом движения? Осцилляционная теорема (без док-ва).

7. Спектры простейших одномерных систем

7.1 Симметричная прямоугольная бесконечно глубокая потенциальная яма: записать ВФ и уровни энергии стационарных состояний. То же для ямы $[0, a]$. Используя осцилляционную теорему и соотношение неопределённостей показать, что энергия n-го стационарного состояния

$$E_n \sim \frac{\hbar^2 n^2}{2ma^2}.$$

7.2 Частица находится в симметричной прямоугольной потенциальной яме бесконечной глубины в первом возбуждённом состоянии. В каких пространственных точках плотность вероятности обнаружить частицу достигает максимального значения?

7.3 Найти среднее значение и дисперсию оператора координаты в n-м стационарном состоянии бесконечно глубокой ямы $[0, a]$. Доказать, что для больших значений n полученный результат совпадает с классическим. Связь с осцилляционной теоремой.

7.4 Найти плотность вероятности распределения по импульсам в основном состоянии симметричной бесконечно глубокой прямоугольной ямы. Чему равно среднее значение оператора импульса в n-м стационарном состоянии такой системы?

7.5 Частица находится в симметричной бесконечно глубокой прямоугольной потенциальной яме в состоянии

$$\psi(x, t = 0) = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\{\varphi_1(x) + \varphi_2(x)\},$$

где $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(x)$ — ВФ нижних стационарных состояний. Найти среднее значение энергии такой системы. Как оно зависит от времени? Определить среднее значение и дисперсию оператора координаты как функции времени.

7.6 Доказать, что в потенциальной яме

$$U(x) = -U_0 f(x/a), \quad f(0) = 1,\ f(z) \geq 0$$

отношение энергии n-го уровня к глубине ямы $\varepsilon_n = -\dfrac{E_n}{U_0}$ зависит только от величины борновского параметра $B \equiv \dfrac{2mU_0a^2}{\hbar^2}$.

7.7 Используя условие непрерывности логарифмической производной, найти трансцендентное уравнение для определения уровней энергии частицы, находящейся в прямоугольной яме конечной глубины $[0, a]$. Высоты стенок одинаковы и равны U_0.

7.8 Получить трансцендентное уравнение для определения уровней энергии частицы, находящейся в прямоугольной яме конечной глубины $[0, a]$ с различающимися по высоте стенками $(U_1 \neq U_2)$. Как изменится это уравнение при $U_1 \to +\infty$?

7.9 Доказать, что в потенциальной яме $[0, a]$, $U_1 = U_2 = U_0$ при любых U_0 и a всегда имеется по крайней мере один уровень.

Указание: рассмотреть случай слабого потенциала $(B \ll 1)$ и выполнить разложение в ряд по малому параметру.

7.10 Определить энергию нижнего стационарного состояния частицы в одномерной прямоугольной яме конечной глубины $[0, a]$, $U_1 = U_2 = U_0$ в случае $B \gg 1$. То же, если $B \to +\infty$.

7.11 Частица находится в потенциале

$$U(x) = +\infty\ \ (x < 0)\,, \quad U(x) = 0\ \ (0 \leq x \leq a)\,, \quad U(x) = U_0\ \ (x > a)\,.$$

Определить число связанных состояний в яме, если $U_0a^2 = 75\hbar^2/m$ и $U_0a^2 = \hbar^2/m$. Роль борновского параметра.

7.12 Получить трансцендентное уравнение для определения уровней энергии частицы, находящейся в прямоугольной яме вида:

$$U(x) = 0\ \ (x < 0,\ x > a)\,, \quad U(x) = -U_0\ \ (0 < x < a)$$

Рассмотреть случай $U_0 \to +\infty$, $a \to 0$, $U_0 a \equiv q$; найти энергию единственного связанного состояния.

8. Туннельный эффект

8.1 Определить величину плотности потока вероятности для состояния $\psi = A\exp(ikx) + B\exp(-ikx)$. Условие нормировки "на единичный поток".

8.2 Поток частиц с энергией E рассеивается на прямоугольной потенциальной ступеньке $U(x) = 0$ $(x < 0)$, $U(x) = U_0$ $(x \geq 0)$. Найти коэффициенты отражения и прохождения для случаев "подбарьерного" и "надбарьерного" движения. Нарисовать графики $\rho(x)$ в обоих случаях.

8.3 Оценить вероятность прохождения через прямоугольный барьер шириной a и высотой U_0. Как изменится эта величина, если ширина барьера увеличится в 2 раза? Исходное значение $D = 10^{-2}$.

8.4 Записать вероятность прохождения сквозь потенциальный барьер произвольной формы $U(x)$ (классические точки поворота считать известными). Парадокс туннельного эффекта.

9. Гармонический осциллятор

9.1 Используя общие свойства одномерного движения в квантовой механике, найти: а) ВФ основного состояния, б) уровни энергии, в) ВФ первого возбуждённого состояния частицы, находящейся в осцилляторном потенциале.

9.2 Найти ВФ n-го стационарного состояния одномерного гармонического осциллятора с учётом нормировки. ВФ основного и первого возбуждённого стационарных состояний считать известными.

Указание: использовать метод математической индукции.

Условие ортонормированности полиномов Эрмита:

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} H_n(\xi) H_m(\xi) \exp(-\xi^2)\, d\xi = 2^n n! \sqrt{\pi}\, \delta_{mn}.$$

9.3 Почему стационарные состояния в осцилляторном потенциале характеризуются определённой чётностью? Найти средние значения кинетической и потенциальной энергии в одномерном осцилляторном потенциале для $n = 5$.

9.4 Найти средние значения операторов координаты и импульса в n-м стационарном состоянии одномерного гармонического осциллятора.

9.5 Найти дисперсии операторов координаты и импульса в n-м стационарном состоянии одномерного гармонического осциллятора. Показать, что гауссов волновой пакет минимизирует соотношение неопределённостей.

9.6 Найти распределение по импульсам в n-м стационарном состоянии одномерного гармонического осциллятора.

9.7 ВФ частицы, находящейся в одномерном гармоническом потенциале, в момент времени $t = 0$ определяется выражением:

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{a\sqrt{\pi}}} \cdot \left(1 + \frac{x}{a}\right) \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2}\right) ,$$

где $a \equiv \sqrt{\dfrac{\hbar}{m\omega}}$. Определить среднее значение и дисперсию координаты как функции времени.

9.8 Найти ВФ и энергетический спектр трёхмерного изотропного гармонического осциллятора (провести разделение переменных в декартовой системе координат). Определить кратность вырождения нижнего возбуждённого стационарного состояния такой системы для электрона.

9.9. Найти энергию взаимодействия точечного диполя, расположенного в начале системы координат, с удалённой системой зарядов, создающих постоянное однородное электрическое поле.

9.10 Определить энергии стационарных состояний заряженной частицы, находящейся в гармоническом потенциале $U(x) = m\omega^2 x^2/2$, при наличии внешнего однородного постоянного электрического поля напряжённостью $\vec{E}_0$.

9.11 Частица, имеющая массу m и заряд q, находится в n-м стационарном состоянии трёхмерного изотропного гармонического осциллятора. Вычислить статическую поляризуемость такой системы.

10. Задача Кеплера.

10.1 Доказать, что в произвольном центрально-симметричном поле сохраняются квадрат момента количества движения и его проекция на ось z.

10.2 Собственные функции операторов $\widehat{L}^2$ и $\widehat{L}_z$. Чему равны Y_{00} и Y_0? ВФ системы имеет вид:

$$\psi = C \cdot Y_{2,1}(\theta, \varphi) + \frac{1}{3} Y_{1,0}(\theta, \varphi) ,$$

где C - неизвестная константа. Какие значения квадрата и z-проекции момента импульса могут быть измерены в этом состоянии и с какой вероятностью? Чему равны средние значения операторов $\widehat{L}^2$ и $\widehat{L}_z$ в данном состоянии?

10.3 Нормированная ВФ некоторой квантовой системы определяется выражением:

$$\psi(r, \theta, \varphi) = AR(r) \cos^2 \theta ,$$

причём

$$\int\limits_0^\infty R^2(r)\, r^2 dr = 1\,.$$

Какие значения квадрата и z-проекции момента импульса могут быть измерены в этом состоянии и с какой вероятностью? Чему равны средние значения операторов $\widehat{L}^2$ и $\widehat{L}_z$ в данном состоянии?

Указание:

$$Y_{2,0} = \sqrt{\frac{5}{4\pi}}\,\frac{1}{2}(3\cos^2\theta - 1).$$

10.4 Преобразование инверсии. Доказать, что чётность ВФ в случае сферической симметрии полностью определяется абсолютной величиной орбитального момента: $\psi(-\vec{r}) = (-1)^l R(r) Y_{l,m}(\theta,\varphi) = (-1)^l \psi(\vec{r})$. Закон сохранения чётности.

Присоединённые полиномы Лежандра $P_l^{(m)}$ определяются выражением:

$$P_l^{(m)} = (1-x^2)^{|m/2|}\frac{d^{|m|}}{dx^{|m|}}\,\frac{1}{2^l l!}\frac{d^{\,l}}{dx^{\,l}}(x^2-1)^l.$$

10.5 Записать гамильтониан радиального движения в задаче Кеплера. Центробежный потенциал. Случай $l = 0$. Записать ВФ стационарных состояний и уровни энергии в задаче Кеплера. Кратность вырождения. Энергия электрона в стационарном состоянии иона He II равна $-\mathrm{Ry}$. Перечислить все возможные значения l и m_l.

10.6 Радиальное квантовое число: осцилляционная теорема. Радиальное распределение плотности вероятности обнаружить электрон на расстоянии r для некоторого стационарного состояния $P(r) \sim r^6$ (при малых r); функция $P(r)$ не имеет узлов в интервале $(0, r)$. Определить квантовые числа n и l. То же, если радиальная функция $R(r) \sim r^2$ и не имеет узлов в интервале $(0, r)$.

10.7 В сферической системе координат электрон в атоме водорода характеризуется волновой функцией:

$$\psi(r,\theta,\varphi) = \frac{1}{\sqrt{5}}(\psi_{\,2,1,0} + i\psi_{\,3,2,0} - i\sqrt{3}\,\psi_{\,4,3,-3})\,.$$

Найти средние значения энергии, квадрата и z-проекции момента количества движения в этом состоянии.

10.8 Вычислить среднее значение $1/r$ для произвольного стационарного состояния водородоподобного атома. Теорема Геллмана-Фейнмана (без д-ва). Вычислить среднее значение $1/r^2$ в задаче Кеплера.

10.9 Дано стационарное уравнение Шредингера $\widehat{H}\psi_n = E_n\psi_n$. Доказать тождество:

$$\langle n|\,[\widehat{H},\widehat{A}]\,|n\rangle = 0\,,$$

где $\widehat{A}$ — произвольный оператор.

10.10 Вычислить матричный элемент $\langle\psi_{nlm}|\,\delta(\vec{r})\,|\psi_{nlm}\rangle$ в явном виде (т.е. найти $|\psi_{nlm}(0)|^2$) в задаче Кеплера.

10.11 Вычислить среднее значение $1/r^3$ для произвольного стационарного состояния водородоподобного атома.

10.12 Найти среднее значение радиальной координаты и наиболее вероятное удаление электрона от ядра в основном состоянии водородоподобного атома.

Семинар 12.

Контрольная работа № 2.

Семинары 13—15.

11. Тонкая структура

11.1 Электрон совершает финитное движение в некотором внешнем поле. Доказать, что магнитный момент электрона пропорционален его орбитальному моменту:

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m_e c}\,\vec{l}\,.$$

11.2 Операторы магнитного момента $\widehat{\vec{\mu}}_l$ и его z-проекции. Найти собственные значения этих операторов в случае кулоновского потенциала. Магнетон Бора. Гиромагнитное отношение для спинового момента электрона. Правило сложения невзаимодействующих моментов количества движения. Систематика состояний атома водорода. Чему равна мультиплетность одноэлектронной системы?

11.3 В рамках модели Бора для круговой орбиты определить величину поправки к положению энергетического уровня в водородоподобном ионе с зарядом Z, обусловленной релятивистской связью энергии и импульса. Отличие от квантовомеханического расчёта.

11.4 Формула тонкой структуры (без вывода). Поправка Дарвина (без вывода). Величина мультиплетного расщепления в водородоподобном атоме и её максимальное значение (в эВ и Кайзерах).

11.5 Спектр H I с учётом тонкой структуры. Правила отбора в электрическом дипольном приближении (далее — E1). Серия Лаймана. Тонкая структура головной линии серии Бальмера: число переходов, число линий.

11.6 Ядерный магнетон Бора, g-фактор нуклона. Сверхтонкая структура водородоподобного атома: рассмотреть случаи $l > 0$ и $l = 0$. Сверхтонкая структура H I: оценить величину расщепления основного состояния. Отличие от точного значения. Длина волны $\approx 21,1$ см. "Запрещённые" переходы.

11.7 Атомные оболочки и подоболочки. Электронные конфигурации атомов лития и натрия. Правило Клечковского-Маделунга. Электронная конфигурация атома цезия. Поляризационный потенциал. Отсутствие случайного вырождения в спектрах щелочных металлов.

11.8 Найти основной уровень для атомов Li, Na, K, Rb, Cs, Fr. Вычислить потенциал ионизации атома натрия Na I из основного состояния. Квантовый дефект для S-терма $\Delta_s = 1.37$.

11.9 Диаграмма Гротриана для атома натрия. Спектральные серии и их тонкая структура.

11.10 Сколько компонент имеет тонкая структура нижнего возбуждённого терма атома натрия? Спектр поглощения атома натрия из основного состояния. Резонансный дублет Na I — линии D_1 и D_2.

11.11 Найти длины волн спектральных линий, возникающих при каскаде переходов возбуждённых атомов натрия из состояния $4s$ в основное состояние. Квантовые дефекты для S- и P- термов равны $\Delta_s = 1.37$ и $\Delta_p = 0.88$, соответственно.

11.12 Длины волн линий резонансного дублета атома натрия 5896 и 5890 Ангстрем, потенциал ионизации $I = 5.14$ эВ. Пренебрегая тонким расщеплением, определить квантовые дефекты для S- и P- термов атома натрия.

11.13 Длина волны резонансной линии атома калия равна 7665 Ангстрем, а длина волны границы главной серии составляет 2858 Ангстрем. Определить квантовые дефекты для S- и P- термов и ионизационный потенциал атома калия.

11.14 Головная линия резкой серии в спектре паров цезия представляет собой дублет с длинами волн $\lambda_1 = 14695$ Ангстрем и λ_2=13588 Ангстрем. Найти интервал в волновых числах между компонентами дублетов остальных линий этой серии.

11.15 Какая часть атомов натрия при температуре $T = 2 \cdot 10^3$ K возбуждена на резонансный уровень? Квантовые дефекты для S- и P-термов равны $\Delta_s = 1.37$ и $\Delta_p = 0.88$.

11.16 Приближение эффективного заряда для энергетического спектра внутренних атомных электронов. K-, L- и M- серии рентгеновского излучения. Найти энергию кванта K_α-линии атома меди Cu I. Закон Мозли. Почему рентгеновские спектры просты и однообразны по сравнению с оптическими спектрами?

11.17 Тонкая структура K_α-линии. Оценить величину тонкого расщепления K_α линии характеристического рентгеновского излучения атома ртути $(Z = 80)$. Определить число компонент тонкой структуры головной линии L-серии рентгеновского излучения.

12. Двухэлектронная система

12.1 Оператор Гамильтона двухэлектронной системы. Эквивалентные электроны. Найти терм основного состояния атома гелия. Чему равен полный спин полностью заполненной оболочки? Принцип Паули.

12.2 Энергия основного состояния атома гелия с учётом поправки, обусловленной межэлектронным взаимодействием. Чему равны потенциалы ионизации He I и He II? Найти потенциал ионизации атома гелия, считая что постоянная экранирования $1s$-электронов $\sigma = 0.3$. Факторизация на класс одночастичных функций: учёт межэлектронных корреляций. Возбуждённые уровни: синглетные и триплетные состояния.

12.3 Диаграмма Гротриана для атома гелия. Орто- и пара- гелий. Резонансный переход, линия D_3. Потенциал возбуждения уровня $2\ ^3S_1$. Правила отбора в многоэлектронных атомах в E1. Чётность терма. Правило Лапорта. Доказать, что в спектре атома гелия переходы с $\Delta L = 0$ запрещены. Сколько значений принимает квантовое число J полного момента импульса, если заданы квантовые числа L и S терма?

13. Многоэлектронные атомы

13.1 Модельный гамильтониан многоэлектронной системы. Приближение LS-связи. Найти термы электронной конфигурации $np\ n'p$. Какие состояния возможны в указанной конфигурации?

13.2 Найти термы конфигураций np^2, nd^2 и nf^2 эквивалентных электронов. Составить конфигурацию почти заполненной подоболочки f-электронов (заполненной подоболочки с одной дыркой). Найти термы такой подоболочки.

13.3 Правила Хунда. Найти основные состояния атомов углерода и самария (62 электрона).

13.4 Статистический вес электронной конфигурации. Чему равны $g(p^2)$ и $g(p^3)$? Найти термы и основные состояния конфигураций np^4 и np^3 эквивалентных электронов.

13.5 Правило интервалов Ланде. Нормальный и обращённый мультиплеты (на примере терма ^3P). Отклонение от правила интервалов Ланде для триплетных термов He I.

13.6 Сверхтонкое расщепление: аналог правила интервалов Ланде. Привести пример состояния, дающего обращённый мультиплет в случае сверхтонкого расщепления. Определить число компонент сверхтонкой структуры основного состояния однократно заряженного положительного иона $^{13}_{6}\mathrm{C}$. Спин ядра $I = 1/2$.

13.7 Являются ли нижеуказанные переходы разрешёнными в электрическом дипольном приближении: $\mathrm{s}^2\ ^1S \to \mathrm{sp}\ ^1P$, $\mathrm{sp}\ ^1P \to \mathrm{pd}\ ^1D$, $\mathrm{p}^2\ ^1D \to \mathrm{pd}\ ^1D$, $\mathrm{p}^2\ ^1S \to \mathrm{ps}\ ^1P$? Указать все причины, по которым невозможен переход $n\mathrm{p}^2\ ^3D \to \mathrm{npn'p}\ ^3D$.

13.8 Какие из следующих оптических переходов разрешены правилами отбора: ${}^2S_{1/2} \to {}^2D_{3/2}$, ${}^1S_0 \to {}^3P_1$, ${}^2P_{3/2} \to {}^2D_{3/2}$, n ${}^1S_0 \to$ n$'$ ${}^1S_0$?

13.9 Приближение jj-связи. Определить термы и состояния конфигурации из двух неэквивалентных p-электронов. Показать, что полное число состояний в конфигурации не зависит от схемы построения термов. Сравнить по порядку величины энергии электростатического и спин-орбитального взаимодействий в атоме и найти Z, при котором реализуется случай jj-связи.

14. Атом в магнитном поле

14.1 Найти энергию взаимодействия точечного магнитного диполя с внешним магнитным полем. Потенциальная энергия в магнитостатике. Сила, приложенная к магнитному моменту во внешнем магнитном поле.

14.2 Оператор "собственного" магнитного момента многоэлектронного атома в приближении LS-связи. Критерий сильного магнитного поля (на примере головной линии серии Лаймана атома водорода) .

14.3 Пренебрегая членом квадратичным по полю, в первом порядке теории возмущений найти поправку к энергии состояния ${}^{2S+1}L_J$ в базисе $|LSJM_J>$.

14.4 Найти значения фактора Ланде в указанных случаях: а) $S = 0$, б) $L = 0$, в) $J = 0$, $L = 0$, $S = 0$. То же для уровней: ${}^4H_1$, ${}^7G_1$.

14.5 Сколько спектральных линий будет наблюдаться при переходах ${}^1D_2 \to {}^1P_1$ и ${}^3D_2 \to {}^3P_1$ в слабом магнитном поле? Нормальный эффект Зеемана.

14.6 В каких случаях спектральная линия в слабом магнитном поле расщепляется на три компоненты?

14.7 Доказать, что в сильном магнитном поле любая спектральная линия расщепляется на нормальный триплет Лоренца (эффект Пашена-Бака).

14.8 На сколько компонент расщепится пучок атомов азота, находящихся в основном состоянии, в эксперименте Штерна-Герлаха? Рассмотреть случаи слабого и сильного магнитных полей. В сильном поле LS-взаимодействием пренебречь.

14.9 Имеется N_0 одноэлектронных атомов при температуре T. Спин ядра каждого атома $I = 0$, магнетизм имеет чисто спиновое происхождение. Найти распределение электронов по уровням с различными значениями M_S . Электронный парамагнитный резонанс. Обобщение на случай многоэлектронной системы с $L \neq 0$. Правило отбора по ΔM_J в магнитном дипольном приближении. В чём отличие электронного парамагнитного резонанса от эффекта Зеемана?

Список литературы

[1] *Попов А. М., Тихонова О. В.* Лекции по атомной физике // М.: Физический факультет МГУ, 2007; Нобель Пресс, 2013.

[2] Сборник задач по атомной физике. — 4-е изд., испр. и доп./Под редакцией Г. И. Горяги и др. // М.: Изд-во Моск. ун-та, 1992.

[3] *Бом Д.* Квантовая теория // М.: Наука, 1965.

[4] *Самойлович А. Г.* Термодинамика и статистическая физика. — 2-е изд. // М.: ГИТТЛ, 1955.

[5] *Фок В. А.* Квантовая физика и строение материи. — изд. 2-е, испр. // М.: Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2010.

[6] *Елютин П. В., Кривченков В. Д.* Квантовая механика (с задачами) // М.: Наука, 1976; ФИЗМАТЛИТ, УНЦ довузовского образования МГУ, 2000.

[7] *Гольдман И. И., Кривченков В. Д.* Сборник задач по квантовой механике // М.: ГИТТЛ, 1957.

[8] *Блохинцев Д. И.* Основы квантовой механики // М.: Высшая школа, 1963.

[9] *Хриплович И. Б.* Теоретический калейдоскоп // Ижевск: РХД, 2007.

[10] *Парадоксов П.*[1] Как квантовая механика помогает понять выводы классической механики // УФН, **89**, 707, 1966.

[11] *Фриш С. Э.* Оптические спектры атомов. — изд. 2-е, испр. // СПб.: Лань, 2010.

[12] *Гамов Г.* Мистер Томпкинс исследует атом: Пер. с англ. — изд. 2-е, испр. // М.: Едиториал УРСС, 2003.

[13] *Голдстейн Г.* Классическая механика. М.: Гостехиздат, 1957.

[1] Зельдович Я. Б.