

ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук Ремизова Ивана Дмитриевича
на тему: «Формулы Фейнмана для параболических дифференциальных
уравнений и исчисление функций Чернова»
по специальности 01.01.01 – «вещественный, комплексный и
функциональный анализ»

В представляемой к защите диссертации И.Д. Ремизова «Формулы Фейнмана для параболических дифференциальных уравнений и исчисление функций Чернова» исследуются свойства аппроксимационных процедур для построения полугрупп, являющихся решениями начально-краевых задач для эволюционных уравнений. Основная идея работы развивает результаты, полученные О.Г. Смоляновым в 2002 г. применительно к использованию теоремы Чернова для представления решений эволюционных задач интегралами по мерам на функциональных пространствах. Аппроксимации таких интегралов итерациями операторнозначных функций весьма актуальны и активно применяются в работах О.Г. Смолянова, Е.Т. Шавгулидзе, А.Ю. Хренникова, А.Я. Бутко, А.С. Плященика, В.А. Дубравиной. В результате для многих актуальных начально-краевых задач были найдены различные способы построения оператор-функций, итерации которых сходятся к разрешающим полугруппам. Обобщение таких способов и придание им концептуальной целостной структуры как метода решения задач достаточно общего класса является насущной необходимостью, что и послужило главным стимулом написания рассматриваемой диссертации.

В первой главе диссертации И.Д. Ремизов предложил новый подход к структуризации свойств оператор-функции, обеспечивающих сходимость соответствующих итераций к аппроксимируемой полугруппе. Соискатель получил явные формулы и доказал теоремы, обосновывающие построение таких аппроксимаций для широкого класса полугрупп достаточно общего

вида. При этом оказалось, что генератор таких полугрупп может быть представлен в виде композиции операторов, не обязательно являющихся генераторами каких-либо полугрупп. Соответствующие функции, итерации которых сходятся к требуемой полугруппе, названы автором функциями Чернова, исчисление которых и представляет собой определенный алгоритм построения таких функций. Этот подход является новым и весьма эффективным для развития современной теории сильно непрерывных полугрупп.

Основным результатом первой главы представляется введенное автором понятие касания по Чернову и доказанные Предложения 1.6.1 и 1.6.2 о касании суммы и произведения операторов. Эти результаты позволяют конструктивно находить решения эволюционных уравнений широкого класса с помощью итерационных процедур. Если задача Коши поставлена корректно, то такие итерации сходятся к единственному решению.

Во второй главе диссертации обосновывается метод построения так называемых эквивалентных по Чернову операторнозначных функций, значениями которых являются суммы конечного числа операторов сдвига в композиции с операторами умножения на функцию. Новым здесь является то, что в качестве операторнозначных аппроксимаций разрешающих полугрупп функций оказывается возможным использовать такие, значения которых лежат во множестве интегральных операторов с ядрами в виде обобщенных функций, что представляет значительное расширение области действия ранее существовавших теорем. Этот подход применяется в диссертации для построения решений параболических уравнений второго порядка с переменными коэффициентами в одномерном координатном пространстве. Это является основным результатом второй главы.

В третьей главе диссертации изучается параболическое уравнение с переменными коэффициентами с пространственной координатой из бесконечномерного вещественного сепарабельного гильбертова пространства. Рассмотрены функциональные пространства, в которых могут

быть описаны решения рассматриваемой задачи Коши для изучаемой задачи. Доказано существование в таких пространствах сильно непрерывной полугруппы, разрешающей рассматриваемую задачу Коши, и доказана непрерывная зависимость решения задачи Коши от коэффициентов дифференциального оператора. Соискателем также найдена операторнозначная функция, эквивалентная по Чернову полугруппе, разрешающей данную задачу Коши. Этот результат является весьма сильным обобщением известного ранее метода, развитого ранее в статье Я.А. Бутко и О.Г. Смолянова 2010 г. для конечномерного случая.

Таким образом, каждая из трех глав диссертации содержит новые содержательные результаты, показывающие высокую квалификацию автора и имеющие большое теоретическое и практическое значение.

В диссертации имеется ряд недостатков редакционного характера.

1. Во введении автор несколько раз упоминает «парадигму школы Смолянова» и именно в таких терминах формулирует основную цель своего исследования, но собственно эта парадигма в явном виде не формулируется, что вызывает некоторое напряжение у читателя, если он не принадлежит указанной школе.

2. В качестве отличия своих результатов от результатов предшественников автор указывает, что ранее использовались интегральные операторы, а у него будут использоваться некоторые иные. Поскольку же автором предлагается обобщение в том числе и на использование операторов с ядрами в виде обобщенных функций, то желательно было бы более четкое определение различий в используемом инструментарии.

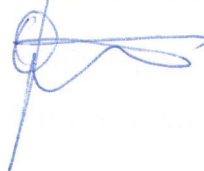
Указанные замечания нисколько не умаляют значимости диссертационного исследования. В диссертации получен ряд важных результатов по теории аппроксимаций полугрупп, введен новый эффективный аппарат, который применен к широкому классу конкретных задач. Диссертация отвечает всем требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к кандидатским

диссертациям. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.01.01 – «вещественный, комплексный и функциональный анализ» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Ремизов Иван Дмитриевич заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – «вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Официальный оппонент:

Доктор физико-математических наук, профессор,
заведующий отделом вычислительной физики и кинетических уравнений
ИПМ им. М.В.Келдыша РАН



Ю. Н. Орлов

Контактные данные:

тел.: 7(499)2207228, e-mail: yuno@kiam.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена
диссертация: 01.01.03 – Математическая физика

Адрес места работы:

145047, г. Москва, Миусская пл., ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

Тел.: +7(499)9781314; e-mail: office@keldysh.ru

Подпись Ю.Н. Орлова удостоверяю:

Ученый секретарь ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

06.02.2018



А.И. Маслов